

MEDDELANDEN

FRÅN

STATENS SKOGS-  
FORSKNINGSINSTITUT

BAND 45: I

1955

MITTEILUNGEN DER FORSTLICHEN

FORSCHUNGSANSTALT

SCHWEDENS

**Bd. 45: I**

REPORTS OF THE FOREST

RESEARCH INSTITUTE

OF SWEDEN

**Vol. 45: I**

BULLETIN DE L'INSTITUT DE RECHERCHES

FORESTIÈRES DE SUÈDE

**Tome 45: I**



STATENS SKOGSFORSKNINGSINSTITUT, STOCKHOLM

REDAKTÖR:  
PROFESSOR MANFRED NÄSLUND

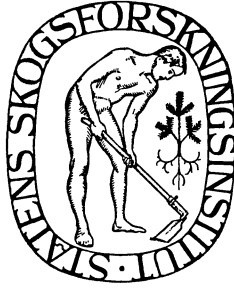
STOCKHOLM 1955  
CENTRALTRYCKERIET, ESSELTE AB

### *Innehåll:*

Nr		Sid.
I A	PETTERSON, HENRIK: <b>Barrskogens volymproduktion</b> . . . . .	I—39I
I B	PETTERSON, HENRIK: <b>Die Massenproduktion des Nadelwaldes</b> .	I—I89







# Barrskogens volymproduktion

av

HENRIK PETTERSON

MEDDELANDEN FRÅN  
STATENS SKOGSFORSKNINGSINSTITUT  
BAND 45 • NR 1 A



## *Förord*

Dessa produktionsstudier omfatta många specialproblem, vilka behandlas i olika kapitel. Beträffande sådana detaljer hänvisas till motiveringar i texten. Däremot synes det lämpligt att på denna framskjutna plats ta upp en fråga, som är gemensam för hela arbetet. Jag syftar på en väntad invändning, att alltför stort utrymme ägnats åt metodiken. Texten vimlar ju av formler. Man är inte van att se så många formler i en produktionsundersökning.

Det är riktigt, att en dylik motsättning finnes mellan förr och nu. Men den förklaras därav, att en produktionsundersökning i vår tid har helt andra förutsättningar än de som rådde kring sekelskiftet, då tillverkningen av produktionstabeller var livlig. Då kunde metoden vara enkel, därför att materialet var enkelt. Gallringen var svag och den avvek endast måttligt från den behandling, som förut tillämpats i beståndet. Under försökets gång hölls gallringen tämligen konstant. Där dessa förutsättningar funnos kunde försöksanstaltens traditionella metoder användas (jfr Kap. 1).

Den svenska produktionsforskningen började 20—30 år senare än den kontinentala. Våra gallringsytor anlades under åren 1902—25. Med undantag av vissa ytor, som måst nedläggas, observeras och gallras de fortfarande. I min undersökning ha observationerna utnyttjats fram till åren 1939 för tall och 1940 för gran.

Under försökens första decennium behandlades gallringsytorna på ungefär samma sätt som på kontinenten. Snart gjorde sig emellertid den strömkantning gällande, som skildras i 2.2. Vid anläggning av nya ytor tillämpades övervägande starka gallringar och många försöksytor, som från början behandlats med svaga ingrepp, omfördes till starkare gallring. Den första åtgärden försvårade och den senare hindrade den traditionella metodens användning på vårt material.

I ett senare stadium, då bearbetningsfrågan skulle avgöras, anmälde sig dessa hinder med full styrka. Under tiden hade även kraven på undersökningsresultaten vuxit. De ekonomiska synpunkterna påkallade större uppmärksamhet. Härigenom blev det nödvändigt att ställa beståndsutvecklingen i förgrunden. Först klarlades utvecklingen av stamantal, diametrar och höjder. Med ledning härav beräknades de exempel på volymutveckling, som framläggas i denna undersökning av »Barrskogens volymproduktion». Motsvarande beräkningar av värdeutvecklingen äro avsedda att publiceras under titeln »Barrskogens värdeproduktion».

Allt detta fordrade nya arbetsmetoder. Det krävdes metoder för att definiera utgångsbestånd, metoder för att definiera gallringsingrepp och metoder för att beräkna tillväxten. Utformningen av dessa metoder har vuxit fram under arbetet på produktionsundersökningen. Metoderna tillhöra därför undersökningens resultat i lika hög grad som sifferuppgifterna.

Emellertid har jag sökt göra texten lättare tillgänglig genom att överföra mera periferiska metodfrågor till särskilda metodbilagor M, vilka återfinnas i del XI. Av samma skäl redovisas använda funktioner F i del XII, hjälptabeller H i del XIII och produktionstabeller P i del XIV.

Beträffande produktionstabellerna vill jag redan här framhålla, att alla tabeller ej ha samma värde. Många av dem ha tillkommit för att fylla brådskande praktiska behov. Dylika tabeller ha vanligen konstruerats med stöd av någon mera genomarbetad tabell och de anspråk som ställts på konstruktionen ha bestämts av den tillfälliga användningen. Vissa av dessa tabeller kunna knappast betraktas som forskningsresultat, utan de böra uppfattas som hjälpmedel för praktiska överslagsberäkningar. Man kan tveka om lämpligheten att publicera dem, men erfarenheten har visat, att även ett svagt stöd ofta är välkommet. För att informera läsaren om de särskilda tabellernas art har varje tabell försetts med ett slags tillförlitlighetsbeteckning, för vilken redogöres i kap. 26, avsnitt 8.

Den omständigheten, att metodiken är ny, har medfört ett starkt behov av koncentration till de egna linjerna. Jag är fullt medveten om värdet av jämförelser med resultaten från andra länder, främst våra nordiska grannländer, men för att komma så långt måste vi först konsolidera våra egna undersökningar.

I enlighet härmed har denna avhandling i huvudsak tre syften. I första rummet redogör den för hur undersökningen faktiskt utförts. Emellertid ha under arbetets gång nya synpunkter framkommit, som kunna belysa frågan, hur en dylik undersökning bör utföras. Härav föranledda diskussioner meddelas i begränsad omfattning. Slutligen framläggas undersökningens skogliga resultat.

De angivna aspekterna ha ej kunnat hållas strängt isär, eftersom varje beslut om nästa drag i bearbetningen påverkats av bearbetarens uppfattning om vad som borde göras. Om en motsättning uppkommit mellan de nämnda synpunkterna har detta vanligen berott på egenheter hos materialet eller på bristande tid. Emellertid kan det sägas, att delarna I och II företrädesvis innehålla allmänna resonemang, medan delarna III och IV beröra själva undersökningen närmare. I delarna V—VII behålles kontakten med undersökningen, men perspektivet vidgas till större allmängiltighet. Del VIII handlar om resultaten. Delarna IX—XV äro bilagor.

Då avhandlingen innehåller åtskilliga begrepp, som torde vara nya för flertalet läsare, har jag tvekat om bästa sättet att framlägga dem. Jag har emellertid valt att vid första kontakten presentera begreppet tämligen allmänt för att därefter så småningom skärpa definitionen genom ny belysning i olika sammanhang. Detta arbetssätt har medfört många upprepningar, som åtminstone delvis kunna synas onödiga. Det är dock min förhoppning, att läsandet därigenom underlättats.

Denna bearbetning började 1927. Materialet var då ännu ej tillräckligt som stöd för produktionstabeller, varför arbetet koncentrerades på förberedande utredningar. Preliminära meddelanden om undersökningen ha lämnats genom föredrag i Svenska skogsvårdsföreningen 1932, i Norrlands skogsvårdsförbund och å Skogshögskolan 1936, inför Nordiska skogskongressen 1937, vid Skogsveckans öppnande 1941, i Stockholms Jägmästareklubb 1944, å Skogshögskolan 1947, i Sveriges Jägmästares och Forstmästares Riksförbund 1950 och i Svenska skogsvårdsföreningen 1951. Föredragen av 1932, 1937 och 1951 ha publicerats (PETTERSON, 1933, 1937 och 1951).

När jag ser tillbaka på de gångna åren, sker detta med stor tacksamhet mot alla dem, som medverkat i detta arbete. I främsta rummet tackar jag institutets nuvarande chef, professor MANFRED NÄSLUND, vilken redan på ett tidigt stadium bidrog till undersökningen genom avhandlingen »Skogsförsöksanstaltens gallringsförsök i tallskog, primärbearbetning» (NÄSLUND, 1936). Efter min avgång från institutet har professor NÄSLUND lämnat verksamt stöd åt undersökningen genom att — tidvis i betydande utsträckning — ställa arbetskraft till förfogande.

Det omfattande räknearbetet har från 1928 letts av fru MARGARETA KLEMMING, f. ALEXANDRIE, vilken förestått det för detta ändamål inrättade räknekontoret. Genom omsorgsfullt personval och utmärkt instruktion blev detta kontor en mycket värdefull hjälp i undersökningen. Jag bevarar i tacksamt minne den arbetsglädje och pionjäranda, varmed räknekontorets unga garde gick löst på alla de nya arbetsuppgifterna.

Vid flera tidigare tillfällen har professor HARALD CRAMÉR givit mig en högt skattad hjälp, och under senare år har jag fått värdefulla upplysningar och råd av fil. lic. BERTIL MATÉRN. Den senare har också haft vänligheten att genomse ett korrektur.

Slutligen får jag tacka nuvarande professorn PER NYLINDER, som under vissa perioder ledde delar av räknearbetet, och civiljägmästaren SVEN-OLOF ANDERSSON, vilken hjälpt mig med korrekturet.

Experimentalfältet i september 1954.

HENRIK PETTERSON.



## INNEHÅLLSFÖRTECKNING

I. HISTORIK		Sida
Kap. 1.	<i>Äldre produktionsundersökningar</i> .....	13
1.1.	Inledning.....	13
1.2.	Skogstillståndet vid de tyska försökens början.....	13
1.3.	SCHWAPPACHS metodik.....	14
1.4.	Diskussion av metoden.....	16
1.5.	Slutomdöme.....	17
Kap. 2.	<i>Svenska gallringsförsök</i> .....	17
2.1.	Inledning.....	17
2.2.	Försöksytorna.....	18
2.3.	Bearbetningsfrågan.....	19
Kap. 3.	<i>Materialet</i> .....	20
3.1.	Inledning.....	20
3.2.	Observationstiden.....	20
3.3.	Materialets homogenitet.....	21
3.4.	Försöksytornas gruppering.....	21
3.5.	Variabler.....	23
3.6.	Beskrivning av materialet.....	23
II. ALLMÄNNA METODFRÅGOR		
Kap. 4.	<i>Arbetsplanens huvuddrag</i> .....	24
4.1.	Ett program.....	24
4.2.	Arbetsfördelning.....	24
4.3.	Beståndsutvecklingen.....	25
Kap. 5.	<i>Sannolik tillväxt</i> .....	26
5.1.	Inledning.....	26
5.2.	Gruppindelning.....	26
Kap. 6.	<i>Regressionsanalys</i> .....	28
6.1.	Inledning.....	28
6.2.	Produktionsforskningens särskilda krav.....	30
6.3.	Total regression.....	31
6.4.	Partiell regression.....	33
6.5.	Normalekvationer.....	35
6.6.	Normalekvationernas reducering.....	37
6.7.	Symbolernas innebörd.....	38
6.8.	Omskrivning till avvikelser.....	40
6.9.	Lösning av normalekvationerna.....	42
6.10.	Spridningen.....	44
6.11.	Kvadratsummor.....	45
6.12.	Frihetsgrader.....	47
6.13.	Variabelvalet.....	48
6.14.	Kvadratsummans minskning och medelfelen.....	53
6.15.	Räknearbetet.....	57
6.16.	Kontroller.....	58

	Sida
Kap. 7. <i>Bonitering</i> .....	60
7.1. Inledning.....	60
7.2. Gallringens inverkan.....	60
7.3. Bonitetsvisare.....	61
7.4. Bonitet och höjdutveckling.....	62
7.5. Höjdutvecklingskurvor.....	64
7.6. Direkt bonitering.....	71
7.7. Indirekt bonitering.....	72
Kap. 8. <i>Inverkan av klimatets växlingar</i> .....	74
8.1. Inledning.....	74
8.2. Olika tidsbegrepp.....	74
8.3. Medelklimat.....	74
8.4. Fasta försöksytor.....	75
8.5. Engångsundersökning genom borrhning.....	76

### III. REGLERING AV STAMANTALET

Kap. 9. <i>Stamfördelning</i> .....	78
9.1. Inledning.....	78
9.2. Normal stamfördelning och modifikationer av denna..	78
9.3. Stympade normalfördelningar.....	81
Kap. 10. <i>Stamfördelningens uppkomst</i> .....	83
10.1. Inledning.....	83
10.2. Glesa förband.....	84
10.3. Tätare förband.....	84
10.4. Mycket täta förband.....	85
10.5. Olikåldriga bestånd.....	85
10.6. Motverkande faktorer.....	85
10.7. Sammanfattning.....	85
Kap. 11. <i>Ändring av stamfördelningen</i> .....	86
11.1. Inledning.....	86
11.2. Beteckningar.....	86
11.3. Diametertillväxten.....	87
11.4. Asymmetrikoefficienten $\beta_3$ .....	88
11.5. Excesskoefficienten $\beta_4$ .....	88
11.6. Tillväxtkvoterna $R$ och $r$ .....	89
11.7. Sammanfattning.....	91
Kap. 12. <i>Gallringens inverkan på stamfördelningens form</i> .....	91
12.1. Inledning.....	91
12.2. Låggallring i normalfördelning.....	92
12.3. Låggallring i stympad fördelning.....	94
12.4. Vidgad definition av $\varphi$ .....	96
12.5. Låggallring i fördelning, som antages sakna tillväxt....	97
Kap. 13. <i>Självgallring</i> .....	98
13.1. Inledning.....	98
13.2. Beräkning av utvecklingen. Allmänt.....	100
13.3. Beräkning av utvecklingen. Första etappen.....	102
13.4. Beräkning av utvecklingen. Andra etappen.....	103
13.5. Beräkning av utvecklingen. Tredje etappen.....	105



	Sida
Kap. 14. <i>Standardgallring</i> .....	106
14.1. Inledning.....	106
14.2. Beräkning av utvecklingen. Första etappen.....	107
14.3. Beräkning av utvecklingen. Andra etappen.....	108
14.4. Beräkning av utvecklingen. Tredje etappen.....	108
Kap. 15. <i>Modifierad standardgallring</i> .....	108
15.1. Inledning.....	108
15.2. Produktionstabeller 1947.....	109
15.3. Metodens fördelar och begränsning.....	111
Kap. 16. <i>Gallringsprogram</i> .....	111
16.1. Inledning.....	111
16.2. Konstanta uttagsprocenter.....	112
16.3. Låggallringsmomentets uttagsprocent av grundytan..	113
16.4. Låggallringsmomentets uttagsprocent vid nollsättning av $\lambda$ .....	115
16.5. En kompromiss.....	118
16.6. Genomgallring.....	120
16.7. Höggallring.....	120
16.8. Gallringsbeteckningar.....	122
Kap. 17. <i>Reflexioner kring <math>q</math>-begreppet</i> .....	123
17.1. Inledning.....	123
17.2. Uppgiften.....	123
17.3. Undre gränsen.....	125
17.4. $q$ -klasser.....	125
Kap. 18. <i>Stamantalsutveckling</i> .....	129
18.1. Utgångsbeståndet.....	129
18.2. Normaltabeller för stamantalet.....	130
18.3. Sammanfattning.....	132

#### IV. BERÄKNING AV TILLVÄXTEN

Kap. 19. <i>Grundytans tillväxt</i> .....	133
19.1. Inledning.....	133
19.2. Undersökning av tallens grundytetillväxt.....	133
19.3. Kontroll.....	135
19.4. Värdetillväxten.....	135
19.5. Sammanfattning.....	136
Kap. 20. <i>Brösthöjdsdiameterens tillväxt</i> .....	136
20.1. Inledning.....	136
20.2. Beräkningen.....	136
20.3. Variablerna.....	136
20.4. Enskilda träd eller medelträd för bestånd.....	137
20.5. Valet av verklig beroende variabel.....	137
20.6. Omformning av den beroende variabeln.....	138
20.7. Logaritmisk omformning.....	138
20.8. Exempel på variabler för beräkning av brösthöjdsdia- meterens tillväxt.....	139
20.9. Korrektion av medeldiameterens tillväxt.....	141

	Sida
Kap. 21. <i>Diameterutveckling</i> .....	146
21.1. Inledning.....	146
21.2. Sambandet mellan senare diametrar $D$ och utgångsdiametrarna $d$ .....	146
21.3. Regressionskoefficienterna $b$ och $B$ .....	147
21.4. Stympningsgränsen $\alpha$ .....	149
21.5. Sammansatt utveckling.....	149
21.6. Beräkning av $A$ och $B$ .....	149
21.7. Diametertablå.....	150
Kap. 22. <i>Höjduutveckling</i> .....	150
22.1. Inledning.....	150
22.2. Konstruerad höjdkurva.....	151
22.3. En parentes.....	152
22.4. Bestämning av $A'$ och $B$ .....	152
22.5. Höjdberäkning.....	153
Kap. 23. <i>Volymutveckling</i> .....	153
23.1. Inledning.....	153
23.2. Med eller utan bark.....	154
23.3. Beräkning av volymen under bark.....	154
23.4. Beräkning av formkvoten.....	155
Kap. 24. <i>Individuellt urval</i> .....	155
24.1. Inledning.....	155
24.2. Urvalets verkningar.....	156

## V. HOMOGENA BESTÅND. METODIK

Kap. 25. <i>Undersökningens uppläggning</i> .....	157
25.1. Inledning.....	157
25.2. Målsättning.....	157
25.3. Typfall.....	158
25.4. Sannolik utveckling.....	159
25.5. Homogena och heterogena bestånd.....	161
Kap. 26. <i>Material</i> .....	161
26.1. Materialets gränser.....	161
26.2. Tidsbetonat material.....	162
26.3. Fasta försöksytor, som observeras fortlöpande.....	164
26.4. Engångsundersökning.....	164
26.5. Valet av observationsmetod.....	165
26.6. Materialfrågans nuvarande läge.....	166
26.7. Materialkritik.....	167
26.8. Gradering av produktionstabeller.....	170
Kap. 27. <i>Funktioner</i> .....	170
27.1. Val av funktionstyp.....	170
27.2. Tillpassning.....	170
Kap. 28. <i>Bearbetning</i> .....	171
28.1. Utgångsbestånd.....	171

28.2.	Gallringsprogram.....	172
28.3.	Tillväxten.....	173
Kap. 29.	<i>Kritik av bearbetningen</i> .....	176
29.1.	Inledning.....	176
29.2.	Den använda metoden.....	176
29.3.	Allmänna korrekationer.....	178
29.4.	Rutans medelträd.....	181
29.5.	Spridningens inverkan.....	182
29.6.	Korrektion för spridning.....	184
29.7.	Metod av DWIGHT.....	184

#### VI. HETEROGENA BESTÅND. METODIK

Kap. 30.	<i>Metodik för produktionsstabeller</i> .....	187
30.1.	Inledning.....	187
30.2.	Trädslagsblandning.....	187
30.3.	Ojämn ytfördelning.....	188
30.4.	Åldersblandning.....	188
30.5.	Normala och abnorma bestånd.....	188
Kap. 31.	<i>Metodik för korta undersökningar</i> .....	189
31.1.	Inledning.....	189
31.2.	Nu eller nästa gång.....	189
31.3.	Tillväxtundersökning.....	190
31.4.	Bedömning av tillväxten.....	190

#### VII. HOMOGENA OCH HETEROGENA BESTÅND

Kap. 32.	<i>Slutord om metodiken</i> .....	191
32.1.	Frågans behandling i kapitlen 1—31.....	191
32.2.	Många anvisningar äro avsedda för tillfälligt bruk...	191
32.3.	Forskningen och praktiken ställa olika krav.....	191
32.4.	Metodernas tillförlitlighet.....	192
32.5.	Ytterst blir det fråga om bedömning.....	192

#### VIII. RESULTAT

Kap. 33.	<i>Volymproduktion och värdeproduktion</i> .....	194
33.1.	Inledning.....	194
33.2.	Volymproduktionen.....	194
33.3.	Värdeproduktionen.....	194
Kap. 34.	<i>Tabeller över volymproduktionen</i> .....	195
34.1.	Inledning.....	195
34.2.	Registrets beteckningar.....	195
34.3.	Registrets uppställning och användning.....	196
34.4.	Produktionstabellerna.....	196
Kap. 35.	<i>Jämförelser mellan tabeller</i> .....	196
35.1.	Inledning.....	196
35.2.	Val av kriterium.....	197

	Sida
35.3. Tall, Norra Sverige.....	198
35.4. Tall, Södra Sverige .....	204
35.5. Gran, Norra Sverige.....	206
35.6. Gran, Södra Sverige.....	207
Kap. 36. <i>Bonitet och volymproduktion</i> .....	208
36.1. Inledning.....	208
36.2. Bonitering enligt JONSON.....	209
36.3. Volymproduktion vid självgallring och standardgallring.....	211
36.4. Vilket typfall representerar bonitetens produktionsförmåga?.....	212
36.5. Jämförelse med JONSONS boniteter.....	213
36.6. Vilken betydelse har uppskattningen av produktionsförmågan?.....	217
Kap. 37. <i>Kontroller</i> .....	219
37.1. Inledning.....	219
37.2. Undersökningens huvuddrag.....	219
37.3. Teoretiska kontroller.....	219
37.4. Praktisk bedömning.....	221
37.5. Bedömningens användning.....	221
Kap. 38. <i>Slutord om resultaten</i> .....	222
38.1. Inledning.....	222
38.2. Synpunkter på värdeproduktionen.....	223
38.3. Volymundersökningens resultat.....	223
38.4. Beståndstäthet och volymproduktion. Icke planterade bestånd.....	224
38.5. Beståndstäthet och volymproduktion. Planterade bestånd och tidigt röjda bestånd.....	225
38.6. Friställning.....	226
38.7. Sammanfattning.....	227
IX. SYMBOLER .....	228
X. ANFÖRD LITTERATUR .....	231
XI. METODBILAGOR .....	233
XII. FUNKTIONER .....	311
XIII. HJÄLPTABELLER .....	317
XIV. PRODUKTIONSTABELLER .....	349

## I. Historik

### Kap. I. Äldre produktionsundersökningar

#### I.1. Inledning

Ehuru enskilda undersökningar bedrivits långt därförut, kan produktionsforskning enligt nutida begrepp anses ha börjat med tillkomsten av skogliga försöksanstalter. Sådana inrättades i olika tyska stater och i Österrike under åren 1870—1882, därefter följde bland andra länder Frankrike 1882, Schweiz 1888, Danmark 1901, Sverige 1902, Norge 1917 och Finland 1918.

Det kan icke komma i fråga att här söka redogöra för produktionsforskningens utveckling i alla dessa länder. Emellertid har den svenska produktionsforskningen i viktiga punkter valt andra vägar än de utländska föregångarna. För motivering av dessa beslut äro vi nödsakade att i vissa huvuddrag granska de äldre metoderna. Det synes bäst att låta denna granskning föregå beskrivningen av vår egen metodik. För att konkretisera framställningen begränsa vi den till ett enda arbete, som kan anses representativt för den äldre skolan, nämligen SCHWAPPACHS bekanta bok »Die Kiefer» (1908).

#### I.2. Skogstillståndet vid de tyska försökens början

Då den tyska försöksanstalten började sin verksamhet var det naturligt, att arbetet koncentrerades på ensartade beståndstyper, vilka ställa mindre anspråk på undersökningstekniken än de mera sammansatta. Det kan ha sitt intresse att söka klargöra, i vilken mån dylikt material fanns att få i de tyska skogarna. Här kan endast bli fråga om en snabborientering.

Rörande de tyska skogarnas tillstånd omkring 1870 får man en föreställning genom SCHWAPPACHS beskrivning i »Handbuch der Forstwissenschaft» 1913, Abschnitt XVI, s. 1. Efter ett uppsving under 1700-talets senare hälft gick skogskulturen starkt tillbaka under första hälften av 1800-talet, då kalhuggningen undanträngdes av traktblädning. Omkring 1830 i södra och västra Tyskland samt omkring 1850 i nordöstra Tysklands tallområden vunno kulturåtgärderna åter terräng, denna gång företrädesvis genom plantering. Så långt en sammanfattning av SCHWAPPACHS framställning. Därav synes framgå, att det på 1870-talet kan ha funnits god tillgång på gamla och mycket unga kulturbestånd, medan viss brist kanske rådde på medelålders bestånd av önskad typ.

Om beståndsvården skriver SCHWAPPACH i »Handbuch», sid. 65: »Die Bestandespflege mittels Durchforstung ist zwar eine seit dem 16. Jh. bekannte Massregel, allein ihre allgemeine Durchführung im forstlichen Betrieb erfolgte doch erst in der 2. Hälfte des 19. Jh. Vorher war sie zwar durch Forstordnungen vorgeschrieben und in der forstlichen Literatur seit deren Entwicklung immer wieder mit der besten Begründung gefordert worden, allein in der Praxis beschränkte sich diese Massregel, von vereinzelt Ausnahmen abgesehen, in der Hauptsache auf die Entnahme des für bestimmte Zwecke geforderten Stangenmaterials und spåterhin auch auf den Aushieb des ganz oder fast dörren Holzes.»

Av denna skildring får man intrycket, att de skogar, där produktionsfrsken började, förut gallrats oregelbundet eller rensningsgallrats. Det r skäl att behålla detta i minnet, då vi nu gå över till själva undersökningarna.

### 1.3. SCHWAPPACHS metodik

Undersökningarna omfattade i huvudsak rena, likåldriga bestånd, dvs. likåldriga bestånd av endast ett trädslag. Bestånden skulle vid anläggningen vara fullslutna. Vi begränsa oss i det följande till tallen och anknyta till SCHWAPPACHS framställning i »Die Kiefer».

SCHWAPPACH skilde på tre uppgifter: gallringsfrsk, ljushuggningsfrsk och produktionsundersökningar. De två förstnämnda uppgifterna studerades på jmfrelseytor med såvitt möjligt lika utgångstillstånd, men med olika behandling. För att uppnå närmelsevis lika utgångstillstånd anlades de ytor, som skulle jämföras, i likartade delar av samma bestånd. Vid produktionsunderskningarna trädde behandlingen mera i bakgrunden, hr riktades in-tresset främst mot produktionens beroende av boniteten. De härför avsedda ytor-na utspriddes över alla boniteter och åldrar.

*Gallringsfrsken* anlades vid åldrarna 23 till 72 r och omfattade i regel jämförande frsk med svag, måttlig och stark gallring. Observationerna hade 1908 pågått under i genomsnitt 25 r. Bearbetningen begränsades till grundytetillväxten. Ingen säker skillnad kunde spåras mellan de olika gallringsgraderna.

*Ljushuggningsfrsken* avsågo jämförelse mellan ljushuggning och gallring, vanligen stark gallring. Frsksytorna anlades vid åldrarna 35 till 56 r och hade 1908 pågått i genomsnitt 15 r. SCHWAPPACH konstaterade, att nästan alla ljushuggna ytor haft större relativ, men mindre absolut grundytetillväxt än motsvarande jmfrelseytor. ringsbredden hade alltså ökat, men ej så mycket, att tillväxten per hektar blivit lika stor som på den tätare jmfrelseytan.

*Produktionsunderskningarna* utfördes på 144 fasta frsksytor, som anlades

i alla åldrar. År 1908 hade av dessa ytor 39 uppskattats fem gånger, 83 fyra gånger, 18 tre gånger, 3 två gånger och 1 yta en gång. Intervallet omfattade i regel fem eller sex år.

Målet för dessa undersökningar var att beskriva skogsbestånds totalutveckling i olika boniteter vid tillämpning av en bestämd gallringsmetod. Sådana beskrivningar ha fått olika namn — vi kalla dem produktionsstabeller. Utsikterna till framgång i detta arbete äro mycket beroende av förhållandet mellan den valda gallringsmetoden, som skall studeras, och försöksytornas tidigare behandling. Det är därför som vi i detta kapitel intresserat oss för de vid produktionsförsökens början använda skogsvårdsmetoderna. Om dessa metoder hade accepterats som underlag för tabellerna, skulle bearbetningen ha varit enkel. Hela skogen kunde då ha illustrerat beståndsutvecklingen vid den valda gallringen. Emellertid måste behandlingen ändras — det var för att studera nya metoder, som försöket gjordes. Den förutvarande svaga gallringen skärptes till en behandling, vilken betecknades som »måttlig». Därigenom bröts kontinuiteten i ytans behandling och vi måste räkna med en härav uppkommen ändring i beståndsutvecklingen. Denna fråga diskuteras längre fram, i 1.4. Dessförinnan skall emellertid SCHWAPPACHS förfarande belysas genom en kort redogörelse.

Produktionsytornas bearbetning skedde genom grafisk utjämning i två etapper: först framställdes en boniteringstabell och sedan beräknades med stöd av denna ett antal produktionsstabeller.

Boniteringstabellen utarbetades på följande sätt. De å varje yta vid varje uppskattning observerade beståndsmedelhöjderna upplades över åldern i ett sammanhang för hela undersökningen. På samma yta utförda observationer förenades genom kurvstycken och med ledning av dessa upprättades ett system S-formade strömlinjer, som representerade höjduitvecklingen över åldern. Sedan fem boniteter definierats genom antagna medelhöjder vid 100 år, inritades i strömlinjesystemet dessa boniteters höjduitvecklingskurvor, varefter gränskurvor mellan dem interpolerades.

De så erhållna kurvorna användes för materialets sortering på boniteter. En provyta, vars medelhöjd vid ytans ålder föll mellan två gränskurvor, tillfördes den av dem inneslutna boniteten. Därefter utfördes bearbetningen bonitetsvis. Vi betrakta här endast volymredovisningen.

På varje yta uppskattades för varje gallringstillfälle volymen »Derbholz» efter gallringen samt totalproduktionen av sådant virke. Med »Derbholz» förstås som bekant allt virke ovan jord, frånsett stubben, som på bark håller minst 7 cm. Genom relationstal, vilka erhållits vid kubering av provträd, beräknades ur dessa volymer även volymen »Baumholz», dvs. allt virke ovan jord, frånsett stubben. Det bör observeras, att svenska produktionsuppgifter för barrskog avse allt stamvirke ovan jord, frånsett stubben, alltså varken

»Derbholz» eller »Baumholz». I det fortsatta referatet syssla vi endast med produktionen av »Derbholz».

Totalproduktionen  $T$  samt volymen  $V$  efter gallringen, båda vid senaste uppskattningen, utjämnades grafiskt över åldern. Därefter erhöles summan av alla gallringar ( $\Sigma G$ ) enligt ekvationen

$$\Sigma G = T - V \dots\dots\dots (1.3.1)$$

För varje gallringstillfälle i tabellen beräknades summan av dittills uttagen gallring enligt 1.3.1, varefter de särskilda gallringarna erhöles som differenser. Intervallens tillväxter framtogos som differenser i totalproduktionsserierna. På detta sätt kunde hela volymredovisningen byggas upp på utjämnningen av två variabler.

#### 1.4. Diskussion av metoden

Låt oss nu se, hur denna beräkning kan tänkas fungera i ett försöksfall, vilket som helst. Undersökningar av den typ, som vi här diskutera, förutsätta en bestämd gallringsmetod, vilken i regel skiljer sig från den tidigare behandlingen. För att få korta uttryck antaga vi, att gallringen förut varit svag och att den i försöket blir stark. Ett regelrätt försök med den starka gallringen borde anläggas vid utgångsåldern, dvs. åldern för normal första gallring, och fortgå till slutavverkningen. För att nedbringa väntetiden brukar man emellertid anlägga produktionsytor på en gång i alla åldrar från och med utgångsåldern och sedan gallra dessa under några årtionden. På detta sätt få alla åldrar inflytande på resultatet, men de representeras alldeles övervägande av ytor i orätt utvecklingsstadium. Rätt utveckling få endast de ytor, som anläggas vid utgångsåldern och sålunda underkastas stark gallring ända från början. Alla övriga ytor ha genomgått en mer eller mindre lång period av svag gallring, innan den starka gallringen fått sätta in. Ytor, som anläggas vid slutåldern, ha uteslutande påverkats av svag gallring.

Förestående resonemang torde vara ostridigt. Det är tydligt, att metoden är behäftad med ett fel, som dock försvinner, om den nya och den gamla gallringen äro lika. Ju större skillnaden är mellan de båda gallringsprogrammen, desto större blir felet. Vi ha hittills endast betraktat det enklaste fallet, då en äldre gallringsmetod utbytes mot en ny. I verkligheten har beståndet ofta genomlevt flera behandlingstyper, innan försöket anlägges. Resultaten representera då en övergång från den första till den senaste gallringen.

Produktionstabellens syfte är att åskådliggöra den aktuella gallringen, alltså den senaste. Detta innebär, att endast de vid utgångsåldern anlagda ytorna lämna rätt svar på den uppställda frågan. Från dessa ytor kan man hämta alla data i tabellen, som avse de  $m$  första åren efter utgångsåldern, om



$m$  är observationstidens längd. Sätt växttiden från utgångsåldern till slutåldern  $= n$ . Proportionen data i tabellen, som från den här anlagda synpunkten äro riktiga, blir då  $= m:n$ . Eller uttryckt med ord: resultaten bli säkrare vid lång observationstid och kort växttid.

### 1.5. Slutomdöme

Efter denna allmänna diskussion återgå vi till SCHWAPPACHS produktions-tabeller. Förutsättningarna voro i detta fall goda. Den i försöket använda »måttliga» gallringen, som enligt nutida begrepp var tämligen svag, skilde sig ej alltför mycket från den tidigare behandlingen. Observationstiden var vid publicerandet 1908 i genomsnitt 20,4 år. Visserligen redovisades i tabellerna mycket långa växttider, men dessa kunde vid användningen betydligt minskas, så att relationen (observationstid): (växttid från utgångsåldern) blev mera gynnsam. Ur de synpunkter, som framkommit vid vår principdiskussion, och med hänsyn tagen till det dåvarande läget, kunna dessa tabeller anses tillfredsställa rimliga anspråk.

Emellertid bör understrykas, att principdiskussionen begränsats till volymutvecklingen, varför slutomdömet endast avser denna. Andra data i tabellerna äro ej lika åtkomliga för objektiv bedömning. Sådana variabler som stamantal, grundytor, medeldiametrar och formtal kräva dels utjämning var för sig över åldern, men dessutom måste tillses, att deras relationer till varandra och till volymvariablerna erhålla rimliga värden. SCHWAPPACH har sökt tillfredsställa dessa krav genom jämkningar. Han talar om »wiederholtes, ziemlich umständliches und zeitraubendes Probieren». Härigenom ha tabellerna fått ett starkt subjektivt inslag, som undandrar sig utomstående bedömning.

## Kap. 2. Svenska gallringsförsök

### 2.1. Inledning

Vid 1900-talets ingång rådde i Sverige ett livligt intresse för skogen och dess vård. Som en följd härav antogs 1903 en ny skogsvårdslag, vilken haft en genomgripande betydelse för vårt skogsbruk. Samma intresse framdrog 1902 beslutet att inrätta en institution för skoglig försöksverksamhet. Denna kallades »Forstliga försöksanstalten». Den fick 1905 namnet »Statens skogsförsöksanstalt» och ombildades 1945 till »Statens skogsforskningsinstitut».

Ända från första året ha produktionsundersökningar utgjort en viktig uppgift för denna institution. Under åren 1902—1925 anlades ett stort antal försöksytor, vilka sedan gallrats och reviderats ungefär vart femte år. Dessa arbeten leddes åren 1902—1908 av anstaltens första föreståndare, jägmästaren

ALEXANDER MAASS, åren 1909—1925 av hans efterträdare, professorn GUNNAR SCHOTTE, samt åren 1926—1944 av mig. Senare observationer ha icke påverkat denna undersökning.

Vi återkomma till en detaljerad diskussion av det insamlade materialet. Framställningen i detta kapitel avser endast att allmänt karakterisera undersökningens uppläggning, materialinsamlingen och valet av bearbetningsmetod.

## 2.2. Försöksytorna

Frånsett mindre nyanser voro de i föregående kapitel beskrivna metoderna de enda, som voro kända vid sekelskiftet. Vår nya försöksanstalts målsättning blev därför likartad med föregångarnas. Undersökningarna avsågo likåldriga, rena bestånd med jämn ytfördelning av stammarna. I brist på bättre term kalla vi sådana bestånd homogena. Tillgång på homogena bestånd i alla åldrar var en väsentlig förutsättning för en framgångsrik produktionsforskning.

Ur denna synpunkt var situationen i stort sett gynnsam, då vår institution började. I södra Sverige hade trakthyggesbruk med efterföljande kultur länge bedrivits i så stor utsträckning, att förekomsten av homogent material var tillfredsställande. I Norrland fanns riklig tillgång på tämligen homogena tallbestånd, som uppkommit genom självsådd efter skogseld. För norrländsk gran var däremot ställningen mindre gynnsam.

Emellertid visade diskussionen i kap. 1, att ännu ett villkor måste ställas på materialet, om den gängse bearbetningsmetoden skulle leda till avsett resultat. Metoden fordrade, att försöksbestånden skulle ha länge behandlats på det sätt, som man önskade pröva på försöksytorna. Ett fullkomligt uppfyllande av detta krav förekom ingenstades, varken hos oss eller i utlandet. Men approximation kunde vara bättre eller sämre. I detta avseende var situationen i södra Sverige sämre än på kontinenten. På båda hållen hade den tidigare vården bestått av mycket svag gallring, men vår försöksanstalt började trettio år senare än den tyska och under den tiden hade anspråken skärpts på de gallringar, som man önskade försöka. Motsättningen mellan den gamla och den nya beståndsvården var därför större hos oss redan vid starten. Detta gällde södra Sverige. I norra Sverige, särskilt i övre Norrland, hade i stor utsträckning ingen gallring förekommit, varför motsättningen där blev ännu större.

Under sina tidigare verksamhetsår följde den svenska försöksanstalten ganska nära de tyska förebilderna. I första hand anlades jämförande gallringsytor. Efter några år följde ensamliggande ytor, vilka avsågos som underlag för produktionstabeller. På dessa ytor tillämpades under de första åren nästan uteslutande svag låggallring. Redan 1911 kunde MAASS framlägga en produktionstabell för svagt låggallrade tallbestånd.

Emellertid blev det snart uppenbart, att svenskt skogsbruk stod inför en omdaning. Cellulosaindustrien utvidgades kraftigt och sågverken sänkte

undre gränsen för sågtimmer. Den efterfrågan på smärre gagnvirke, som skapades på detta sätt, stimulerade till försök med starkare gallringsmetoder. I detta reformarbete deltog SCHOTTE med livligt intresse. Hans närmaste mål var att med ytorna som åskådningsmaterial direkt påverka skogsskötseln i landet. Detta mål nådde han också i mycket betydande grad.

Sedan SCHOTTE 1908 blivit anstaltens föreståndare, fortsattes nyanläggningen av försöksytor i oförminskad omfattning. Därvid användes med förkärlek stark och extra stark låggallring, den senare i syfte att få utrönt, hur långt man kunde gå i denna riktning. Många försöksytor, som tidigare anlagts för belysning av svag gallring, omfördes till starkare gallringstyper. Härigenom försvagades sambandet mellan ytan och gallringsformen. — I granskog ägnades stort intresse åt en behandlingsform, som kallades krongallring.

### 2.3. Bearbetningsfrågan

Denna utveckling av materialets sammansättning försvårade på två sätt användningen av den traditionella bearbetningsmetod, som beskrivits i kap. 1. Dels skärptes gallringen i genomsnitt, vilket ökade motsättningen mellan beståndens förutvarande skötsel och försöksytornas behandling. Dessutom försvagades materialet kvantitativt genom att det fördelades på flera gallringsprogram, som enligt den anförda metoden borde bearbetas var för sig.

När jag vid ingången av 1927 övertog ansvaret för denna undersökning, blev bearbetningsfrågan aktuell. Resonemanget följde därvid de linjer, som angivits i det föregående. Slutsatsen blev, att den traditionella metoden icke kunde tillämpas på vårt material. De sista orden ha spärrats för att framhäva, att kritiken icke riktades mot metoden och ej heller mot materialet, utan mot deras kombinerande. Den gamla vägen var stängd och det blev nödvändigt att finna en ny.

Såsom förut framhållits hade ytans betydelse som undersökningsenhet försvagats genom programbytena. I samma riktning verkade omläggningar av uppskattningsmetoderna och klimatiska ändringar. Första steget blev därför att uppdelade de observerade utvecklingsförloppen i korta fragment, vardera omfattande tiden mellan två gallringar. Dessa delförlopp betraktades sedan som fristående element i en undersökning, där man sökte utröna sambanden mellan tillväxten under intervallet och beståndets tillstånd vid intervallets början. En sådan uppgift kunde endast lösas med matematisk statistik.

## Kap. 3. Materialet

### 3.1. Inledning

I de flesta undersökningar får det anses normalt, att materialinsamlingen och bearbetningen planläggas samtidigt. Undersökningen innebär ofta frågor till naturen, vilka vid bearbetningen måste riktas till materialet. Svarens värde beror på i vilken mån naturen representeras av materialet.

Vid skogliga produktionsundersökningar är en tillfredsställande samordning av materialinsamling och bearbetning svår att åstadkomma, även om de planeras gemensamt. I detta avseende — liksom i många andra — innebär den statistiska metoden ett stort framsteg. Den skärper frågeställningen och blir därigenom vägledande för materialinsamlingen.

Emellertid har den produktionsundersökning, som här framlägges, tillkommit på annat sätt. Under den tid, då försöksytorna anlades och de ursprungliga gallringsprogrammen utformades, voro den gamla bearbetningens svagheter ännu ej kända och den nya metoden var ej påtänkt. På grund härav har materialinsamlingen ej kunnat samordnas med bearbetningen.

Det är viktigt, att detta ihågkommes vid framtida planläggningar. Den föreliggande undersökningen har mött många svårigheter, som ej behöva förekomma vid blivande arbeten av samma slag.

### 3.2. Observationstiden

I kap. 1 belystes sambandet mellan gallringsprogram och behövlig observationstid. Den sakliga innebörden av det sagda återges här i mera preciserad formulering. Om beståndens förutvarande behandling fortsättes å försöksytan, kan man nöja sig med engångsuppskattning. Vid avsevärd ändring av behandlingen bör observationen strängt taget omfatta hela utvecklingen från första gallringen till slutavverkningen. Vanligen måste kortare observationstider godtagas som en kompromiss, men då bör man vara uppmärksam på risken av systematiska fel.

Det sagda avsåg den äldre metod, som beskrivits i kap. 1. Emellertid gäller detsamma som tendens även vid statistisk bearbetning, ehuru störningen där blir mindre på grund av metodens smidighet.

Observationstidens betydelse för de tillfälliga felanmärkningarna kommer att diskuteras i kap. 6. Här skall endast framhållas, att resultatens säkerhet starkt påverkas av antalet element, dvs. undersökningsenheter. I detta material har tillväxten observerats för perioder om ungefär fem år. Varje sådan observation utgör ett element i undersökningen. Detta innebär, att materialet växt med ett element per yta vart femte år.

När bearbetningsfrågan upptogs 1927, var läget följande. Eftersom trädens tillväxt bestämts genom klavning, kunde endast de ytor utnyttjas, vilka uppskattats minst två gånger. För tallen, som närmast kom i fråga, bortföll härigenom ca 31 % av antalet ytor. De övriga hade observerats i genomsnitt 12,5 år. I betraktande av våra långa växttider, särskilt i Norrland, samt med hänsyn till den starka motsättningen mellan förutvarande skötsel och försöksprogrammen, måste denna observationstid anses otillräcklig. För samma uppfattning talade de nyss berörda säkerhetskraven. Materialet var ännu ej färdigt för bearbetning till produktionstabeller.

Vid senare tillfällen, 1937 och 1947, ha produktionstabeller färdigställts för särskilda ändamål. De nu föreliggande tabellerna publicerades delvis 1951. Till de här nämnda produktionstabellerna återkomma vi i kap. 25.

### 3.3. Materialets homogenitet

Den föregående diskussionen har begränsats till homogena bestånd, varmed i detta sammanhang förstås likåldriga, rena bestånd med jämn ytfördelning. Sådana beståndstyper eftersträvades i de äldre produktionsundersökningar, som berördes i kap. 1. I motsvarande svenska försök gjordes betydande avvikelser från traditionen i fråga om gallringsprogrammen, men önskemålet om homogena utgångsbestånd bibehölls. Den undersökning, som här framlägges, är bunden av denna förutsättning.

Emellertid ha begreppen likåldrig och ren, som ingå i homogeniteten, ej tolkats fullt strängt i produktionsundersökningarna, varken hos oss eller i utlandet. Man har tillåtit vissa olikheter. Avvikelsen i ålder har å gallringsytorna någon gång uppgått till 20 år — för enstaka träd mera. Bestånden ha betraktats som rena, om inblandningen av andra trädslag före gallringen vid försökets anläggning ej uppgått till sammanlagt 10 procent av kubikmassan. Stammarnas ytfördelning har i detta material ej vållat några svårigheter, eftersom ytorna i regel utlagts i fullslutna och jämna bestånd.

De avvikelser från full homogenitet, som sålunda förekommit, ha på olika sätt inverkat på bearbetningen. De på stubbar observerade åldrarna ha efter korrektion till mark utjämnats över tillhörande brösthöjdsdiameter, varefter den sökta beståndsåldern avlästs på regressionslinjen vid stamfördelningens övre gräns. Inblandade andra trädslag ha negligerats i avvaktan på en gemensam bearbetning av alla blandningsgrader.

### 3.4. Försöksytornas gruppering

Denna undersökning har begränsats till tall och gran. Försöksytorna ha under bearbetningens gång grupperats på olika sätt. Vi återkomma härtill i samband med redogörelsen för själva bearbetningen. För en första orientering kan emellertid grupperingen i tab. 3.4.1 användas.

Tabell 3.4.1. Gruppindelning av homogen barrskog

Grupp	Trädslag	Område	Uppkomstsätt
I	Tall	Norra Sverige	icke planterad -
II	»	» »	planterad
III	»	Södra Sverige	icke planterad -
IV	»	» »	planterad
V	Gran	Norra Sverige	icke planterad
VI	»	» »	planterad
VII	»	Södra Sverige	icke planterad
VIII	»	» »	planterad

Till norra Sverige ha förts tallytor, som ligga inom området för nordsvensk tall enligt SYLVÉNS karta (1916 s. 212) eller inom del av övergångszonen, som ansetts närmast kunna hänföras till det norra området. Övriga tallytor ha förts till södra Sverige.

Beträffande granen har som provisorisk gräns mellan norra och södra Sverige tillämpats den i »Jordbruksatlas över Sverige» angivna sydgränsen för »norrländsterrängen» (JONASSON, HÖIJER och BJÖRKMAN, 1937 s. 15).

Emellertid gäller för båda trädslagen att materialet i gränsernas närhet är ringa, varför en administrativ gräns, som i regel är bekvämare, kan anses motiverad vid tillämpningen. Förslagsvis kan till norra Sverige hänföras Norrland och Dalarna.

Under rubriken »Trädslag» redovisas inga lokalraser. Här bör emellertid framhållas, att en stor del av den planterade granen i grupp VIII torde ha tysk härstamning.

Beteckningarna för uppkomstsätt innefatta många nyanser, som här ej åtskilts. Begreppet »plantering» täcker olika planteringsmetoder och förband. Viktigast är, att till gruppen »icke planterad» måst föras både självsådder och olika slag av såddåtgärder. För tallen betyder »icke planterad» i norra Sverige enbart självsådd, medan i södra Sverige därmed förstås både självsådd och sådd.

Endast i grupperna I, III och VIII har materialtillgången tillåtit direkt härledning av produktionstabeller. För några andra grupper ha dylika tabeller framställts genom att kombinera direkt härledning med överslagsberäkningar. Beträffande homogena lövskogsbestånd torde en viss ledning kunna erhållas genom liknande beräkningar. Mest svåråtkomliga äro, såsom förut framhållits, blandskogen och den olikåldriga skogen. I fråga om dessa beståndstyper måste vi tillsvidare reda oss med enkla överbäganden, stödda av lokala observationer och analogislut från produktionens gång i de undersökta typerna.

### 3.5. Variabler

Vi skola i det följande särskilt uppehålla oss vid grupperna I, III och VIII, där materialet räckt till för en mera regelrätt bearbetning. En sådan grupp består av ett antal ytor, som motsvara gruppens allmänna definition, men i övrigt kunna variera betydligt. Ytorna ha observerats vid en eller flera »revisioner», då programenliga gallringar utförts och tillväxten mellan revisionerna bestämts.

I materialet sammanfalla gallringsintervall och tillväxtperioder, medan vid tillämpningen ett gallringsintervall kan omfatta flera tillväxtperioder. Huvudsaken är, att gallring ej uttages under en pågående tillväxtperiod. För varje element i undersökningen observera vi en beroende variabel — i detta fall något uttryck för tillväxten under perioden — och ett antal oberoende variabler, vilka beskriva tillståndet vid periodens början och sålunda från statistisk synpunkt kunna betraktas som tillväxtens förutsättningar. Bearbetningen går ut på att uttrycka den beroende variabeln som en funktion av de oberoende variablerna. Detta sker genom regressionsanalys.

### 3.6. Beskrivning av materialet

För tallen hänvisas i första hand till NÄSLUNDS arbete »Skogsförsöksanstaltens gallringsförsök i tallskog. Primärbearbetning». (1936). Där lämnas noggranna beskrivningar av försöksytorna, varvid särskild omsorg ägnas åt bedömningen av uppskattningsfelen. Sedan detta arbete skrevs, ha en del nya ytor indragits i undersökningen och dessutom har å ett flertal ytor ännu en gallringsperiod tillkommit genom att tallmaterialet utnyttjats fram till 1939. Vissa synpunkter på materialet ha aktualiserats av produktionsbearbetningen. Dylika tillägg beaktas, där så erfordras, i den följande variabeldiskussionen.

För granen har någon sammanhängande beskrivning av materialet icke utförts. Beträffande säkerheten ha NÄSLUNDS tallstudier ansetts vägledande även för gran. Mest vägande har dock varit, att många av granytorna befinna sig i en utveckling, som varit särskilt intressant efter 1940, då materialinsamlingen till produktionsundersökningen måste avslutas. På grund härav har en fristående redovisning av utvecklingen fram till 1940 icke ansetts lämplig.

Tillväxtberäkningen har omfattat:

Grupp	Ytor	Tillväxtperioder
I	66	271
III	52	195
VIII	44	174

## II. Allmänna metodfrågor

### Kap. 4. Arbetsplanens huvuddrag

#### 4.1. Ett program

Vi ha sett i kap. 2, hur vissa egenskaper hos materialet framtvingade övergång till statistisk bearbetning. Därmed vanns emellertid ej blott en utväg ur ett dilemma, utan vi fingo — genom den nya metodens stora rörlighet — en helt ny målsättning. De nya synpunkterna framlades den 11 mars 1932 inför Svenska skogsvårdsföreningen i mitt föredrag: »Skogsförsöksanstaltens gallringsförsök, en bearbetning och ett program» (PETTERSON 1933). Därvid formulerades målet på följande sätt:

»Skogsförsöksanstaltens gallringsförsök äro avsedda att utgöra en fast stomme i de undersökningar, som en gång skola ge oss anvisning om den vid varje kombination av förutsättningar ekonomiskt bästa beståndsbehandlingen.

Uppgiften innefattar två huvudproblem: att för olika biologiska förutsättningar utreda den beståndsutveckling, som med olika behandling kan åstadkommas, och att bland alla dessa biologiskt möjliga alternativ utvälja de för olika förhållanden ekonomiskt mest fördelaktiga.»

#### 4.2. Arbetsfördelning

Med biologiska förutsättningar förstås i programmet alla de faktorer, som direkt eller indirekt påverka trädens liv. Att studera de verksamma faktorerna och utreda deras inflytande på skogsbestånden är en stor naturvetenskaplig uppgift, vilken omfattar otaliga delproblem. I den mån dessa lösas, ett efter ett, kommer kunskapen om skogens liv att vidgas och fördjupas. Härigenom bli utan tvivel skogsmännens iakttagelser mera nyanserade och deras beslut mera välgrundade, då det gäller skogsvårdens detaljer. Däremot finns det ingen utsikt, att den naturvetenskapliga analysen av skogliga delprocesser någonsin skall leda fram till ett behärskande av den helhetsföreteelse, som beståndsutvecklingen utgör.

Denna sida av skogens liv studeras av produktionsforskningen. Det väsentligaste blir härvid själva det yttre skeendet. Arbetsmetoden är och måste vara statistisk. Vi veta icke, varför träden växa på det sätt vi se, men vi kunna bedöma, hur de sannolikt komma att växa under olika förutsättningar. Vårt viktigaste stöd i detta arbete är kunskap om hur träd tidigare vuxit under liknande förhållanden. Då ett bestånd, som uppfyller vissa homogenitetskrav, redan finnes på platsen, uppskattas dess bonitet genom den förutvarande höjdutvecklingen. Denna bonitet betraktas sedan som en biologisk förutsättning för beståndets fortsatta tillväxt. Mer invecklade fall av bonitering diskuteras i kap. 7.



### 4.3. Beståndsutvecklingen

Programmet efterfrågar den beståndsutveckling, som vid rådande biologiska förutsättningar kan åstadkommas genom olika behandling. De faktorer, som bestämma en sådan utveckling, kunna fördelas på följande grupper: allmänna biologiska förutsättningar (klimat, mark, trädslag, ras), utgångsbeståndet och gallringen. Dessa tre avgöra tillsammans tillväxten. Vid upprättandet av en produktionstabell kräver varje faktorgrupp sin särskilda metodik:

*I. De allmänna biologiska förutsättningarna* (klimat, mark, trädslag, ras) representeras vanligen av geografiskt område, trädslag och bonitet. I en produktionstabell äro dessa förutsättningar givna.

*II. Utgångsbeståndet* präglas starkt av uppkomstsättet och utvecklingen under de första åren. Det kan vara strängt lagbundet, om det uppkommit tätt, och utan typiska drag, om föryngringen varit mycket gles. Planterade bestånd få en för dem karakteristisk struktur. På grund av dessa inflytelser tillkomma tabellernas utgångsbestånd genom tämligen fritt val i de minst lagbundna fallen och efter noggranna undersökningar i de mera lagbundna. Ofta är det lämpligt att välja vissa strukturbestämmande data fritt inom rimliga gränser, medan andra data anpassas till de valda genom sambandsundersökningar. Utgångsbeståndet måste givetvis inpassas i den ram, som uppdrages av de allmänna biologiska förutsättningarna.

*III. Gallringen* kan i täta bestånd få karaktären av självgallring, alltså en naturföreteelse, som måste undersökas. Aktiv gallring utföres däremot enligt fritt val, som i produktionstabeller formuleras genom ett gallringsprogram. Dessa program avse en systematisk minskning av stamantalen. Tillvägagångssättet är följande:

Utgångsbeståndet indelas i relativa diameterklasser, s. k. utgångsklasser. Varje sådan klass bibehålles som enhet under beståndets återstående liv. Det ursprungliga stamantalet i klassen minskas successivt genom gallring, som i vissa fall uttager hela antalet. Vanligast är dock, att en del av klassens stammar kvarstår till slutavverkningen. Något in- eller utväxande över klassgränserna äger ej rum.

*IV. Tillväxten.* Att bestämma tillväxten i produktionstabeller är en ren forskningsuppgift, vilken helt eller delvis löses genom regressionsanalys. Som resultat av analysen erhållas sambandsfunktioner, med vilkas hjälp tillväxten kan beräknas för olika kombinationer av förutsättningar (se kap. 6).

Den viktigaste sambandsfunktionen i den föreliggande undersökningen avsåg medeldiameterens tillväxt. Med stöd därav kunde tillväxten beräknas även för andra diametrar (se kap. 21).

Beträffande höjdtillväxten valdes ej samma väg, därför att denna tillväxt var svår att bestämma på stående träd och särskilt med hänsyn till höjdernas

osäkerhet i materialet före 1927. I stället inriktades uppmärksamheten direkt på övre höjdens utvecklingskurvor (se kap. 7).

Med hjälp av den så erhållna övre höjden beräknades höjdkurvan över diametern vid varje gallringstillfälle. Därvid användes ett samband mellan höjdkurvans konstanter och övre höjden, som framtagits med en enkel regressionsanalys (se kap. 22).

Genom dessa beräkningar bestämdes brösthöjdsdiametern och höjden för varje klassmittstam vid varje gallringstillfälle. Dessa stammar kuberades enligt NÄSLUNDS tabeller. Efter multiplikation med klassernas stamantal erhöles volymerna före och efter gallringen samt slutligen hela volymproduktionen (se kap. 28).

## Kap. 5. Sannolik tillväxt

### 5.1. Inledning

Produktionsforskningens mål är — såsom förut framhållits — att klargöra skogens sätt att växa under olika betingelser. Det är härvid icke fråga om att profetera, hur enskilda skogsbestånd faktiskt komma att utvecklas. Här för skulle krävas en fullständig kännedom om lagarna för skogens växande samt om de därvid verksamma faktorernas nuvarande tillstånd och blivande förändringar i varje bestånd. Så långt komma vi aldrig. Vår uppgift är betydligt anspråkslösare, men likväl ofantligt viktig. Vi söka den sannolika utvecklingen hos typbestånd.

Vad menas då med sannolik utveckling? Ett bestånds utveckling bestäms av skötseln och tillväxten. I praktiken utformas skötseln under ständig anpassning till det vid varje ingrepp rådande läget. Vid sådana undersökningar, varom här är fråga, fastställer man i förväg ett visst skötselprogram. Under denna förutsättning är endast tillväxten obekant. För att nå den sannolika utvecklingen hos typbestånd måste vi bestämma deras sannolika tillväxt.

### 5.2. Gruppindelning

För att klargöra, vad denna målsättning innebär, göra vi ett tankeexperiment. Ur ett mycket stort observationsmaterial utplocka vi en grupp homogena tallbestånd, som alla uppfylla villkoret, att åldern skall vara 80 år, höjden 17 meter och stamantalet 500. I övrigt kunna bestånden variera hur mycket som helst. Ur tillväxtobservationerna inom denna grupp beräkna vi medelvärdet och spridningen. På statistiska grunder betrakta vi medelvärdet som en uppskattning av gruppens sannolika tillväxt och beräkna uppskattningens säkerhet.

Vi kunna nu, fortfarande som ett tankeexperiment, betrakta åldern, höjden och stamantalet som variabler och låta dem var för sig antaga alla förekommande värden. Genom att kombinera dessa på alla tänkbara sätt definiera vi en stor mängd nya grupper, på vilka materialet uppsorteras. Inom varje grupp beräknas som förut den sannolika tillväxten, spridningen och säkerheten. Dessa beräkningar ge oss alltså en uppskattning av den sannolika tillväxten för vilken kombination som helst av ålder, höjd och stamantal.

Nu uppstår frågan, om vi icke kunna åstadkomma säkrare uppskattningar. Första villkoret härför är att spridningen inom grupperna nedbringas. Vårt enda medel för att nå detta mål är ändring av gruppdefinitionen. Vi tillfoga på försök ännu en gruppdefinierande variabel, t. ex. medeldiametern, vilket innebär att var och en av de förut bildade grupperna uppsorteras på undergrupper, som omfatta bestånd med lika medeldiameter. Härigenom sjunker spridningen inom grupperna, eftersom medeldiametern bortfaller som variationsorsak.

Vi fortsätta att på detta sätt tillfoga nya gruppdefinierande variabler. Förr eller senare komma vi fram till en gräns, där nya variabelförsök stranda. Tillväxtens spridning sjunker ej längre. Detta behöver ej bero på att de sist försökta variablerna sakna inflytande på tillväxten. En sådan inverkan kan faktiskt existera, men den har redan tagits upp av tidigare införda variabler, som samvariera med de sist försökta.

För att fullständiga bilden bör tilläggas, att en ny variabel kan beredas plats i gruppdefinitionen genom att borttaga en eller flera förut godkända. Vidare må framhållas, att endast variabler, som kunna observeras i fält, äro användbara. Även om vi med säkerhet veta, att en viss faktor är verksam i produktionsprocessen, kan den icke utnyttjas för problemets lösning, om den ej kan observeras.

I det föregående har talats om medeldiametern som variationsorsak och vissa variablers inflytande på tillväxten. Detta är endast bilder. Det som kan konstateras är förekomsten av statistiska samband. Huruvida dessa bero på direkt kausalitet eller böra uppfattas som parallellföreteelser saknar betydelse för detta problem.

Summan av det hela är, att det i varje problem finns en viss uppsättning gruppdefinierande variabler, som vid tillämpning av det beskrivna förfarandet ger den säkrast bestämda tillväxten. Den spridning, som kvarstår i en sådan grupp, kunna vi ej komma åt, förrän forskningen öppnat möjligheter att ytterligare precisera gruppdefinitionen.

Emellertid var, såsom förut framhållits, den beskrivna gruppbildningen endast ett tankeexperiment. Den kan ej utföras i verkligheten, därför att kraven på materialets storlek skulle bli överväldigande. Tanken har framförts här, emedan den på ett utmärkt sätt belyser, vad som sker i produktionsforskning-

ens förnämsta arbetsmetod: regressionsanalysen. Vid jämförelse med denna framstår gruppindelningen som ett ouppnåeligt ideal och regressionsanalysen som en genomförbar approximation.

## Kap. 6. Regressionsanalys

### 6.1. Inledning

Beträffande regressionsanalysens historia hänvisas till den statistiska facklitteraturen. Här skola endast några punkter beröras, som ha betydelse för analysens användning i skoglig produktionsforskning. Denna översikt återger delar av en P. M., skriven av fil. lic. B. MATÉRN.

Regressionsanalysen är uppbyggd på minsta kvadratmetoden, vilken lär ha beskrivits första gången av LEGENDRE 1806. Oberoende av honom framlades den av GAUSS 1809.

Minsta kvadratmetodens tidigare tillämpningar föllo inom felteorin. Ett av de huvudproblem, som behandlades, var elementutjämnning (»Ausgleichung vermittelnder Beobachtungen»). I sådana problem äro vissa observationer ( $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$ ) givna. Det »sanna» värdet av varje  $Y$  är en funktion, vars analytiska uttryck är känt, men vari ingå okända parametrar ( $b_1, b_2, \dots, b_k$ , med  $k < n$ ). Det observerade värdet är lika med det sanna värdet plus ett mättningsfel  $e_i$ . Vi ha alltså

$$Y_i = f_i(b_1, \dots, b_n) + e_i \quad (i = 1, 2, \dots, n) \dots\dots\dots (6.1.1)$$

Om funktionen  $f_i$  är linjär eller omformas till linjär kan 6.1.1 skrivas

$$Y_i = b_1 X_{1i} + b_2 X_{2i} + \dots + b_k X_{ki} + e_i, \dots\dots\dots (6.1.2)$$

där storheterna  $X$  äro kända. Det gäller att uppskatta de okända parametrarnas värden. För detta ändamål användes minsta kvadratmetoden.

Termerna regression och korrelation uppges ha skapats av GALTON på 1880-talet. GALTON sysslade med linjär regression och korrelation mellan två variabler. Fallet med krökt regression behandlades av KARL PEARSON 1905. En allmän framställning av linjär regression och korrelation mellan godtyckligt många variabler gavs av YULE 1907.

Dessa författare hade för ögonen ett stickprov (sample) av »individer» från en existerande eller hypotetisk »population». För varje individ i provet observerades värdena på vissa mätbara egenskaper ( $Y, X_1, X_2 \dots$ ). Frågeställningen var: på vilket sätt samvariera dessa kvantiteter i populationen? Den kvantitet, som här betecknas med  $Y$ , intog inte som i felteorin någon särställning gentemot de övriga. Man var speciellt intresserad av att få ett

mått på samvariationens styrka och använde för detta ändamål korrelationskoefficienter. Ofta ville man dock därtill få ett uttryck för vilka värden någon av storheterna (en »beroende» variabel, t. ex.  $Y$ ) i genomsnitt antog, då de övriga, de »oberoende», variablerna tilldelades olika kombinationer av värden. Under förutsättning att sambandet kunde uttryckas genom en linjär funktion erhöles regressionsfunktionen

$$Y = b_0 + b_1X_1 + \dots + b_kX_k \dots \dots \dots (6.1.3)$$

Som synes är 6.1.3 av samma typ som uttrycket för det »sanna» värdet av  $Y$  i 6.1.2. Skillnaden är en fråga om  $X$ :ns innebörd. I felteorin äro dessa av observatören fixerade konstanter. I korrelationsteorin äro de »random variables» med sannolikhetsfördelningar.

Emellertid synas efter hand allt fler författare i regressionsteorin ha innefattat även fall med »non-random» oberoende variabler, sålunda fall, där korrelationskoefficienterna knappast ha någon mening.

Exempelvis säger FISHER i »Statistical Methods» (citerat här från 4:e upplagan, 1932, sid. 120): »The idea of regression is usually introduced in connexion with the theory of correlation, but it is in reality a more general, and, in some respects, a simpler idea; and the regression coefficients are of interest and scientific importance in many classes of data where the correlation coefficient, if used at all, is an artificial concept of no real utility.»

Principen för den numeriska uppskattningen av storheterna  $b_1, b_2, \dots$  i 6.1.2 och 6.1.3 var densamma i den ursprungliga korrelationsteorin som i felteorin, nämligen minsta kvadratprincipen. I felteorin torde man mest ha använt räknemetoder, som stödjade sig på GAUSS' algoritm, t. ex. DOOLITTLES. YULES räkneteknik tycks närmast vara utformad med tanke på att man skulle ur olika aspekter kunna belysa graden och naturen av samvariationen inom populationen. Den tar sålunda inte direkt sikte på bestämningen av regressionen av en speciell variabel ( $Y$ ) på de för denna variabls variation relevanta övriga variablerna. Tillämpad på denna uppgift var YULES räknerutin underlägsen de som tidigare framlagts av GAUSS och hans efterföljare. För författare, som inte voro intresserade av populationsstudier, måste därför den yuleska rutinen förefalla olämplig. Så är fallet med FISHER, MILLS och EZEKIEL. Dessa gingo tillbaka till den gaussiska räknerutinen för minsta kvadratmetoden. Prioritet tycks TOLLEY och EZEKIEL (1923) ha. R. A. FISHER med »Statistical Methods» kom ej långt efter (1925).

Så långt en sammanfattning av MATÉRNS framställning. Här skall endast vitsordas, att den beskrivna återgången till GAUSS' räknerutin medförde ett starkt och snabbt uppsving för den skoglilla produktionsforskningen i Sverige. Därtill bidrog väsentligt det praktiska handlaget hos de nämnda amerikanska

författarna, kanske i främsta rummet MILLS (1925), som på ett klagörande sätt redogjorde för den av DOOLITTLE (1878) publicerade metoden.

I föreliggande undersökning upplades arbetets ram enligt DOOLITTES anvisningar, varefter YULES formler användes för att förstå de inre sambanden.

Både MILLS och EZEKIEL angåvo i förelöpande artiklar under 1920-talet sina metoder som avsedda för lösning av korrelationsproblem. EZEKIEL kallade 1930 en bok, där han gav stort utrymme åt DOOLITTES metod, för korrelationsanalys. I anslutning härtill användes denna term under några år vid skogsförsöksanstalten. Då emellertid produktionsforskningens arbeten sakligt sett innebära en regressionsanalys, har jag föredragit att benämna dem så.

Det bör understrykas, att föreliggande arbete är skrivet av en skogsman för skogsmän. Både författaren och läsarna äro amatörer på det statistiska området. Att detta likväl beträffs förklaras av övertygelsen, att steget är nödvändigt. Den skogliga produktionsforskningen kräver samverkan av fackmän i olika läger, men frågorna måste ställas av skogsmän och det är dessa som skola använda resultaten. Det är därför angeläget, att skogsmännen erhålla åtminstone en föreställning om den hjälp, som den statistiska analysen kan skänka produktionsforskningen.

## 6.2. Produktionsforskningens särskilda krav

I kap. 5 jämfördes regressionsanalysen med en tänkt gruppindelning av materialet, där grupperna definierades genom ett antal oberoende variabler. För varje sådan grupp beräknades — enligt antagandet — medelvärdet av de å gruppens yta observerade tillväxterna. Dessa medeltal betraktades som uppskattningar av den sannolika tillväxten.

I fråga om den undersökta företagsens förutsättningar ställa gruppindelningen och regressionsanalysen samma krav på bearbetningen. De oberoende variablerna, som definiera dessa förutsättningar, böra i båda fallen vara så valda, att definitionen blir tillräckligt preciserad. Emellertid finns det en avgörande skillnad mellan det tänkta förfarandet och regressionsanalysen. Den ligger däri, att man i förra fallet bearbetar varje grupp separat, medan analysen utjämnar hela materialet i ett sammanhang. Denna utjämning, som är ett ofrånkomligt led i analysen, har både goda och dåliga sidor. Den innebär förbättringar, då den borttager tillfälliga — av otillräckligt material beroende — avvikelser från de rätta gruppmedeltalen. Däremot blir utjämningen skadlig, om den medför systematiska avvikelser från de sanna värdena. Dylika avvikelser, vilka uppkomma genom funktionens stelhet, äro mer eller mindre oundvikliga. Det är vår uppgift att begränsa dem så mycket som möjligt.

För att motverka sådana fel kunna olika metoder användas. Ett i viss utsträckning verksamt hjälpmedel är omformning eller transformering av en eller flera oberoende variabler, då alltså den primära variabeln utbytes mot någon funktion av samma variabel. Ett annat sätt är kombination, då som ny variabel införes en funktion av flera primära variabler.

En regressionsfunktions anpassning till materialet efter dessa linjer är ett synnerligen tidsödande företag. Man har därvid ledning av spridningen kring funktionen. Svårigheten är att man ej vet, i vilken mån avvikelserna bero på otillräckligt preciserad gruppdefinition eller på utjämningsfel. Den förbättring av funktionen, som alltid eftersträvas, kan i förra fallet uppnås genom en ny primär variabel, medan den i andra fallet förutsätter omformning eller kombination. Den enda framkomliga vägen är upprepade försök, vilka kontrolleras genom spridningen eller annat mått på anpassningen.

Det är här som produktionsforskningen sätter in sina särskilda krav. Medan enklare regressionsuppgifter kunna syssla med tendenser, syftar produktionsforskningen till en beskrivning av skogsbeståndens sannolika utveckling. Härför fordras smidiga funktioner, som endast kunna nås genom omsorgsfull anpassning till materialet. Detta arbete kräver många försök med olika variabler. Möjligheten att genomföra en sådan regressionsanalys blir ytterst beroende av tidsåtgången för varje variabelförsök. Vi återkomma härtill i 6.13.

### 6.3. Total regression

I det föregående har regressionsanalysen i olika sammanhang jämförts med en tänkt gruppindelning. Den bestämning av en beroende variabel, t. ex. tillväxten, som i ett givet fall erhålles genom en regressionsfunktion, utgör enligt denna åskådning en uppskattning av tillväxtens sannolika värde i den grupp, vilken definieras av funktionens oberoende variabler. Det är upplysande att från denna synpunkt betrakta det enklaste regressionsfallet, nämligen den totala regressionen av  $Y$  på  $X$ .

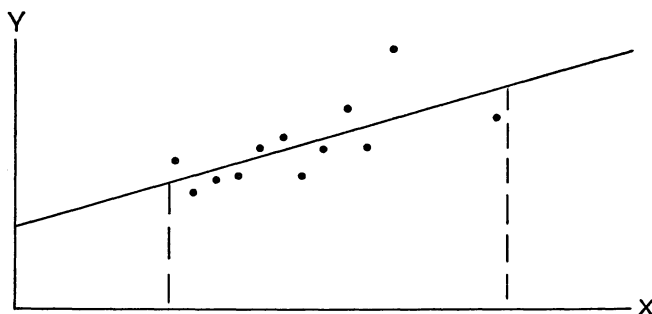


Fig. 6.3.1. Material utjämnat med regressionslinje av typen  $Y = a + bX$ . Materialområdet utmärkt genom streckning.

I fig. 6.3.1 representera punkterna medeltal av  $Y$ -värden, som observerats i  $X$ -klasser. Varje sådan punkt är en uppskattning av den ifrågavarande  $X$ -klassens sannolika  $Y$ -värde. Så länge vi betrakta isolerade klasser kunna vi ej komma längre än till dessa uppskattningar. Men våra möjligheter ökas, när vi se alla klasserna tillsammans. Om närliggande punkter sammanbindas med rätta linjer, få vi fram en taggig kontur. Denna återspeglar otvivelaktigt materialets förhållanden, men vi vägra att betrakta den som allmängiltig. Vi veta, att klassmedeltalen äro behäftade med tillfälliga fel, som ha en tendens att minskas, om materialet ökas. Om fig. 6.3.1 kunde grundas på ett oändligt stort material, skulle konturen utjämnas i stora drag. Den så erhållna sambandslinjen vore den sannolika regressionslinje, som vi söka. Vi känna icke dennas form, men kunna närma oss den genom att försöksvis utjämna materialet medelst regressionslinjer av olika typer.

Detta arbete påverkas mycket av materialets variationsvidd och dess läge i förhållande till  $X$ -skalans nollpunkt. Det inträffar ofta, att en eljest rak regressionslinje behöver krökas i närheten av nollpunkten. Detta behov aktualiseras, om materialet är utsträckt till nämnda område, men då kan också kurvans form studeras genom materialets uppsortering på  $X$ -klasser. I motsatt fall, då materialet ligger långt ut från nollpunkten, saknas denna möjlighet beträffande det närmaste området och behov av beräkning kan knappast konstateras genom sortering av materialet. Det är då naturligast att regressionslinjen blir rät.

Sistnämnda fall belyses av fig. 6.3.1, vars materialområde utmärkts genom streckning. Bilden avser en regression av typen

$$Y = a + b X, \dots\dots\dots (6.3.2)$$

där  $a$  är positivt. Vi förutsätta, att  $a$  och  $b$  bestämts genom regelrätt utjämning av materialet.

Låt oss nu antaga, att  $Y$  enligt sakens natur måste vara  $= 0$ , då  $X$  är  $= 0$ . För att tillfredsställa detta villkor och samtidigt utjämna materialet i ungefärlig överensstämmelse med 6.3.2 borde regressionslinjen krökas, så att den bleve konvex uppåt, kanske av typen  $\sqrt{X}$ . Om fig. 6.3.1 i stället visat negativt  $a$  borde med samma förutsättning ( $Y = 0$  för  $X = 0$ ) regressionslinjen göras konkav uppåt, t. ex. av typen  $X^2$ .

Eftersom material saknas i det starkast krökta partiet skulle emellertid sådana kroklinjer bli alltför fantasibetonade. Man föredrar därför i regel att i dylika fall utjämna materialet utan hänsyn till nollpunkten. Regressionslinjen blir då ofta rät. För icke avsedda konsekvenser i närheten av nollpunkten skyddas bearbetaren genom villkoret, att de statistiska resultaten ej få tillämpas utanför materialets gränser. Denna regel anses så självklar, att den ej behöver framhållas i varje särskilt fall.



I det föregående har talats om rätta och krökta regressionslinjer. Därvid bör framhållas, att en regression enligt minsta kvadratmetoden alltid är linjär med hänsyn till de sökta konstanterna. Huruvida regressionslinjen blir rät eller krokig beror på variablernas form och lokalisering.

Antag t. ex. att  $X$  och  $Y$  äro ursprungliga variabler. Vi inlägga punkterna  $(X, Y)$  i ett koordinatsystem och utjämna punktsvärmen. Det visar sig, att sambandet kan återges approximativt genom funktionen

$$Y = a + b\sqrt{X} \dots \dots \dots (6.3.3)$$

Vi bestämma genom regressionsanalys konstanterna  $a$  och  $b$  samt beräkna de värden  $Y'$ , som svara mot olika värden på  $X$ . Om dessa  $Y'$ -värden inläggas i koordinatsystemet  $(X, Y)$  blir regressionslinjen krokig, medan den blir rät i systemet  $(\sqrt{X}, Y)$ .

#### 6.4. Partiell regression

Föregående avsnitt gällde sambandet mellan en beroende och en oberoende variabel. Emellertid är det vanligt, att en regressionsfunktion omfattar flera oberoende variabler. Vi kalla den beroende variabeln  $Y$  och de oberoende variablerna  $X_2, X_3 \dots X_n$ . Med partiell regression förstås det samband, som finnes mellan  $Y$  och någon av de oberoende variablerna, t. ex.  $X_2$ , då övriga oberoende variabler hållas konstanta. Den partiella regressionen kan avvika betydligt från den totala.

Så länge de ursprungliga variablerna få ingå i analysen utan omformning, erbjuda de partiella regressionerna inga problem. Endast regressionskoefficienterna äro då okända och dessa framkomma genom räkningen. Däremot försvåras uppgiften i hög grad, om variablernas lämpliga form är obekant. Av 6.3 framgick, att totala regressioners form kunde studeras i materialet. Denna möjlighet är betydligt mindre i fråga om partiella regressioner, eftersom de framträda först genom analysen. Då denna i sin tur är beroende av variablernas form, tvingas vi att arbeta försöksvis.

Sådana försök kunna utföras på många sätt. Man kan ha erfarenhet från liknande undersökningar, t. ex. av ett annat trädslag. Det finns då anledning att pröva en variabelform, som i den tidigare bearbetningen visat sig lämplig. I andra fall vägledes bearbetaren mera allmänt av sin kännedom om de företeelser, som undersökningen avser. Slutligen kan man få en föreställning om variabelformen genom sortering.

Både för valet av variabler och för bedömning av deras form är det praktiskt att först utjämna materialet med en enkel funktion av otransformerade variabler. Genom en sådan funktion erhålles för varje element ett beräknat värde  $Y'$  och en differens  $(Y - Y')$ . Dessa differenser, de s. k. residualerna, ha grundläggande betydelse för variabelbedömningen. Redan en flyktig

granskning av residualerna, sedda mot bakgrunden av varje elements beskaffenhet, kan ge värdefulla anvisningar. Särskilt blir detta fallet, om bearbetaren väl känner sitt material, så att han vid granskningen ser ej blott de siffermässiga definitionerna, utan hela den samlade bilden av elementet. I produktionsforskningen representerar elementet en provyta vid ett bestämt tillfälle, det är alltså bilder av detta slag, som här avses.

Vi förutsätta, att bearbetaren på någon av de nämnda vägarna eller på annat sätt kommit fram till en viss uppfattning om den sökta funktionens huvuddrag. Det gäller sedan att precisera dessa drag. I de fall, då krökta regressioner synas troliga, söker man ofta uttrycka dem genom enkla standardkurvor, t. ex. parabler, hyperbler eller exponentialfunktioner. Därvid är det viktigt, att kurvorna erhålla närmelsevis riktiga potenser och att de bliva rätt placerade i koordinatsystemet. I sistnämnda avseende sker den vertikala inpassningen automatiskt genom regressionsanalysen, men för den horisontala lokaliseringen fordras särskild omtanke. Beträffande parabler kan denna placering dirigeras genom att även införa den otransformerade variabeln i analysen. I fråga om hyperbler  $\frac{1}{x}$  sker önskad förskjutning medelst en konstant i nämnaren, alltså  $\frac{1}{x+a}$ .

Emellertid bör det erkännas, att ingen av de angivna metoderna är fullt tillfredsställande. För den regressionsanalys, som produktionsforskningen behöver utföra, skulle det vara öskattbart, om valet av variabelernas form kunde ske på direkt väg. En intressant metod med detta syfte har angivits av EZEKIEL (1924 samt 1930, sid. 189). Förfarandet innefattar sex moment: I. Man utarbetar en rätlinjig funktion av de ursprungliga, ej transformerade variabelerna. Den har följande utseende:

$$Y = a + b_2X_2 + b_3X_3 + b_4X_4 \dots \dots \dots (6.4.1)$$

II. Funktionen 6.4.1 omskrives i följd till partiella funktioner, som visa regressionen av  $Y$  på var och en av de oberoende variabelerna  $X$ , då de övriga oberoende variabelerna hållas konstanta vid sina medelvärden. Regressionen på t. ex.  $X_2$  erhålles genom att i 6.4.1 insätta materialets medelvärden  $A$  för alla oberoende variabler utom  $X_2$ , alltså

$$Y = a + b_2X_2 + b_3A_3 + b_4A_4 \dots \dots \dots (6.4.2)$$

eller efter summering av de konstanta termerna

$$Y = \alpha_2 + b_2X_2 \dots \dots \dots (6.4.3)$$

På samma sätt fås

$$Y = \alpha_3 + b_3X_3$$

$$Y = \alpha_4 + b_4X_4.$$

III. Jämsides härmed tagas för alla element i materialet »beräknade värden»  $Y'$  enligt 6.4.1, varav fås residualerna ( $Y - Y'$ ).

IV. I varje element adderas residualen enligt (III) till det med varje partialfunktion 6.4.3 beräknade  $Y$ -värdet. Detta sker hos EZEKIEL genom att upplägga partialsambanden grafiskt och från dem avsätta residualerna. Härigenom erhållas punktsvärmar, vilka utjämnas grafiskt, vanligen genom kurvor. För varje oberoende variabel, t. ex.  $X_2$ , fås på detta sätt ett samband, vilket betraktas som första approximationen till den kroklinjiga funktionen

$$Y = f(X_2) \dots \dots \dots (6.4.4)$$

V. Slutligen uppskattas  $Y$  från första approximationens kurvor av typen 6.4.4 genom ekvationen

$$Y'' = a' + f'(X_2) + f'(X_3) + f'(X_4), \dots \dots \dots (6.4.5)$$

där

$$a' = A_1 - \frac{\sum [f'(X_2) + f'(X_3) + f'(X_4)]}{n} \dots \dots \dots (6.4.6)$$

och  $A_1$  är medeltalet av materialets  $Y$ -värden.

VI. Det beskrivna förfarandet upprepas genom en serie approximationer till dess kurvorna av typ 6.4.4 icke längre ändras.

Av EZEKIELS egna exempel framgår, att approximationen kan fortgå efter de angivna linjerna. I produktionsforskningen, där de oberoende variablerna ofta äro många och starkt korrelerade inbördes, har jag icke kommit längre än till första approximationen. En fortsättning av proceduren har medfört växande residualer och alltså sämre tillpassning.

Denna utgång torde kunna förstås på följande sätt. I den grundläggande funktionen 6.4.1 har varje oberoende variabels andel i uppskattningen av  $Y$  avvägrats medelst  $b$ -värdena, som tillkommit genom regressionsanalys. Denna avvägning rubbas, då residualerna tillfogas. Det är därför ej säkert, att den enkla summeringen i 6.4.5 är befogad. Tillpassningen torde förbättras, om förfarandet avbrytes vid första approximationen och funktionerna  $f'(X)$  få ingå som variabler i en ny regressionsanalys.

## 6.5. Normalekvationer

Framställningen i denna punkt anknyter till MILLS (1938, Appendix A). Som hjälpmedel i produktionsforskningen eftersträva vi sambandsfunktioner av nedanstående allmänna typ:

$$Y = aW_1 + bW_2 + cW_3 + dW_4, \dots \dots \dots (6.5.1)$$

där  $Y$  är en beroende variabel, som t. ex. representerar tillväxten.  $W_1, W_2, W_3$  och  $W_4$  äro oberoende variabler, vilka på olika sätt ange tillväxtens förutsätt-

ningar. Funktionen definieras av konstanterna  $a$ ,  $b$ ,  $c$  och  $d$ , som äro okända och skola bestämmas.

För detta ändamål undersökes ett stort antal bestånd, där vi observera variablerna  $Y$ ,  $W_1$ ,  $W_2$ ,  $W_3$  och  $W_4$ . Varje sådan kombination av variabler bildar ett element i undersökningen. För en uppsättning konstantvärden, vilken som helst, ger högra ledet av ekvation 6.5.1 en uppskattning av elementets  $Y$ , som kan jämföras med det observerade  $Y$ -värdet i samma element. Avvikelsen mellan observerat och beräknat  $Y$  blir då ett mått på funktionens tillpassning till detta element. Av räknetekniska skäl använder man emellertid avvikelens kvadrat för nämnda ändamål. Summan av alla elements avvikelsekvadrater ger slutligen avvikelsernas kvadratsumma i det föreliggande materialet.

Förestående resonemang gällde för godtyckligt valda konstantvärden. Emellertid eftersträva vi en funktion, vars tillpassning till materialet är den ur vår synpunkt bästa möjliga. Vi söka därför de värden å konstanterna  $a$ ,  $b$ ,  $c$  och  $d$ , som göra avvikelsernas kvadratsumma till ett minimum. Uppgiften kan skrivas så:

$$\Sigma [(aW_1 + bW_2 + cW_3 + dW_4) - Y]^2 = \min \dots \dots (6.5.2)$$

Detta villkor uppfylles, om de partiella derivatorna av 6.5.2 med hänsyn till konstanterna  $a$ ,  $b$ ,  $c$  och  $d$  äro = 0. Vi erhålla nedanstående normalekvationer:

$$\left. \begin{array}{l} \text{I } \Sigma W_1 [(aW_1 + bW_2 + cW_3 + dW_4) - Y] = 0 \\ \text{II } \Sigma W_2 [(aW_1 + bW_2 + cW_3 + dW_4) - Y] = 0 \\ \text{III } \Sigma W_3 [(aW_1 + bW_2 + cW_3 + dW_4) - Y] = 0 \\ \text{IV } \Sigma W_4 [(aW_1 + bW_2 + cW_3 + dW_4) - Y] = 0 \end{array} \right\} \dots \dots (6.5.3)$$

Vi multiplicera in  $W_1$  i I,  $W_2$  i II osv. Härigenom få normalekvationerna följande utseende:

$$\left. \begin{array}{l} \text{I } a\Sigma(W_1^2) + b\Sigma(W_1W_2) + c\Sigma(W_1W_3) + d\Sigma(W_1W_4) - \Sigma(W_1Y) = 0 \\ \text{II } a\Sigma(W_1W_2) + b\Sigma(W_2^2) + c\Sigma(W_2W_3) + d\Sigma(W_2W_4) - \Sigma(W_2Y) = 0 \\ \text{III } a\Sigma(W_1W_3) + b\Sigma(W_2W_3) + c\Sigma(W_3^2) + d\Sigma(W_3W_4) - \Sigma(W_3Y) = 0 \\ \text{IV } a\Sigma(W_1W_4) + b\Sigma(W_2W_4) + c\Sigma(W_3W_4) + d\Sigma(W_4^2) - \Sigma(W_4Y) = 0 \end{array} \right\} (6.5.4)$$

Som synes äro variablerna  $W$  ordnade symmetriskt kring diagonalen genom kvadraterna. Om vi från den term, som innehåller t. ex.  $W_3^2$ , gå uppåt, möta vi  $W_2W_3$  och  $W_1W_3$ . Förhållandet blir detsamma, om man går åt vänster från  $W_3^2$ . På grund härav behöva endast diagonalen och hälften av övriga termer utskrivas, alltså

$$\begin{array}{l}
 \text{I } a\Sigma(W_1^2) + b\Sigma(W_1W_2) + c\Sigma(W_1W_3) + d\Sigma(W_1W_4) - \Sigma(W_1Y) \\
 \text{II } \quad \quad \quad + b\Sigma(W_2^2) + c\Sigma(W_2W_3) + d\Sigma(W_2W_4) - \Sigma(W_2Y) \\
 \text{III } \quad \quad \quad \quad \quad + c\Sigma(W_3^2) + d\Sigma(W_3W_4) - \Sigma(W_3Y) \\
 \text{IV } \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad + d\Sigma(W_4^2) - \Sigma(W_4Y)
 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{I} \\ \text{II} \\ \text{III} \\ \text{IV} \end{array}} \right\} (6.5.5)$$

I funktionen 6.5.1 och de därav härledda ekvationssystemen kunna värdena  $W$  betyda primära variabler, funktioner av sådana eller kombinationer av dem. Grundfunktionens innebörd kan därför varieras hur mycket som helst genom att ändra definitionen av varje särskilt  $W$ .

Det visar sig ofta, att en fristående konstant  $a$  är nödvändig för god tillpassning. I sådana fall kan  $W_1$  sättas = 1. Vi få

$$\begin{array}{l}
 \text{I } aN + b\Sigma(W_2) + c\Sigma(W_3) + d\Sigma(W_4) - \Sigma(Y) \\
 \text{II } \quad \quad \quad + b\Sigma(W_2^2) + c\Sigma(W_2W_3) + d\Sigma(W_2W_4) - \Sigma(W_2Y) \\
 \text{III } \quad \quad \quad \quad \quad + c\Sigma(W_3^2) + d\Sigma(W_3W_4) - \Sigma(W_3Y) \\
 \text{IV } \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad + d\Sigma(W_4^2) - \Sigma(W_4Y)
 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{I} \\ \text{II} \\ \text{III} \\ \text{IV} \end{array}} \right\} \dots\dots\dots (6.5.6)$$

Det återstår att nämna ännu en omformning, som använts genomgående i detta arbete. Räkningen blir bekvämare och dess säkerhet ökas om man kan uppnå samma storleksordning hos normalekvationernas termer. Som en anpassning till produktionsmaterialets genomsnittsförhållanden har  $W_1$  satts = 100, alltså

$$\begin{array}{l}
 \text{I } a10000N + b100\Sigma(W_2) + c100\Sigma(W_3) + d100\Sigma(W_4) - 100\Sigma(Y) \\
 \text{II } \quad \quad \quad b\Sigma(W_2^2) + c\Sigma(W_2W_3) + d\Sigma(W_2W_4) - \Sigma(W_2Y) \\
 \text{III } \quad \quad \quad \quad \quad + c\Sigma(W_3^2) + d\Sigma(W_3W_4) - \Sigma(W_3Y) \\
 \text{IV } \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad + d\Sigma(W_4^2) - \Sigma(W_4Y)
 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{I} \\ \text{II} \\ \text{III} \\ \text{IV} \end{array}} \right\} (6.5.7)$$

## 6.6. Normalekvationernas reducering

De enligt 6.5 uppställda normalekvationerna ha reducerats enligt DOOLITTLES system. Beträffande räkningens utförande hänvisas till den ingående beskrivningen hos MILLS (1938, sid. 655). Som stöd för det fortsatta resonemanget har DOOLITTLES räknescema här uttryckts genom symboler (se metodbilagan M 1). Några smärre ändringar ha därvid gjorts beträffande uppställningen.

I vårt schema betecknar

block 1	raderna 1—2	hos MILLS
» 2	» 3—6	» »
» 3	» 7—11	» » O. S. V.

Reciprokkolumnen har hos oss intet nummer, enär nummer 1 förbehållits åt första kolumnen i block 1. MILLS' kolumn 5 innehåller produkter med  $Y$ , som hos oss kallats  $X_0$ , varför kolumnen fått rubriken 0. Kontrollkolumnen 6 har uteslutits, emedan dubbelräkning ansetts fördelaktigare i våra arbeten.

Metodbilagan M1 är uppgjord för normalfallet 6.5.5 och omfattar fyra block. I tablån betecknas normalekvationstermer med  $n$ , summor med  $s$  och koefficienter med  $c$ . T. ex. s 34 betyder summan i block 3, kolumn 4.

Summorna erhållas genom att till »rutans» normalekvationsterm addera vissa produkter  $cs$ . I block 1 finnas inga sådana produkter, varför normalekvationstermen där fungerar som summa.

Blockets reciprok är lika med inverterade summan i diagonalrutan. Faktorn  $R$  betyder reciproken med ombytt tecken. Koefficienterna  $c$  i de olika kolumnerna erhållas genom att multiplicera motsvarande summor med  $R$ .

Bildandet av  $cs$ -produkterna torde kräva ett närmare omnämnande. I t. ex. block 3 finnas fem rader. Å första raden stå normalekvationstermerna, å andra raden första  $cs$ -produkterna, å tredje raden andra  $cs$ -produkterna, å fjärde raden summorna  $s$  av normalekvationsterm och  $cs$ -produkter samt å femte raden koefficienterna  $c$ .

I t. ex. block 3 innehålla alla första  $cs$ -produkter samma koefficient, vilken hämtas från block 1 i diagonalrutans kolumn, den är alltså  $c_{13}$ . Den i varje sådan produkt ingående summan  $s$  fås från första blocket i den aktuella kolumnen och är i de särskilda kolumnerna  $s_{13}$ ,  $s_{14}$  och  $s_{10}$ . På samma sätt fås koefficienten i alla andra  $cs$ -produkter från block 2 i diagonalrutans kolumn, den är alltså  $c_{23}$ . Den i varje sådan produkt ingående summan  $s$  fås från andra blocket i den aktuella kolumnen och är i de särskilda kolumnerna  $s_{23}$ ,  $s_{24}$  och  $s_{20}$ .

## 6.7. Symbolernas innebörd

Anvisningarna i 6.6 torde vara tillräckliga för den som endast önskar utföra en reducering av normalekvationer. För begripande av resultaten är det emellertid önskvärt att anspråken ställas något högre. Som ett steg i denna riktning diskuteras i det följande de i 6.6 använda symbolernas innebörd. Framställningen, som är rent elementär, anknyter till beteckningar och formler i tre för de flesta skogsmän kända arbeten, nämligen YULE (1927), YULE och KENDALL (1937) samt MILLS (1938). Forskningsintresserade studeranden tillrådas att hos nämnda författare sätta sig in i beteckningarnas härledning och detaljer (se särskilt YULE, kap. 12, YULE och KENDALL, kap. 14, samt MILLS, kap. 10 och 16). Det kan dessutom vara lämpligt att som tillämpningsövning räkna igenom härledningarna i min metodbilaga M 2.

Till grund för denna diskussion ligger ekvationssystemet 6.5.7. Där betecknas variablerna med  $Y$  och  $W$ . För lättare kontakt med de angivna förfat-

tarna betecknas här variablerna med  $X$ , dock med den ändring, att den beroende variabeln av oss kallas  $X_0$ . Medeltalet av t. ex.  $X_2$  kallas  $A_2$ , och variabelns avvikelse från medeltalet, alltså  $(X_2 - A_2)$ , betecknas  $x_2$ . Sistnämnda symbol införes först senare. Vidare användes här — liksom hos de återopade författarna — bokstaven  $r$  som beteckning för korrelationskoefficienten. I andra sammanhang tillämpas de i mitt kapitel II angivna beteckningarna, nämligen bokstaven  $\rho$  för korrelationskoefficienten och bokstaven  $r$  för  $\sigma$ -tillväxten.

Bland de i näst föregående stycke åsyftade formlerna må följande anföras:

$$N\sigma_2^2 = \sum (x_2^2) = \sum (X_2^2) - \frac{(\sum X_2)^2}{N} \quad \dots\dots\dots (6.7.1)$$

$$Np_{23} = \sum (x_2 x_3) = \sum (X_2 X_3) - \frac{\sum X_2 \cdot \sum X_3}{N} \quad \dots (6.7.2)$$

$$p_{23} = r_{23} \sigma_2 \sigma_3 \quad \dots\dots\dots (6.7.3)$$

$$p_{23.4} = r_{23.4} \sigma_{2.4} \sigma_{3.4} \quad \dots\dots\dots (6.7.4)$$

$$\sigma_{0.2}^2 = \sigma_0^2 (1 - r_{02}^2) \quad \dots\dots\dots (6.7.5)$$

$$\sigma_{0.23}^2 = \sigma_0^2 (1 - r_{02}^2) (1 - r_{03.2}^2) \quad \dots\dots\dots (6.7.6)$$

$$r_{02.34} = \frac{r_{02.3} - r_{04.3} \cdot r_{24.3}}{(1 - r_{04.3}^2)^{1/2} (1 - r_{24.3}^2)^{1/2}} \quad \dots\dots\dots (6.7.7)$$

$$r_{02} = r_{20} \quad \dots\dots\dots (6.7.8)$$

$$r_{02} = (b_{02} \cdot b_{20})^{1/2} \quad \dots\dots\dots (6.7.9)$$

$$b_{02.34} = r_{02.34} \frac{\sigma_{0.34}}{\sigma_{2.34}} \quad \dots\dots\dots (6.7.10)$$

$$b_{02.34} = \frac{b_{02.3} - b_{04.3} \cdot b_{42.3}}{1 - b_{24.3} \cdot b_{42.3}} \quad \dots\dots\dots (6.7.11)$$

$$S_{0.234} = \sigma_{0.234} \quad \dots\dots\dots (6.7.12)$$

Formlerna äro härledda ur minsta kvadratmetodens förutsättningar och belysa från olika synpunkter vad som sker vid tillämpning av denna metod. Man kan kringgå dessa inre samband genom att följa kategoriska yttre regler, t. ex. DOOLITTLES räknescema. Det bör emellertid ihågkommas, att sambanden existera även bakom detta schema.

I exempelvis 6.7.11 står i vänstra ledet  $b_{02.34}$ . Siffrorna 0 och 2 till vänster om punkten kallas primära indices. De ange, att  $b$  avser regressionen av  $X_0$  på  $X_2$ . Deras inbördes ordning kan därför ej omkastas. Siffrorna 3 och 4 till

höger om punkten kallas sekundära indices. De utsäga, att  $b$  avser en partiell regression av  $X_0$  på  $X_2$ , då även  $X_3$  och  $X_4$  ingå i funktionen. Ordningen mellan siffrorna 3 och 4 är alltså likgiltig.

6.7.10 visar, att korrelationskoefficienten  $r$  har samma indices som  $b$ . I  $r$  kan emellertid ordningen mellan de primära indices 0 och 2 bytas utan saklig ändring.

Enligt 6.7.4 har medelprodukten  $p$  samma indices som  $r$ . Ordningen inom primära indices för sig och sekundära indices för sig är även här utan betydelse.

Medelavvikelsen  $\sigma$  och spridningen  $S$  ha endast ett primärt index. Bland sekundära indices är ordningen likgiltig.

Mitt syfte är nu att ersätta de rent formella symbolerna i M 1 med sakligt definierade symboler. Först inskrivas å första raden av varje block den tillhörande normalekvationens termer. Därefter utföres räkningen enligt de anvisningar, som givits i M 1. De nya uttrycken införs i bilaga M 3, som alltså är en omskrivning av M 1.

I block 1, där inga  $cs$ -termer förekomma, uppträda normalekvationens termer som summor. Ur summan i diagonalrutan beräknas  $R$  genom invertering och teckenbyte. Därefter fås alla koefficienter  $c$  genom att multiplicera varje summa med  $R$ .

Även i block 2 äro omformningarna så enkla, att de kunna inskrivas direkt. De bygga på formlerna 6.7.1 och 6.7.2.

Beträffande övriga block är det lämpligt att räkna igenom några exempel. Man ser snart efter vilka regler summorna och koefficienterna bildas. I detta syfte ha i metodbilagan M 2 intagits härledningarna av  $s_{33}$ ,  $s_{34}$ ,  $s_{30}$ ,  $s_{44}$  och  $s_{40}$ .

## 6.8. Omskrivning till avvikelser

Särskilt i större regressionsanalyser är det ofta bekvämast att införa själva variablerna  $X$  i normalekvationerna, såsom skett i bil. M 3. För diskussion av räkningens innebörd är det emellertid fördelaktigt att i stället betrakta avvikelserna  $x$ . Vi skola därför omföra bil. M 3 till bil. M 4, som är grundad på avvikelserna. Som första steg i denna riktning böra normalekvationerna omskrivas till funktioner av  $x$ . Vi utgå därvid från normalekvationerna i bil. M 3, men tänka oss ekvationssystemet kompletterat under diagonalen med stöd av den förut påvisade symmetrien. För att förenkla uppställningen uteslutas multiplikationerna med 100 och 10 000 i block 1.

Resonemanget anknyter till ett förfarande av TOLLEY och EZEKIEL (1923), vilket refererats av MILLS (1938, sid. 652). Eftersom missförstånd ej kunna uppstå i detta sammanhang förenklas de citerade författarnas fullständiga beteckning av regressionskoefficienterna från exempelvis  $b_{13.24}$  till  $b_3$ . TOLLEY och EZEKIEL börja med följande normalekvationer.



$$\left. \begin{aligned} \text{I } \Sigma X_1 &= Na + b_2 \Sigma X_2 + b_3 \Sigma X_3 + b_4 \Sigma X_4 \\ \text{II } \Sigma X_1 X_2 &= a \Sigma X_2 + b_2 \Sigma X_2^2 + b_3 \Sigma X_2 X_3 + b_4 \Sigma X_2 X_4 \\ \text{III } \Sigma X_1 X_3 &= a \Sigma X_3 + b_2 \Sigma X_2 X_3 + b_3 \Sigma X_3^2 + b_4 \Sigma X_3 X_4 \\ \text{IV } \Sigma X_1 X_4 &= a \Sigma X_4 + b_2 \Sigma X_2 X_4 + b_3 \Sigma X_3 X_4 + b_4 \Sigma X_4^2 \end{aligned} \right\} \dots (6.8.1)$$

Vi förbigå författarnas härledning och stanna vid systemet överst å MILLS' sid. 654. I ekv. II, III och IV av detta system samla vi alla termer, som innehålla  $A$ , längst till höger i ekvationerna. Därigenom få vi

$$\left. \begin{aligned} \text{I } A_1 &= a + b_2 A_2 + b_3 A_3 + b_4 A_4 \\ \text{II } p_{12} &= b_2 \sigma_2^2 + b_3 p_{23} + b_4 p_{24} + A_2 (a + b_2 A_2 + b_3 A_3 + b_4 A_4) - A_1 A_2 \\ \text{III } p_{13} &= b_2 p_{23} + b_3 \sigma_3^2 + b_4 p_{34} + A_3 (a + b_2 A_2 + b_3 A_3 + b_4 A_4) - A_1 A_3 \\ \text{IV } p_{14} &= b_2 p_{24} + b_3 p_{34} + b_4 \sigma_4^2 + A_4 (a + b_2 A_2 + b_3 A_3 + b_4 A_4) - A_1 A_4 \end{aligned} \right\} (6.8.2)$$

Som synes äro parenteserna i ekv. II, III och IV  $= A_1$  enligt ekv. I. Genom att insätta  $A_1$  i ekv. II, III och IV reduceras systemet till tre ekvationer och alla  $A$ -termer försvinna. På grund av symmetrien kunna dessa normalekvationer skrivas

$$\left. \begin{aligned} \text{II } b_2 \sigma_2^2 + b_3 p_{23} + b_4 p_{24} - p_{12} \\ \text{III } b_3 \sigma_3^2 + b_4 p_{34} - p_{13} \\ \text{IV } b_4 \sigma_4^2 - p_{14} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (6.8.3)$$

För att uppnå likhet med M 3 multipliceras systemet med  $N$  och index 1 utbytes mot index 0. Vi få

$$\left. \begin{aligned} \text{II } b_2 N \sigma_2^2 + b_3 N p_{23} + b_4 N p_{24} - N p_{02} \\ \text{III } b_3 N \sigma_3^2 + b_4 N p_{34} - N p_{03} \\ \text{IV } b_4 N \sigma_4^2 - N p_{04} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (6.8.4)$$

Detta system reduceras på vanligt sätt i bil. M 4, varvid block 2 behandlas lika med block 1 i M 3, block 3 som förut block 2 osv.

Vi observera, att i alla block summor och koefficienter äro lika i M 3 och M 4. Detta innebär, att även resultaten bli lika, om konstanten  $a$  i båda fallen beräknas enligt ekv. I i 6.8.1.

Då variablerna  $X$  omskrivas till avvikelser löses systemet 6.8.3 och beräkningen av  $a$  sker utan svårighet i efterhand.

Däremot kunna komplikationer uppkomma, om man stryker första blocket i system, där de ursprungliga variablerna  $X$  ingå i normalekvationerna. Åtgärden är berättigad endast då  $a$  vid fri beräkning skulle bli  $= 0$  eller nära  $= 0$ .

Denna fråga aktualiseras företrädesvis i två fall. Det ena sammanhänger med bruket att beräkna koefficienternas medelfel. Man har kanske försökt en funktion med  $a$  och har funnit denna gemensamma konstant behäftad med ett mycket stort medelfel. Av rena snygghetsskäl vill man bli av med den dåliga konstanten och gör därför en regression utan  $a$ . I denna situation är  $a$  vanligen litet, varför nollsättningen ej medför större rubbningar.

Det andra fallet är farligare. Vi förutsätta, att utjämningen avser de ursprungliga variablerna  $X$ . Man bedömer på sakliga grunder, att funktionen bör vara  $= 0$ , då alla oberoende variabler äro  $0$ . På grund härav strykes första blocket, som normalt lämnar ett  $a$ , och reduceringen börjar med andra blocket. Om nu materialet »vill» ha ett  $a$ , snedvrider denna åtgärd reduceringen på ett sätt, som ej ens botas med att efteråt beräkna ett fristående  $a$  enligt ekv. I i 6.8.1. Bästa sättet att kontrollera ett sådant system är att sist i funktionen insätta en konstant, t. ex. 100, vilken sedan behandlas som en variabel. Denna konstant, multiplicerad med det  $b$ , som den erhåller, är funktionens rätta  $a$ . Om detta  $a$  är litet, kan det utelämnas.

### 6.9. Lösning av normalekvationerna

Vi återgå till ekvationssystemen 6.5.3 och 6.5.4. Där är i överensstämmelse med härledningen varje ekvation satt  $= 0$ . I 6.5.5, 6.5.6 och 6.5.7 ha termerna under diagonalen uteslutits. Radsummorna äro därför icke  $= 0$ . Man kan emellertid rekonstruera en ursprunglig ekvation, t. ex. den tredje, genom att utgå från termen i block 1, kolumn 3, och fortsätta nedåt i kolumn 3 till diagonalrutan. Därefter följes block 3 åt höger. Den så lästa ekvationen är  $= 0$ .

När vi i bil. M 1 återfinna samma begränsning till fältet över diagonalen som i 6.5.5, är innebörden härav en annan. I bil. M 1 bilda koefficienterna  $c$  reducerade normalekvationer, där frånvaron av termer under diagonalen uppkommit genom successiv elimination. I det reducerade systemet står varje ekvation helt utskriven på samma rad och summan är  $= 0$ .

I systemen 6.5.3 t. o. m. 6.5.7 betecknas de okända regressionskoefficienterna med  $a$ ,  $b$ ,  $c$  och  $d$ . Våra motsvarande koefficienter kallas  $b_1$ ,  $b_2$ ,  $b_3$  och  $b_4$ . De ha icke utskrivits i bilagorna M 1, M 3 och M 4, men de skola ingå som faktorer i ekvationernas termer, innan dessa summeras.

Koefficienterna  $c$  i varje block erhållas genom att blockets summor multipliceras med storheten  $R$ , som är reciproken med ombytt tecken av summan i diagonalrutan. På grund härav är  $c$  i diagonalen alltid  $= -1$ .

Regressionskoefficienten i t. ex. kol. 3 är  $b_3$ . Produkten  $bc$  blir därför i diagonalrutan  $= -b_3$ . Vi flytta över denna och övriga diagonalprodukter till de högra leden, som förut äro  $= 0$ . Vi få då ett system, som återges i tab. 6.9.1.

Tab. 6.9.1

Block	Kolumn			
	2	3	4	0
1	$+ c_{12} b_2 + c_{13} b_3 + c_{14} b_4 + c_{10} = b_1$			
2	$+ c_{23} b_3 + c_{24} b_4 + c_{20} = b_2$			
3	$+ c_{34} b_4 + c_{30} = b_3$			
4	$+ c_{40} = b_4$			

Av tab. 6.9.1 framgår, att  $b_4$  är  $= c_{40}$ . Detta värde blir känt genom reduceringen. I vårt exempel fås därefter  $b_3$  genom att insätta  $b_4$  i ekv. 3 och  $b_2$  genom insättning av  $b_4$  och  $b_3$  i ekv. 2. På liknande sätt erhålles  $b_1$ .

I anslutning till diskussionen i 6.7 bör här framhållas, att  $b_4$  är en förkortning av den fullständiga beteckningen. Vår avsikt har otvivelaktigt varit att bestämma den partiella regressionskoefficienten av  $X_0$  på  $X_4$  i en funktion, där även  $X_2$  och  $X_3$  deltaga. En sådan koefficient skrives  $b_{04.23}$ . Det kan ha sitt intresse att konstatera, hur denna avsikt genomförts. Vi ha enligt 6.9.1 och M3

$$b_4 = c_{40} = \frac{\hat{p}_{04.23}}{\sigma_{4.23}^2} = \frac{r_{04.23} \cdot \sigma_{0.23} \cdot \sigma_{4.23}}{\sigma_{4.23}^2} = r_{04.23} \cdot \frac{\sigma_{0.23}}{\sigma_{4.23}} = b_{04.23}.$$

Genom en något mera invecklad räkning fås med stöd av tab. 6.9.1, M 3 samt formlerna 6.7.4, 6.7.11 och 6.7.9

$$b_3 = b_{03.24}$$

och

$$b_2 = b_{02.34}.$$

I tab. 6.9.1, block 1, äro enligt M 3 koefficienterna  $c$  = variablernas medelvärden, dividerade med 100. Liksom i 6.8.2 betecknas medelvärdena med  $A$ . Vi få

$$100 b_1 = A_0 - b_2 A_2 - b_3 A_3 - b_4 A_4.$$

Men högra ledet är enligt 6.8.2, ekv. I,  $= a$ , varav

$$a = 100 b_1.$$

Observera, att bil. M 3 bygger på ekvationssystemet 6.5.7, där variabeln  $W_1$  på angivna skäl satts  $= 100$ . Om M 3 i stället hade grundats på ekvationssystemet 6.5.6, där  $W_1$  satts  $= 1$ , skulle vi fått

$$b_1 = A_0 - b_2 A_2 - b_3 A_3 - b_4 A_4, \text{ varav} \\ a = b_1.$$

Av bil. M 3 framgår, att multiplikationen med 100 endast påverkar första blocket. Den har därför intet inflytande på regressionskoefficienterna  $b_2$ ,  $b_3$  osv. och ej heller på  $a$ . Det är endast hjälpfaktorn  $b_1$  som ändras: den divideras med 100.

Alla här diskuterade koefficienter ha avsett en funktion med fyra variabler. Om vi begränsa oss till de tre första blocken i M 3, blir den sista koefficienten  $b_3 = c_{30}$ . Härav

$$b_3 = \frac{\phi_{03.2}}{\sigma_{3.2}^2} = \frac{r_{03.2} \cdot \sigma_{0.2} \cdot \sigma_{3.2}}{\sigma_{3.2}^2} = r_{03.2} \cdot \frac{\sigma_{0.2}}{\sigma_{3.2}} = b_{03.2}.$$

Vid begränsning till de två första blocken blir den sista koefficienten  $b_2 = c_{20}$ . Härav

$$b_2 = \frac{\phi_{02}}{\sigma_2^2} = \frac{r_{02} \cdot \sigma_0 \cdot \sigma_2}{\sigma_2^2} = r_{02} \cdot \frac{\sigma_0}{\sigma_2} = b_{02}.$$

### 6.10. Spridningen

I regressionsarbetet söka vi en funktion, som — frånsett utjämning av tillfälliga avvikelser — så nära som möjligt ansluter sig till materialet. Tillpassningen kan bedömas genom spridningen kring funktionen.

Hos MILLS (1938) härledes denna storhet med början å sid. 643. Resultatet anges i formel (7) å sid. 646. Den lyder så:

$$S_y^2 = \frac{\sum Y^2 - a \sum (W_1 Y) - b \sum (W_2 Y) - c \sum (W_3 Y) - d \sum (W_4 Y)}{N}.$$

Formelns beteckningar äro desamma som i ekvationssystemen 6.5 i detta arbete. Vi beteckna nu variablerna enligt bil. M 3 och regressionskoefficienterna som i 6.9. Formeln blir då

$$S_{0.234}^2 = \frac{\sum X_0^2 - a \sum X_0 - b_{02.34} \sum X_0 X_2 - b_{03.24} \sum X_0 X_3 - b_{04.23} \sum X_0 X_4}{N} \quad (6.10.1)$$

Innan spridningen minskats genom regressioner bör den vara identisk med den beroende variabelns medelavvikelse. Vi kunna därför kontrollera formeln genom att studera dess utslag, när regressionskoefficienterna  $b$  nollsätts.

Då blir

$$S_0^2 = \frac{\sum X_0^2 - a \sum X_0}{N} \dots \dots \dots (6.10.2)$$

Som i 6.8 betecknas variablernas medelvärden med  $A$ . För regressionskoefficienterna användas förkortade beteckningar. Då är

$$a = A_0 - b_2 A_2 - b_3 A_3 - b_4 A_4.$$

När  $b_2$ ,  $b_3$  och  $b_4$  nollsättas blir

$$a = A_0 = \frac{\sum X_0}{N}. \text{ Härav}$$

$$S_0^2 = \frac{\sum X_0^2}{N} - \frac{(\sum X_0)^2}{N^2} = \sigma_0^2 \dots\dots\dots (6.10.3)$$

Formeln 6.10.1, som varit allmänt använd, förutsätter, att regressionskoefficienterna beräknas före spridningen. I försöksvis bedrivna analyser, som man ofta önskar avbryta, blir detta arbetssätt betungande, särskilt då antalet variabler är stort. På grund härav har förfarandet i produktionsforskningen utbytts mot ett nytt. Vi återkomma till detta, men skola först diskutera några viktiga begrepp.

## 6.11. Kvadratsummor

De realiteter, som behandlas i detta avsnitt, täckas i stor utsträckning av formlerna i 6.7. Intresset för dessa relationer och förmågan att behärska dem torde emellertid ökas, om de betraktas även från andra synpunkter. I sådant syfte vill jag här anföra några definitioner, som formulerats av BONNIER och TEDIN i arbetet »Biologisk variationsanalys» (1940).

Det statistiska materialet utgöres av uppgifter om mått eller andra storheter. Dessa storheter kallas variater. Vi betrakta till en början en samling av  $n$  variater av samma slag. Samlingens medelvärde erhålles genom att addera variaterna och dividera med  $n$ .

Antag nu, att vi beräkna skillnaden mellan varje variat och samlingens medelvärde samt att dessa skillnader kvadreras och de så erhållna kvadraterna summeras. Vi få då samlingens avvikelsekvadratsumma eller kortare samlingens kvadratsumma. Avsikten med detta resonemang är att skärskåda begreppen. Här förbigås därför, att kvadratsumman kan uträknas på ett bekvämare sätt än det beskrivna. Vi ha, om  $S$  i detta referat får beteckna en summa,

$$\text{kvadratsumman} = S(x - \bar{x})^2 \dots\dots\dots (6.11.1)$$

och

$$s^2 = \text{medelkvadraten} = \frac{\text{kvadratsumman}}{n - 1} \dots\dots\dots (6.11.2)$$

Vid beräkningen av medelvärdet dividerades variatsumman med  $n$ , medan i 6.11.2 kvadratsumman divideras med  $n - 1$ . Motivet härför kan läsas hos BONNIER och TEDIN (1940, sid. 19). I 6.11.2 representerar  $n - 1$  antalet frihetsgrader. Därmed förstås antalet avvikelser, som kunna väljas godtyckligt, då medelvärdet är givet.

I 6.II.2 angavs medelkvadraten för de givna variaterna. Man kan även beräkna medelkvadraten för medelvärdet. Detta förutsätter en variation av medelvärdet. Vi komma fram till uppfattningen att medelvärdet varierar genom att betrakta den givna samlingen som ett stickprov ur en oändlig mängd, kallad en statistisk population. Vi tänka oss, att många samlingar av  $n$  variater uttagas slumpmässigt ur denna population. Varje sådan samling har ett medelvärde och en medelkvadrat. Vi få alltså många medelvärden, och för dem kan en medelkvadrat beräknas. Denna definieras sålunda:

$$\text{medelvärdets medelkvadrat} = \frac{s^2}{n} \dots\dots\dots (6.II.3)$$

Den klassiska analysen använder kvadratroten ur medelkvadraten som mått på variationen. Härav fås ur 6.II.2

$$s = \text{standardavvikelsen eller spridningen} \dots\dots\dots (6.II.4)$$

och ur 6.II.3

$$\frac{s}{\sqrt{n}} = \text{medelvärdets medelfel} \dots\dots\dots (6.II.5)$$

I denna korta översikt ha vi endast studerat variationen i *en* variat. Det återstår att betrakta samvariationen mellan två variater, som vi kalla  $x$  och  $y$ .

Först beräknas *produktsumman*, dvs. summan av alla produkter mellan avvikelsen av  $x$  i ett variatpar från medelvärdet  $\bar{x}$  och avvikelsen av  $y$  i samma variatpar från medelvärdet  $\bar{y}$ . Vi få

$$\text{produktsumman} = S(x - \bar{x})(y - \bar{y}) \dots\dots\dots (6.II.6)$$

Sedan erhålles *medelprodukten* analogt med beräkningar av medelkvadraten genom att dividera produktsumman med  $n - 1$ , alltså

$$\text{medelprodukten} = \frac{S(x - \bar{x})(y - \bar{y})}{n - 1} \dots\dots\dots (6.II.7)$$

*Regressionskoefficienten* definieras såsom kvoten mellan medelprodukten och medelkvadraten i den oberoende variaten  $x$ . Men eftersom dessa båda tal uppkommit ur produktsumman resp. ur kvadratsumman i  $x$  efter division med samma tal  $n - 1$ , användes som formel för regressionskoefficienten:

$$b = \frac{S(x - \bar{x})(y - \bar{y})}{S(x - \bar{x})^2} \dots\dots\dots (6.II.8)$$

*Korrelationskoefficienten* definieras som kvoten mellan medelprodukten och kvadratroten ur produkten av de båda medelkvadraterna. Men eftersom man även här kan förkorta med den gemensamma divisorn  $n - 1$ , blir den formel, som användes för korrelationskoefficienten:

$$r = \frac{S(x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sqrt{S(x - \bar{x})^2 \cdot S(y - \bar{y})^2}} \dots\dots\dots (6.11.9)$$

För att skilja de observerade värdena  $y$  från de beräknade värdena på regressionslinjen betecknas de senare här med  $Y$ . Då är

$$\text{restkvadraten} = S(y - Y)^2 \dots\dots\dots (6.11.10)$$

Skillnaden mellan kvadratsumman i  $y$  och restkvadraten, alltså  $S(y - \bar{y})^2 - S(y - Y)^2$ , är

$$\text{kvadratsummans regressionsdel} = \frac{[S(x - \bar{x})(y - \bar{y})]^2}{S(x - \bar{x})^2} \dots\dots\dots (6.11.11)$$

Till kvadratsumman höra  $n - 1$  frihetsgrader. Mot kvadratsummans regressionsdel svarar endast 1 frihetsgrad, alltså svara mot restkvadraten  $n - 2$  frihetsgrader. Därav följer

$$\text{medelrestkvadraten} = \frac{S(y - Y)^2}{n - 2} \dots\dots\dots (6.11.12)$$

Liksom medelvärde har även regressionskoefficienten en medelkvadrat. Enligt BONNIER och TEDIN (kap. 28) är

$$\text{regressionskoefficientens medelkvadrat} = \frac{S(y - Y)^2}{(n - 2) S(x - \bar{x})^2} \dots\dots\dots (6.11.13)$$

Analogt med 6.11.5 är regressionskoefficientens medelfel = kvadratroten ur koefficientens medelkvadrat  $\dots\dots\dots (6.11.14)$

Slutligen är regressionsdelen, uttryckt som proportion av hela kvadratsumman,

$$= \frac{[S(x - \bar{x})(y - \bar{y})]^2}{S(x - \bar{x})^2 \cdot S(y - \bar{y})^2}$$

men detta tal är enligt 6.11.9  $= r^2 \dots\dots\dots (6.11.15)$

## 6.12. Frihetsgrader

I 6.11 berördes begreppet frihetsgrader under hänvisning till åberopad litteratur. Detta begrepp innebär, att man vid beräkning av t. ex. medelkvadrater och medelprodukter icke skall dividera med hela antalet  $N$ , utan

med det ur viss synpunkt »fria» antalet. För regressionsanalysen medför det angivna kravet, att medelrestkvadraten skall beräknas genom att dividera restkvadraten med antalet element  $N$ , minskat med antalet konstanter i funktionen.

Vid tillämpning av denna regel stöter man på teoretiska problem, som ännu ej kunna anses lösta. Vad saken gäller skall i korthet antydvas genom ett praktiskt resonemang.

Om vi eftersträfvade funktioner med minsta möjliga restkvadrat, skulle vi ha anledning att i kalkylen indraga ett mycket stort antal variabler. Nu söka vi i stället minsta medelrestkvadraten, men även i detta fall skulle samma tendens uppträda, om divisionen utfördes med  $N$ . En sådan utgång vore orimlig, särskilt i fråga om små material, alltså med litet värde på  $N$ . Mot överdrifter i denna riktning innebär det ett skydd, att funktionens antal regressionskoefficienter skall minska  $N$ , innan medelrestkvadraten och spridningen beräknas.

Emellertid finns det andra konstanter, som det är svårare att taga ställning till. Här avses storheter, som definiera variabelernas form. Det förefaller klart, att hänsyn måste tagas även till sådana konstanter. Eljest vore det möjligt att nedbringa spridningen genom invecklade variabler, som konstruerats med stöd av materialet. Så långt torde enighet råda, men var går gränsen? Ofta avräknas t. ex. andra potenser än ett. Men potensen ett kan vara i lika hög grad vald med stöd av materialet som högre eller lägre potenser. Likväl torde ingen betrakta dessa fall som likvärdiga. Och hur skall man minska  $N$ , då det är fråga om ritade variabler?

De ritade regressionerna kunna i detta sammanhang betraktas som hjälpmedel för val av variabelernas form. För att bestämma frihetsgraderna torde det vara nödvändigt att utjämna de ritade regressionerna numeriskt. Sedan erfarenhet vunnits på detta sätt, blir det kanske möjligt att okulärt bedöma frihetsgraderna för olika regressionstyper. EZEKIEL (1930) har varit inne på denna linje.

Begreppet frihetsgrad är viktigt i små material. Vid de undersökningar, som här åsyftas, eftersträvar man ett stort antal element. I den mån denna önskan kan uppfyllas, minskas betydelsen av antalet konstanter.

### 6.13. Variabelvalet

I det föregående har vid flera tillfällen framhållits, att det för all regressionsanalys viktiga variabelvalet ställer särskilt stora krav, då det gäller produktionsforskningens problem. Antalet variabler, som kunna inverka på lösningen av sådana uppgifter, är synnerligen stort, och vår kännedom om den form som de böra erhålla i analysen, är mycket begränsad. Särskilt vid behandling



av nya problem, som förut ej analyserats, nödgas vi pröva oss fram. Detta arbete kan väsentligt underlättas genom fristående detaljundersökningar, men den slutliga prövningen sker i själva regressionsanalysen.

Dessa förhållanden ställa höga anspråk på analysmetoden. Den måste vara så utformad, att variabelförsök kunna göras i tillräcklig omfattning, utan att tidsåtgång och kostnader överskrida skäliga gränser. Låt oss från denna synpunkt granska MILLS' version av DOOLITTLES förfarande. Denna framställning torde ge en riktig bild av hur sådana arbeten allmänt bedrevos omkring 1930. MILLS beskriver följande moment:

1. Bildandet av normalekvationer
2. Reducering av ekvationssystemet
3. Lösning » » »
4. Beräkning av spridningen

Genom mom. 4 uppnår man en bedömning av den prövade variabeluppsättningen i dess helhet. Emellertid är det möjligt, att funktionen skulle bli bättre, om en enskild variabel uteslöts, eventuellt för att åter insättas i omformat skick. För att uppspåra sådana variabler har produktionsforskningen använt regressionskoefficienternas procentuella medelfel. Därvid bedömdes subjektivt, vilka medelfel som kunde godkännas. I detta avseende ägde en växelverkan rum, så att kraven rättades efter vad som dittills åstadkommits. Beträffande »svåra» variabler, som man av sakliga skäl önskade behålla, kunde toleransen sträcka sig längre än för de övriga. Prövningens resultat blev ofta, att en eller flera variabler uteslötos eller »kastades», såsom termen löd. I anslutning till denna praxis kunna vi komplettera MILLS' redogörelse med följande moment:

5. Beräkning av regressionskoefficienternas medelfel
6. Kastning av viss variabel
7. Ny reducering av ekvationssystemet i den del, som följer efter denna variabel
8. Lösning av hela det kvarstående ekvationssystemet
9. Ny beräkning av spridningen
10. » » » regressionskoefficienternas medelfel

Det med utmönstring av en variabel förbundna arbetet beror på dennas plats i systemet. Kastning av den första variabeln betyder att den mesta räkningen måste göras om, medan kastning av den sista variabeln endast medför obetydligt arbete.

För den beskrivna metodiken är det utmärkande, att lösningen (mom. 3) går före beräkning av spridningen (mom. 4) samt att medelfelsberäkning (mom.

5) föregår kastningen (mom. 6). Under arbete med produktionsfrågorna införde jag i början av 1930-talet vissa ändringar av denna metodik. Härigenom tillkom en ny, för produktionsforskningen avpassad version av DOOLITTLES metod. Den nya metodiken har från 1934 använts för alla hithörande arbeten vid skogsforskningsinstitutet.

Det bör genast understrykas, att de nämnda ändringarna icke påverka resultatet. Syftet har varit att minska arbetet och detta mål uppnås så gott som alltid. Beträffande mycket enkla problem kan besparingen bli obetydlig, men i större undersökningar, som ha karaktären av forskning, blir den avgörande för möjligheten att genomföra uppgiften.

Den nya metoden uppskjuter delvis moment 3 samt helt momenten 4 och 5 till efter kastningen. I detta sammanhang framhålls, att kastningen, som här exemplifierats genom endast en variabel, kan bestå av hela serier variabelförsök. De angivna momenten verkställas alltså i regel först sedan variabeluppsättningen blivit definitiv. Metoden bygger på följande resonemang:

En funktions anpassning till materialet mätes primärt genom avvikelsernas kvadratsumma. Det är därför naturligt, att bedömningen av en enskild variabels värde i funktionen grundas på den minskning av kvadratsumman, som variabeln åstadkommer. Vi betrakta först det enklaste fallet, då variabeln står sist i funktionen. Som exempel väljes variabel 4 i bil. M 1 och M 3.

Enligt den i 6.7 använda definitionen på medelavvikelsen  $\sigma$  är hela kvadratsumman  $= N\sigma_0^2$ . Efter införande av variablerna 2 och 3 blir restkvadraten  $= N\sigma_{0,23}^2$  och genom variabel 4 sjunker den ytterligare till  $N\sigma_{0,234}^2$ . Den följande härledningen bygger på de relationer, som åberopas i 6.7. Antag  $\Delta_4$  = kvadratsummans minskning genom variabel 4. Vi få

$$\begin{aligned}\Delta_4 &= N\sigma_{0,23}^2 - N\sigma_{0,234}^2 \\ &= N\sigma_{0,23}^2 [1 - (1 - r_{04,23}^2)] \\ &= N\sigma_{0,23}^2 r_{04,23}^2 \\ &= N\sigma_{0,23}^2 b_{04,23}^2 \cdot \frac{\sigma_{4,23}^2}{\sigma_{0,23}^2} \\ &= b_{04,23}^2 N\sigma_{4,23}^2 \dots\dots\dots (6.13.1)\end{aligned}$$

I reduceringstablån M 3 är

$$\begin{aligned}R_4 &= -\frac{1}{N\sigma_{4,23}^2} \\ c_{40} &= b_{04,23} \\ s_{40} &= \frac{b_{04,23}}{R_4} = -b_{04,23} N\sigma_{4,23}^2 \\ c_{40} s_{40} &= -b_{04,23}^2 N\sigma_{4,23}^2 \dots\dots\dots (6.13.2)\end{aligned}$$

Av 6.13.1 och 6.13.2 följer

$$\Delta_4 = -c_4^0 s_4^0 \dots\dots\dots (6.13.3)$$

Med hjälp av den enkla relationen 6.13.3 kan man omedelbart efter ekvationssystemets reducering — alltså utan lösning och spridningsberäkning — nedskriva minskningen av kvadratsumman. Denna minskning  $\Delta$  avser alltid en viss variabel i ett visst system, nämligen det, där variabeln står sist. I en funktion av fyra variabler är sålunda endast  $\Delta_4$  fullt utslagsgivande. Emellertid är  $\Delta_3$  lika upplysande, men endast beträffande den funktion, som slutar i tredje blocket. I fråga om huvudfunktionen av fyra variabler är  $\Delta_3$  icke bevisande, men denna storhet kan lämna ett visst stöd för bedömning av den tredje variabelns effekt i huvudfunktionen. Sistnämnda effekt, alltså variabelns minskning av kvadratsumman, betecknas här  $\Delta_3'$ .

Den omedelbara användningen av  $\Delta$ -värdena gäller sålunda funktionens sista variabel eller annan variabel, som genom successiv kastning kommer sist. Denna möjlighet har stor räckvidd. Vid uppläggning av en regressionsfunktion börjar man nämligen med de »bästa» variablerna. Vilka dessa äro kan vara svårt att bedöma i ett alldeles nytt problem, men man kommer snart i den situationen, att arbetet innebär en variation av liknande uppgifter. Då blir utväljandet av de bästa variablerna lätt. Första delen av funktionen får därigenom karaktären av en stomme, som ej ändras, medan funktionens senare del försöksvis får olika sammansättning. Vid detta arbetssätt är det en stor fördel, att  $\Delta$ -värdenas beräkning börjar från slutet och kan avbrytas var som helst. Om flera dåliga variabler uppträda i slutet av funktionen behöva dessa ej kastas successivt, utan man ser genast deras gemensamma effekt, som uttryckes genom  $\Delta$ -summan, och kan kasta dem på en gång.

Efter denna utsortering löses systemet (se 6.9). Med hjälp av de erhållna  $b$ -värdena och reduceringstablåns  $\Delta$  kan i viss utsträckning bedömning ske av variabler, som icke stå sist.

Formeln 6.13.3 anger effekten av en variabel 4, då den står sist. Inom samma funktion är naturligtvis effekten av en viss variabel oberoende av hur variabeln placeras. Men det enkla uttrycket 6.13.3 gäller endast, då variabeln står sist.

Låt oss nu antaga, att vi önska bedöma en variabel, t. ex.  $X_2$ , som står på annan plats än sist i en funktion av fyra variabler.  $X_2$  antages minska kvadratsumman med  $\Delta_2'$ . Vi föreställa oss provisoriskt, att  $X_2$  flyttas till fjärde blocket. Då är

$$\Delta_2' = -c_4^0 s_4^0.$$

Emellertid få dessa symboler nytt innehåll genom att de nu gälla  $X_2$  i stället för  $X_4$ . Ändringen sker genom att överallt ersätta beteckningarna för  $X_4$  med motsvarande beteckningar för  $X_2$ . Vi få enligt bil. M 3 och relationerna i 6.7

$$\begin{aligned}
\Delta_2' &= \frac{Np_{02.34}^2}{\sigma_{2.34}^2} = \frac{Nr_{02.34}^2 \sigma_{0.34}^2 \sigma_{2.34}^2}{\sigma_{2.34}^2} \\
&= Nr_{02.34}^2 \sigma_{0.34}^2 \\
&= Nb_{02.34}^2 \sigma_{2.34}^2 \dots\dots\dots (6.13.4)
\end{aligned}$$

Detta uttryck gäller även om  $X_2$  står kvar på sin plats i block 2, men inom funktionen med fyra variabler. För jämförelse med 6.13.4 betrakta vi samma variabel  $X_2$  som medlem i den funktion av två variabler, vilken slutar i block 2.

$$\begin{aligned}
\Delta_2 &= -c_{20} s_{20} = \frac{Np_{02}^2}{\sigma_2^2} = \frac{Nr_{02}^2 \cdot \sigma_0^2 \sigma_2^2}{\sigma_2^2} \\
&= Nr_{02}^2 \sigma_0^2 \\
&= Nb_{02}^2 \sigma_2^2 \dots\dots\dots (6.13.5)
\end{aligned}$$

Vi dividera 6.13.4 med 6.13.5 och få

$$\frac{\Delta_2'}{\Delta_2} = \frac{b_{02.34}^2 \cdot \sigma_{2.34}^2}{b_{02}^2 \cdot \sigma_2^2} = \left( \frac{b_{02.34}}{b_{02}} \right)^2 \cdot q \dots\dots\dots (6.13.6)$$

I denna relation känna vi

$$\Delta_2 = -c_{20} s_{20}$$

och

$$b_{02} = c_{20}.$$

Koefficienten  $b_{02.34}$  erhålles genom lösningen. Däremot är beräkning av  $\sigma^2$ -kvoten  $q$  besvärlig i detta tidiga stadium av kalkylen, då funktionen ännu icke fastställts. Låt oss emellertid se närmare på  $q$ . Enligt 6.7 är

$$\sigma_{2.34}^2 = \sigma_2^2 (1 - r_{23}^2) (1 - r_{24.3}^2).$$

Härav

$$q = \frac{\sigma_{2.34}^2}{\sigma_2^2} = (1 - r_{23}^2) (1 - r_{24.3}^2).$$

Om de oberoende variablerna äro okorrelerade, blir  $q = 1$  och  $\Delta'$ , som i detta specialfall betecknas

$$\Delta_2'' = \left( \frac{b_{02.34}}{b_{02}} \right)^2 \cdot \Delta_2 \dots\dots\dots (6.13.7)$$

Då  $q$  ej kan vara större än 1, uttrycker  $\Delta_2''$  det högsta möjliga värdet av  $\Delta_2'$ . Om detta värde provas vara för lågt är det alltså säkert, att variabeln bör kastas. Däremot ger ett tillfredsställande högt  $\Delta_2''$  ingen garanti att variabeln kan behållas.

Eftersom systemet i varje fall skall lösas, medför tillämpningen av 6.13.7 ett mycket litet merarbete. Man bör därför ej försumma denna kontroll, som kan spara mycket arbete genom att avslöja en oduglig variabel, innan räkningen går vidare till nästa etapp, där en sådan variabel kan åstadkomma betydlig förtret.

I detta sammanhang bör framhållas, att 6.13.6 även kan användas som stöd för mera chansartade kastningar. För  $q$ , som varierar mellan 0 och 1, kan man på försök insätta t. ex. medelvärdet 0,5. I vissa fall misslyckas försöket, så att en variabel kastas, som bort stå kvar. Ett sådant bomskott ökar arbetet, men det är betydelselöst för resultatet. Förlusten registreras nämligen av den nya reduceringens  $\Delta$ -summa, vilket medför, att variabeln återinsättes i funktionen, denna gång vanligen sist.

I det föregående ha vi berört metoder för bestämning av kvadratsummans minskning. Under gynnsamma förhållanden — då ifrågavarande variabel står sist eller då minskningen är påtagligt för låg — äro dessa metoder utslagsgivande. I andra fall blir resultatet en osäker bedömning. Vi övergå nu till den definitiva beräkningen av de enskilda variabelernas andelar i kvadratsummans minskning. Detta räknemoment är arbetskrävande och det har därför uppskjutits till dess att systemet hyfsats i görligaste mån.

#### 6.14. Kvadratsummans minskning och medelfelen

Vid beräkning av kvadratsummans minskning och regressionskoefficienternas medelfel bestämmas först koefficienternas vikter. Av WHITTAKER och ROBINSON (1926, mom. 122) behandlas detta problem enligt determinantmetoden. En elementär framställning finnes hos HELMERT (1924, Drittes Kapitel, § 1, III, och § 3). Vi följa här den sistnämnda.

Det av HELMERT beskrivna förfarandet innebär principiellt, att man bildar  $m$  system av vardera  $m$  ekvationer, om antalet regressionskoefficienter är  $m$ . Vänstra leden utgöras av normalekvationernas produktsummor, multiplicerade med koefficienter  $Q$ , vilka skola bestämmas. Produkterna med  $X_0$  uteslutas. I varje system sättes en ekvation  $= 1$  och de övriga  $= 0$ . Härvid placeras siffran 1 olika i systemen, så att den införes t. ex. i första ekvationen av första systemet, i andra ekvationen av andra systemet osv. De så bildade systemen kallas viktekvationer.

I detta schema göras två förenklingar. Dels utbytas de ursprungliga normalekvationerna mot det reducerade normalekvationssystem, som åskådliggjorts i bil. M 1, dock med uteslutande av kolumn 0. Där siffran 1 förekommer i högra ledet, skall den stå på raden för summor. Enligt DOOLITTLES schema erhållas koefficienterna  $c$  på sista raden genom att summorna multipliceras med blockets  $R$ , dvs. reciproken med ombytt tecken. I en tablå över koefficienterna  $c$ , som ensamma intressera oss i detta sammanhang, står därför  $R$  i

högra ledet av de ekvationer, som satts = 1. För alla övriga ekvationer äro högra leden = 0.

Varje system betecknas med det blocknummer, där högra ledet är =  $R$ . Om funktionen har fem variabler, börja vi med system 5, där  $R_5$  står i högra ledet av block 5. I system 4 står  $R_4$  i högra ledet av block 4 och block 5 uteslutes. Överhuvud uteslutas alla ekvationer, som stå efter det block, vars nummer systemet bär. Detta sker, emedan nämnda ekvationer äro obehöfliga för beräkning av koefficienterna  $Q$ .

Beräkningen av  $Q$  visas i bil. M 5, som avser diameters tillväxtprocent för Tall, Södra Sverige, icke planterad. Koefficienterna  $c$  betecknas på samma sätt som i bil. M 1, så att t. ex.  $c_{23}$  betyder koefficienten i block 2, kolumn 3.  $Q$ -värdena betecknas också med två siffror, varav den första utmärker systemet och den andra kolumnen. Detta betyder, att alla  $Q$  i samma system och samma kolumn äro lika i alla block. Enligt DOOLITTLES schema äro alla koefficienter i diagonalen, alltså  $c$  med kvadratiske indices, = -1. I system 5, block 1 och kolumn 1, som här utesluts, skulle sålunda ha stått  $-Q_{51}$ . Beteckningen har med ombytt tecken överflyttats till högra ledet. På samma sätt ha beteckningarna  $Q_{52}$ ,  $Q_{53}$ ,  $Q_{54}$  och  $Q_{55}$  erhållit sina platser i högra ledet.

I högra ledet av block 5 står förut  $R_5$ , som nu överflyttas till vänstra sidan. Därmed är systemet klart för lösning nedifrån, på samma sätt som i tab. 6.9.1 använts för beräkning av regressionskoefficienterna. Som utgångspunkt ha vi  $Q_{55} = -R_5$ . Detta värde multipliceras med alla koefficienter i kolumn 5. I block 4 få vi härigenom  $Q_{54}$ , som insättes i kol. 4 och möjliggör beräkning av  $Q_{53}$ . På samma sätt fortsättes i övriga kolumner.

HELMERT visar i sitt anförda arbete (1924, Drittes Kapitel, § 1. III), att t. ex.

$$Q_{21} = Q_{12}.$$

Vid lösning av system 4 behöves i block 4 koefficienten  $Q_{45}$ . Den ha vi icke, men i stället utnyttjas  $Q_{54}$  från system 5, block 4. Det är denna utväg, som möjliggjort uteslutning av alla ekvationer, vilka stå efter det block, där högra ledet satts = 1.

Innan vi gå vidare kan det vara lämpligt att betrakta bil. M 5. Till grund för denna ligga koefficienterna  $c$  och reciprokerna med ombytt tecken  $R$  i M 3. Där har, såsom förut framhållits, variabeln  $W_1$  i det grundläggande systemet 6.5.5 satts = 100 (fall A). Vi önska jämföra detta fall med ett annat, då  $W_1$  är = 1 (fall B). Vilket inflytande ha de olika  $W_1$ -värdena, på motsvarande  $Q$ -värden?

Av M 3 framgår, att ändringen av  $W_1$  endast påverkar första blocket. Jämfört med fallet B divideras i detta block alla  $c$  med 100 och blockets reciprok divideras med 10 000.

Eftersom beräkningen av  $Q$  fortgår nedifrån, kan endast första blocket få kännning av ändringen. I systemen 5, 4, 3 och 2 blir  $Q$  i första blocket, alltså  $Q_{51}$ ,  $Q_{41}$ ,  $Q_{31}$  och  $Q_{21}$ , en hundradel av motsvarande  $Q$  i fall B. I system 1, block 1, uppträder samma inverkan av ändringen i  $c$ , men här tillkommer inflytandet av  $R_1$ , som dividerats med 10 000, samt av värdena  $Q_{12}$ ,  $Q_{13}$ ,  $Q_{14}$  och  $Q_{15}$ , vilka dividerats med 100. I uttrycket för  $Q_{11}$  blir på detta sätt varje term en tiotusendel av motsvarande term i fall B, och följaktligen blir  $Q_{11}$  i fall A en tiotusendel av  $Q_{11}$  i fall B.

I det förut återopade arbetet av HELMERT härledas regressionskoefficienternas medelfel. Enligt Drittes Kapitel, § 1, (26), är t. ex.

$$\mu_2 = \mu \sqrt{Q_{22}}, \dots\dots\dots (6.14.1)$$

där  $\mu_2$  = medelfelet i koefficienten för variabel 2 och  $\mu$  = medelfelet av en observation.

Som en följd härav framhåller HELMERT, att koefficienterna  $Q$  med kvadratiske indices, alltså  $Q_{11}$ ,  $Q_{22}$ ,  $Q_{33}$  osv., äro regressionskoefficienternas reciproka vikter, då vikten av en observation satts = 1.

Med våra beteckningar blir 6.14.1 för t. ex. variabel 3:

$$\varepsilon_3 = S_{0.3.k} \sqrt{Q_{33}} \dots\dots\dots (6.14.2)$$

Denna formel har i produktionsundersökningen använts för beräkning av regressionskoefficienternas absoluta medelfel. Resultaten ha omräknats till procent av koefficienterna och ha i detta skick tjänstgjort som indikatorer på varje variabls effekt.

Det är likväl påtagligt, att kvadratsummans minskning utgör ett mera adekvat uttryck för en variabls värde. Vi ha i 6.13 sett, hur denna minskning konstateras i de enkla fallen, då ifrågavarande variabel står eller kan ställas sist, samt beträffande vissa svaga variabler. Sedan koefficienterna  $Q$  beräknats, kan emellertid bedömningen utsträckas till alla variabler.

Kvadratsummans minskning genom t. ex. variabel 2 betecknas som förut  $\Delta_2'$ . Vi använda relationerna i 6.7 och få

$$\begin{aligned} \Delta_2' &= N\sigma_{0.k}^2 - N\sigma_{0.2.k}^2 \\ &= N\sigma_{0.k}^2 - N\sigma_{0.k}^2 (1 - r_{02.k}^2) \\ &= N\sigma_{0.k}^2 r_{02.k}^2 \\ &= N\sigma_{0.k}^2 b_{02.k}^2 \frac{\sigma_{2.k}^2}{\sigma_{0.k}^2} \\ &= -\frac{b_{02.k}^2}{R_2} \\ &= \frac{b_{02.k}^2}{Q_{22}} \dots\dots\dots (6.14.3) \end{aligned}$$

Sedan vi beräknat regressionskoefficienterna och motsvarande  $Q$ -värden med kvadratisk index kan alltså kvadratsummans minskning erhållas genom en enkel räkning. Det återstår att bedöma, om minskningen är tillräcklig för variabelns bibehållande.

Tidigare, då variablerna bedömdes med stöd av medelfelen, tillämpades en ganska fri prövning. Såsom redan framhållits i 6.13 rättades gränsen för godkännande efter vad som dittills åstadkommits. Man kunde också vara toleranter mot särskilt intressanta variabler. Det finnes all anledning att betrakta kvadratsummans minskning på samma sätt.

Genom förutvarande praxis finnes stor erfarenhet av de medelfel, som rimligen kunna eftersträvas under olika förhållanden. Vi kunna utnyttja denna erfarenhet vid prövning av kvadratsummans minskning. Om medelfelet är  $p\%$  av regressionskoefficienten  $b_3$ , är enligt 6.14.2

$$\frac{p^2}{10\,000} = \frac{S_{0.3k}^2 Q_{33}}{b_{03k}^2},$$

varav enligt 6.14.3

$$\frac{p^2}{10\,000} = \frac{S_{03k}^2}{\Delta_3'}.$$

Härav

$$\Delta_3' = \frac{10\,000}{p^2} \cdot S_{0.3k}^2 \dots \dots \dots (6.14.4)$$

Formeln är avsedd för beräkning av det minsta värde av  $\Delta'$ , som svarar mot ett visst krav i fråga om  $p$ .  $S_{0.3k}^2$  är den aktuella funktionens  $S_2^2$ .

Vi återvända nu till formel 6.14.3. Eftersom lösningen av såväl  $b$  som  $Q$  börjar från slutet, behöver den arbetskrävande viktberäkningen ej uppläggas helt på en gång. Man kan börja med några få block. Om en variabel påträffas, som bör kastas, bli vikterna i tidigare block ändrade. Det är därför klokt att gå fram steg för steg. Därest kastning ej erfordras växer systemet, så att det slutligen omfattar hela funktionen. Formeln 6.14.3 ger då den definitiva prövningen av variablerna.

Sedan dessa bestämts kunna vi beräkna restkvadraten

$$NS_{0.234}^2 = N\sigma_0^2 - \Delta_2 - \Delta_3 - \Delta_4, \dots \dots \dots (6.14.5)$$

där  $\Delta$  betecknar kvadratsummans minskning vid funktionens ökning med nya variabler.

Härav fås medelrestkvadraten

$$S_{0.234}^2 = \frac{N\sigma_0^2 - \Sigma_4 \Delta}{N - n}, \dots \dots \dots (6.14.6)$$

där  $n$  = antalet konstanter i funktionen

och  $\Sigma_4 \Delta = \Delta_2 + \Delta_3 + \Delta_4$ .



### 6.15. Räknearbetet

Som första steg i en regressionsanalys upplägges ett materialsammandrag, vilket för varje element anger de observerade värdena av uppgiftens variabler. I vissa fall skola dessa transformeras till mer eller mindre invecklade funktioner. Dessutom behöva både ursprungliga och transformerade variabler ofta omformas för att underlätta räknearbetet. Så t. ex. är det önskvärt, att variablerna erhålla ungefär samma storleksordning, vilket uppnås genom att multiplicera varje variabel med en härför lämplig faktor och avrunda resultaten till heltal. Om en viss variabel uppvisar olika tecken, kan den omföras till helt positiv genom att i alla element öka observationen med en konstant.

I produktionsundersökningen ha variablerna genom sådana omformningar nedbringats till högst tre, ibland högst fyra siffror. Dessa värden ha sedan stått fast genom hela analysen. Sedan materialsammandraget färdigställts, beräknas de produktsummor, som skola ingå i normalekvationerna. Vid skogsforskningsinstitutet ha för detta ändamål använts hålkortsmaskiner från och med 1930. Principen har varit, att korten sorterats över ental, tiotal och hundratal, ibland också tusental, av en variabel i sänder, varefter samtliga variabler summerats inom varje sådan grupp. Omföringen till produktsummor har skett olika, beroende på den disponerade maskinens typ. I mina arbeten användes Hollerithmaskiner. Gruppsummorna multiplicerades för hand med de ensiffriga sorteringstalen, varvid slutsumman samlades i maskinen.

När ekvationerna reducerats och lösts ha ibland — särskilt vid publicering — omformningarna återförts. Därvid ha de använda faktorerna inarbetats i regressionskoefficienterna  $b$  och tilläggskonstanter ha, efter multiplikation med erhållet  $b$ , lagts till  $a$ . En verkan av dylika tilläggskonstanter förtjänar observeras: vid reducering utan  $a$  (jfr 6.8) blir funktionens slutliga  $a$  ej = 0.

Av det föregående framgår, att normalekvationerna äro exakta i förhållande till materialsammandraget. Vid reduceringen framräknade summor och koefficienter äro däremot icke exakta. Det blir fråga om, hur långt approximationen skall drivas. Beträffande summorna eftersträvas ett minsta antal säkra decimaler i varje ingående term, vilket medför att lika många — eller närmelsevis lika många — decimaler bli säkra i själva summan. Eftersom denna har karaktären av en differens, kan även ett betydande antal decimaler lämna utrymme för endast få signifikativa siffror. I diagonalrutan bestämma dessa siffror signifikansen hos reciproken och påverka därigenom signifikansen hos blockets koefficienter.

Med detta har jag endast velat erinra om nödvändigheten att före arbetets början taga ställning till frågan om antalet decimaler i summorna och antalet signifikativa siffror i reciproker och koefficienter. Dessa antal behöva ej vara konstanta, men det bör finnas en regel för deras bestämning.

I detta avseende står produktionsforskningen i särklass. Vi ha sett i 6.2, att undersökningar av denna art måste omfatta många försök med många variabler. Man vet vid arbetets början icke, hur många variabler och framför allt icke vilka variabler, som komma att kvarstå i den slutliga regressionen. Under sådana förhållanden är det bättre att överskatta än att underskatta sifferbehovet.

I föreliggande undersökning ha *cs*-produkterna beräknats med 6 decimaler, varav den sista kastats i slutsumman. Första reciproken har tagits med 14 signifikativa siffror och senare reciproker med lika många signifikativa siffror som i den inverterade diagonalsumman. Koefficienterna ha erhållits genom att multiplicera rutans summa med blockets *R* och därvid ha alla decimaler medtagits.

Vid arbetets utförande användes kort, som voro upplagda över kolumner, med block som underindelning. Ett eller flera kort visade normalekvationerna, skrivna med grönt. En andra serie (vita kort) redovisade summor och en tredje serie (gula kort) koefficienter. Härigenom uppnåddes stor smidighet vid de olika kombinationer av summor och koefficienter, som skulle multipliceras.

För att kunna utföra multiplikationerna av summor och koefficienter med tillräckligt många siffror ha båda faktorerna delats enligt följande:

Summor:  $A = \text{heltal}$

$B = \text{decimaler}$

Koefficienter:  $C = \text{heltal} + 9 \text{ decimaler}$

$D = \text{övriga decimaler}$

Vid multiplikationen erhöles

$$(A + B)(C + D) = AC + AD + BC + BD.$$

Härav kastades *BD*, som vid angivna förutsättningar ej invercade på resultatet. Å en blankett inskrevos under *AC*, *AD* och *BC* i räknemaskinen samlade produkter, vilka t. ex. i block 3, kol. 3, representerade delar av summan  $c\ 13\ s\ 13 + c\ 23\ s\ 23$ . Rutans summa  $s\ 33$  erhöles genom att addera normalekvationstermen  $n\ 33$  till summan av *AC*, *AD* och *BC*.

## 6.16. Kontroller

I 6.6 framhöles, att kontrollkolumnen 6 i DOOLITTLES schema uteslutits, emedan dubbelräkning ansetts fördelaktigare i våra arbeten. Detta omdöme avsåg förhållanden, som rådde vid undersökningens början. I allmänhet är det troligt, att valet av kontrollmetod måste avgöras från fall till fall. En viktig faktor är personalens storlek och sammansättning. Har man många nybörjare och få tränade medhjälpare kommer dubbelräkningen i första rummet. Denna blir genomsnittligt dyrare, men man vinner tid, vilket i vissa fall kan vara avgörande. Om riklig kastning av variabler förutses och då stort antal

signifikativa siffror anses behövt, torde dubbelräkning böra övervägas. Å andra sidan har DOOLITTLES kontroll underlättats av de olika räknefaktorernas uppläggning på kort. Metoden passar bäst för standardiserade arbeten, som ej äro alltför brådslande, och för tränad personal. Som ett viktigt plus bör antecknas, att denna metod troligen skänker större tillfredsställelse åt den som utför arbetet.

Kontrollen av regressionskoefficienter och koefficienter  $Q$  anknytes till reduceringstablan, vilken åskådliggjorts i bil. M 1 och M 3. Vi utgå från normalekvationerna 6.5.4, men införa de beteckningar, som använts i M 1, M 3 och 6.9.1. Två fall särskiljas, vilka definieras av värdet på den i 6.5.4 förekommande variabeln  $W_1$  (jfr 6.14).

Fall A.  $W_1 = 100$ . Detta antagande ligger till grund för produktionsundersökningen och har använts i bil. M 3. Vi tänka oss M 3 kompletterad under diagonalen på sätt som antytts i motiveringen till 6.5.5. Då blir i t. ex. block 2:

$$b_1 100 \Sigma X_2 + b_2 \Sigma X_2^2 + b_3 \Sigma X_2 X_3 + b_4 \Sigma X_2 X_4 - \Sigma X_0 X_2 = 0 \dots (6.16.1)$$

Om denna räkning utföres med de vid lösningen funna  $b$ -värdena, kommer högra ledet troligen att avvika något från 0. Avvikelsen uppkommer genom brister i reduceringen eller lösningen, vilka i regel bero på de använda avrundningsprinciperna och alltså ej äro räknepel.

Koefficienterna  $Q$  kontrolleras lämpligen enligt HELMERT (1924, Drittes Kapitel, § 3, 39). Efter omskrivning till samma beteckningar som i 6.16.1 få HELMERTS formler följande utseende:

$$\left. \begin{aligned} b_1 &= 100 \Sigma X_0 Q_{11} + \Sigma X_0 X_2 Q_{12} + \Sigma X_0 X_3 Q_{13} + \Sigma X_0 X_4 Q_{14} \\ b_2 &= 100 \Sigma X_0 Q_{21} + \Sigma X_0 X_2 Q_{22} + \Sigma X_0 X_3 Q_{23} + \Sigma X_0 X_4 Q_{24} \\ b_3 &= 100 \Sigma X_0 Q_{31} + \Sigma X_0 X_2 Q_{32} + \Sigma X_0 X_3 Q_{33} + \Sigma X_0 X_4 Q_{34} \\ b_4 &= 100 \Sigma X_0 Q_{41} + \Sigma X_0 X_2 Q_{42} + \Sigma X_0 X_3 Q_{43} + \Sigma X_0 X_4 Q_{44} \end{aligned} \right\} \dots (6.16.2)$$

Fall B.  $W_1 = 1$ . I 6.16.1 blir med denna förutsättning första termen  $= b_1 \Sigma X_2 = a \Sigma X_2$ . För  $W_1 = 100$  var samma term  $= b_1 100 \Sigma X_2 = a \Sigma X_2$ . Övriga termer beröras ej. Alltså inverkar ändringen ej på kontrollen.

I 6.16.2 uppstå vid övergång till  $W_1 = 1$  följande ändringar:

*Första ekvationen.* Första termen i högra ledet mister faktorn 100, men  $Q_{11}$  multipliceras med 10 000, alltså nettoförstoring 100 gånger. I övriga termer förstoras  $Q$  100 gånger. Alltså förstoras  $b_1$  100 gånger, vilket stämmer med beräkningen i 6.9.

*Övriga ekvationer.* Första termerna i högra ledet mista faktorn 100, men  $Q$  förstoras också med 100, varför ingen ändring sker. Övriga termer beröras ej. Regressionskoefficienterna bli alltså oförändrade, vilket redan konstaterats i 6.9.

## Kap. 7. Bonitering

### 7.1. Inledning

Begreppet bonitet är i skogsbruket avsett som uttryck för avkastningsförmågan. I ordet förmåga ligger en möjlighet, det är alltså icke fråga om vad en mark faktiskt avkastar, utan vad den kan avkasta. Svaret på en sådan fråga blir beroende av ståndortens egenskaper, trädens egenskaper och skötseln, om vi under detta begrepp sammanfatta alla åtgärder för beståndets anläggning, vård och slutavverkning. För svaret är det dessutom avgörande, vad som menas med avkastning. I denna undersökning avses därmed allt stamvirke ovan jord, fränsett stubben. Alla torde vara ense om, att bonitetsbegreppet syftar på avkastningens volym, i regel på bark, och att det är fråga om en medeltillväxt. Principiellt torde boniteringen avse den största medeltillväxten, men i anslutning till gängse praxis har detta värde här ersatts med medeltillväxten vid 100 år.

Av det sagda torde framgå, att boniteringsfrågan, sedd ur avkastnings-synpunkt, är ett specialfall av det stora produktionsproblemet. Avkastningen i olika boniteter framgår som resultat av produktionsforskningen. Den kan därför ej användas som förutsättning för denna forskning.

Emellertid behöver produktionsforskningen något sätt att bedöma försöksbeståndens utvecklingsförmåga. För detta ändamål har man sedan länge använt höjdens utveckling över åldern. Ett exempel på förfarandet beskrevs i 1.3. Vid varje revision av försöksytorna uppskattades höjden och åldern. De observerade höjderna upplades grafiskt över åldern och utjämnades genom strömlinjer. Med stöd av dessa drogs en höjdutvecklingskurva för var och en av fem boniteter, vilka definierades genom höjden vid 100 år.

Enligt detta system innebar alltså boniteringen en bedömning av höjden vid 100 år. Bonitetens avkastningsförmåga framgick av produktionsundersökningen. I dessa avseenden överensstämmer boniteringen i detta arbete med den gamla metoden. Emellertid ha i flera punkter viktiga ändringar gjorts, vilka behandlas i avsnitten 7.2—7.7.

### 7.2. Gallringens inverkan

Det ligger i sakens natur, att boniteten skall vara ett uttryck för växandet. Det inflytande, som en gallring har på växandet, tillhör alltså bonitetsbegreppet. Men all gallring, som icke är fullt likformig, har också en omedelbar verkan, som ändrar beståndets eller gruppens medelträd. Vid vår vanligaste behandlingsform, låggallringen, får medeldiametern på detta sätt ett tillskott, som man kallat »oäkta tillväxt». Vi generalisera begreppet »oäkta» till att omfatta alla ändringar hos medelträd, vilka enbart uppkomma genom

gallringens sorterande inverkan. Så snart boniteringen grundas på medelträds riskeras alltså, att resultatet snedvrides genom oäkta bonitetsändring.

Man kan schematiskt tala om två slag av oäkta bonitetsändring. Om gallringen är olikformig med hänsyn till diametrarna, kan den ändra medelträdet diameter och därigenom indirekt dess höjd (första slaget). Eller också kan gallringen lämna medelträdet diameter oförändrad, men påverka dess höjd genom övervägande uttag under eller över höjdkurvan (andra slaget).

### 7.3. Bonitetsvisare

Bedömningen av ett boniteringssystem måste ske mot bakgrunden av de bestånd, på vilka systemet är grundat. Dessa bestånd kallas i det följande bonitetsunderlag.

Vid bonitering enligt äldre metoder användes beståndets medelhöjd som indikator. Därigenom riskerade man oäkta bonitetsändring av första slaget. Så länge tillämpningen begränsades till bestånd, som någorlunda liknade bonitetsunderlaget, var likväl denna felkälla mindre betydande.

I vårt land blev bonitetsfrågan aktuell genom JONSON (1914). Som bonitetsunderlag använde han tabellbestånd, vilka beräknats av MAASS (1911) och SCHWAPPACH (1902 och 1908). Dessa tabeller gällde för svag eller måttlig låggallring i bestånd, som voro fullslutna vid utgångsläget. Men boniteringen var avsedd att tillämpas i praktikens bestånd, som ofta skilde sig från underlaget i betydande grad. I sådana fall förelåg stor risk för oäkta bonitetsändring. Denna kunde i viss mån undvikas genom korrektioner, men dessa voro svåra att utföra och minskade förfarandets objektivitet.

På grund av dessa olägenheter önskade jag utbyta medelhöjden mot någon annan bonitetsindikator. En sådan var den övre höjden, som begagnats av WEISE (1880) vid en första bearbetning av det preussiska tallmaterialet. Därvid uppdelades stammarna på fem klasser med samma stamantal. Beståndets övre höjd definierades av WEISE som lika med den grövsta stamklassens medelhöjd. Detta är klara besked. Man bör erkänna, att marginalen för oäkta bonitetsändring blivit mindre än vid bedömning efter annan medelhöjd. Emellertid kvarstår, att gallringen kan medföra bonitetsförskjutningar, som vi önska undvika.

I detta sammanhang bör nämnas, att ILVESSALO (1920) begagnat en övre höjd, varmed torde avses de härskande trädens höjd. Emellertid har i hans arbete, som avser orörda bestånd, den övre höjden mera karaktären av en upplysning. Boniteringen har nämligen bestämts av skogstyperna.

Vi ha sett, att WEISE flyttat höjdoobservationen åt höger, dvs. mot stamfördelningens övre gräns. Vid min behandling av denna fråga har jag tagit ut steget helt, ända fram till gränsen. Ett beståndets övre höjd blir då det mått,

som i en på diametrarna upplagd höjdkurva avläses vid stamfördelningens övre gräns. För praktiskt bruk i någorlunda normala bestånd sker denna avläsning vid den grövsta diametern.

Då den övre höjden användes som bonitetsvisare, bortfaller vid självgallring, låggallring och genomgallring all oäkta bonitetsändring av första slaget. Där-  
emot kvarstår — liksom vid övriga omnämnda metoder — den oäkta bonitets-  
ändringen av andra slaget. För klarläggande av denna komplikation fordras  
utredning, som ännu ej medhunnits. Tillsvidare måste vi nöja oss med att  
konstatera problemets existens.

#### 7.4. Bonitet och höjdutveckling

Av det föregående framgår, att produktionsundersökningens bonitering grundats på den övre höjden. Denna avläses på beståndets höjdkurva vid stamfördelningens övre gräns. Av skäl, som diskuteras i 22.3, kallas den övre gränsen  $d_{3\sigma}$ . Analogt härmed betecknas övre höjden  $h_{3\sigma}$ .

Bonitetsbegreppet har knutits till likåldriga och i övrigt homogena bestånd, i vilka den övre diametergränsen ej rubbats genom gallring. Enligt systemet betecknas boniteten genom värdet  $h_{100}$ , som är övre höjden  $h_{3\sigma}$  vid 100 år. Alla bestånd av den angivna typen, som vid 100 år ha övre höjden 20 meter, föras sålunda till  $h_{100} = 20$ , oberoende av höjdutvecklingens förlopp.

Däremot har höjdutvecklingens gång ett avsevärt inflytande på produktionen av volymer och värden. Den påverkar särskilt starkt det i skogsekonomiska kalkyler viktiga kapitalvärdet  $W$ . Slutligen är kännedom om höjdutvecklingen nödvändig vid bonitering, dvs. bedömning av  $h_{100}$  med ledning av övre höjden vid vilken ålder som helst. I fig. 7.4.1 visas höjdutvecklingskurvor i olika boniteter för Tall, Norra Sverige, icke planterad.

Variationen i höjdutveckling inom samma bonitet  $h_{100}$  torde framför allt bero på olika uppkomstsätt. I planteringar kommer höjdtillväxten fortare i gång och den ger i början längre toppskott än i täta självsådder. Med tanke härpå ha i produktionstabellerna olika höjdutvecklingskurvor använts för planterade och icke planterade bestånd. Korrektionen har skett genom att i planterade bestånd låta övre höjden uppnå 1,3 meter tidigare än i ej planterade bestånd, medan kurvan fasthållits vid 0 och 100 år. En följd härav är givetvis, att de planterade bestånden under en senare del av utvecklingen fått mindre toppskott än de icke planterade.

Mot denna uppläggning kan invändas, att den är alltför schematisk. Verkliga bestånd kunna utvecklas på många andra sätt än de angivna. Ja, naturligtvis är det så. Men målet för denna framställning är att fästa uppmärksamheten på viktiga fall, som ofta förekomma. Det använda schemat förutsätter, att ståndorten och arvsanlagen sätta en gräns för höjdutvecklingen, som ej kan överskridas vid någon skötsel. Om kurvorna kunnat fram-

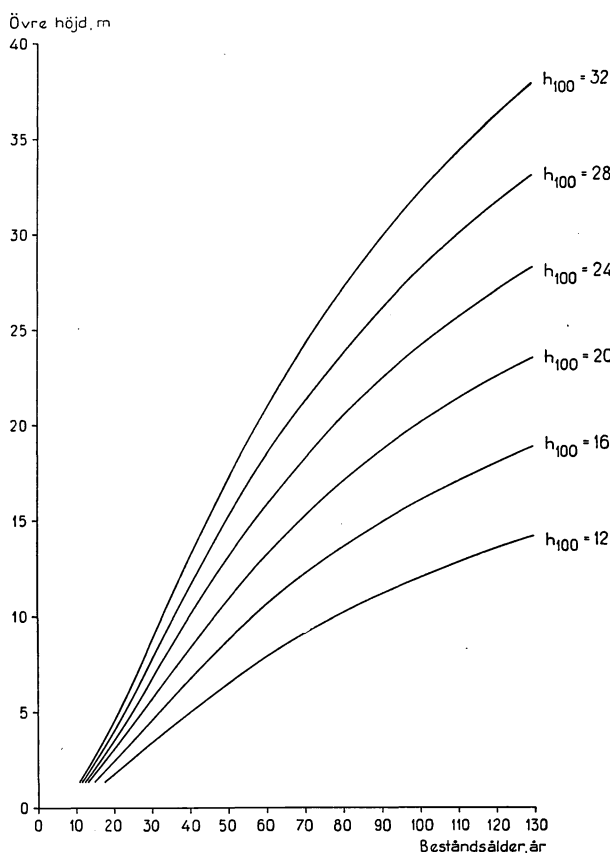


Fig. 7.4.1. Övre höjdens utveckling i olika boniteter  $h_{100}$  av Tall, Norra Sverige, icke planterad (orörda bestånd).

dragas till denna gräns, torde föga ha varit att anmärka på konstruktionen. En sådan skärpning av bearbetningen tillhör emellertid ett senare forskningsstadium. För närvarande är situationen denna: med hänsyn till behovet av kontinuitet har det ansetts önskvärt att låta 100-årsåldern behålla sin utslagsgivande ställning vid boniteringen. Om så sker, måste höjdutvecklingskurvor tillhörande samma bonitet skära varandra vid 100 år.

Tillsvidare har ålderssänkningen vid 1,3 meter utförts schematiskt med 30 %. Åldern vid uppnåendet av denna höjd har för ej planterade bestånd fått tecknet  $t$ . I planterade bestånd blev motsvarande ålder  $t'$  alltså  $= 0,7 t$ . Exempel på alternativ höjdutveckling, som erhållits på detta sätt, framgå av hjälptabellerna H 3 och H 4. För Tall, Norra Sverige,  $h_{100} = 20$ , visas i fig. 7.4.2 alternativa höjdutvecklingskurvor för olika ålderskvoter  $q = \frac{t'}{t}$ .

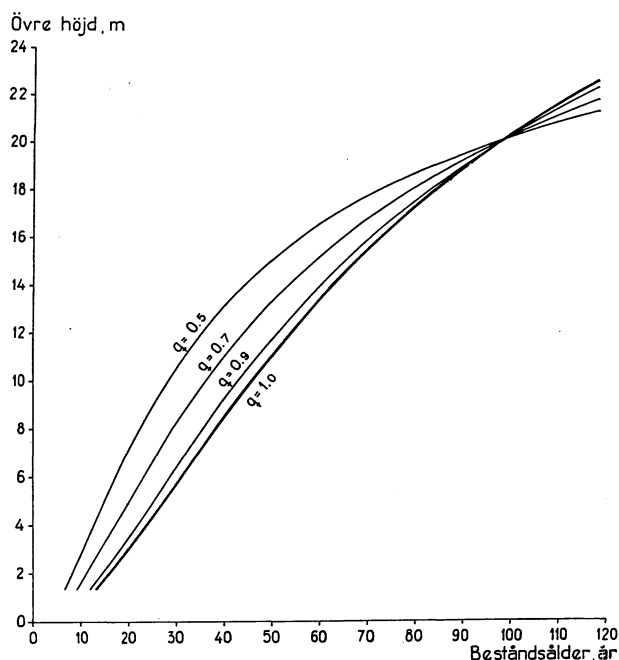


Fig. 7.4.2. Övre höjdens utveckling för olika ålderskvoter  $q$  vid brösthöjd. Här avses  $q = \frac{t'}{t}$  = kvoten mellan den aktuella åldern vid uppnående av brösthöjd och motsvarande ålder i orörda bestånd.

Varje bonitet eller bonitetsnyans kännetecknas alltså av en viss höjduitveckling. Emellertid kunna bestånd med samma höjduitveckling förete mycket varierande egenskaper, beroende i främsta rummet på olikhet i utgångsläge och behandling. Att tillskriva boniteten en viss produktionsförmåga är därför möjligt endast om variationen begränsas genom ett eller flera preciserande villkor. Vi återkomma härtill vid diskussionen av produktionstabellerna.

## 7.5. Höjduitvecklingskurvor

### I. Beteckningar:

$x$  = total ålder

$t$  = ålder vid uppnående av 1,3 m

$z = x - t$  = antal årsringar vid brösthöjd

$y = h_{3\sigma}$



Som grundfunktion har valts kurvan

$$y = \left( \frac{x}{a + bx} \right)^n, \dots\dots\dots (7.5.1)$$

vilken är S-formad för  $n > 1$ . Härav

$$\left( \frac{1}{1,3} \right)^{1/n} = \frac{a}{t} + b,$$

$$\left( \frac{1}{y} \right)^{1/n} = \frac{a}{x} + b$$

och

$$\chi = \left( \frac{1}{1,3} \right)^{1/n} - \left( \frac{1}{y} \right)^{1/n} = \frac{a(x-t)}{tx} \dots\dots\dots (7.5.2)$$

Sätt

$$\beta = \frac{a}{t}.$$

Då är

$$\beta = \frac{\chi x}{x-t} = \frac{\chi(z+t)}{z} = \chi \left( 1 + \frac{t}{z} \right) \dots\dots\dots (7.5.3)$$

II. För att komma vidare måste vi bestämma  $n$ . Härför utnyttjades observationer, som gjorts å institutets försöksytor i orörd skog. Bearbetningen omfattade 496 ytor, vilka såvitt möjligt fördelades jämnt på trädslag, län och okulärbestämd JONSON-bonitet. Å varje sådan yta hade vid undersökningen fällts fem efter vissa regler valda provträd. Bland dessa ingingo representanter för hela ytan och för de fem grövsta träden å ytan. Av de fällda provträden uttogs det högsta för denna undersökning. Principiellt eftersträvades medelhöjden vid stamfördelningens övre gräns. Vid provträdsvalet fanns en viss utsikt att komma nära den praktiska övre gränsen (det grövsta trädet) men däremot nåddes i regel ej den teoretiska övre gränsen, som vanligen ligger högre. Valet av det högsta provträdet kan ses som en kompensation härför. Genom detta val uteslötos dessutom extrema vargräd.

Vid undersökningen i orörd skog observerades de fällda provträden på många sätt. Därav utnyttjades för bonitetsundersökningen varje använt träds höjd  $h$  samt antalet årsringar  $x_3, z_1$  och  $z_2$  vid respektive 1 %, 30 % och 70 % av höjden. För att förenkla undersökningen godtogs  $x_3$  som trädets ålder vid höjden  $h$ . Åldern vid 0,3  $h$  kallades  $x_1$  och åldern vid 0,7  $h$   $x_2$ . Härav  $z_1 = x_3 - x_1$ , och  $z_2 = x_3 - x_2$ . På samma sätt som i 7.5.2 bildades

$$\chi_1 = \left( \frac{1}{0,3 h} \right)^{1/n} - \left( \frac{1}{h} \right)^{1/n} = \frac{a z_1}{x_1 x_3} \dots\dots\dots (7.5.4)$$

$$\chi_2 = \left( \frac{1}{0,7 h} \right)^{1/n} - \left( \frac{1}{h} \right)^{1/n} = \frac{a z_2}{x_2 x_3} \dots\dots\dots (7.5.5)$$

För  $Q = \frac{\chi_1}{\chi_2}$  erhöills genom division två uttryck, nämligen

$$Q = \frac{\left(\frac{10}{3}\right)^{1/n} - 1}{\left(\frac{10}{7}\right)^{1/n} - 1} \dots\dots\dots (7.5.6)$$

och

$$Q = \frac{x_2 z_1}{x_1 z_2} \dots\dots\dots (7.5.7)$$

Som grund för valet av  $n$  önskades kännedom om materialets fördelning på  $n$ -klasser. Då beräkning av  $n$  för varje provträd ej kunde komma i fråga, uträknades i stället  $Q$  för klassgränserna  $n = 0,5, 1,5, 2,5, 3,5$  osv. enligt 7.5.6. Därjämte beräknades  $Q$  för alla provträd enligt 7.5.7, varefter den sökta  $n$ -frekvensen erhöills genom att räkna antalet träd inom  $Q$ -gränserna. Resultaten framgå av tab. 7.5.8.

Tab. 7.5.8. Frekvensen i  $n$ -klasser

$n$ -klass.....	Lägre	1	2	3	4	5	6	Högre	Summa
$n$ vid undre gräns	< 0,5	0,5	1,5	2,5	3,5	4,5	5,5	> 6,5	
$Q$ » » »	> 9,7146	9,7146	4,5875	4,0342	3,8270	3,7189	3,6525	< 3,6076	
Tall, Norra Sverige									
%.....	0,8	12,7	15,3	9,3	1,7	3,4	1,7	55,1	100,0
Gran, Norra Sverige									
%.....	1,4	11,3	12,7	8,5	2,8	3,5	1,4	58,4	100,0
Tall, Södra Sverige									
%.....	0,7	12,3	15,9	18,8	5,1	4,4	2,2	40,6	100,0
Gran, Södra Sverige									
%.....	—	9,5	8,3	14,3	2,4	2,4	2,4	60,7	100,0

Av tab. 7.5.8 framgår, att  $n = 2$  har högsta frekvensen i norra Sverige, medan  $n = 3$  ligger högst i södra Sverige. Det är alltså icke trädslaget, som skiljer, utan det geografiska området. Från dessa kulminationspunkter faller frekvensen raskt vid växande  $n$ . Detta fall fortsätter med säkerhet inom den sammanslagna gruppen »Högre». De stora procenttalen för denna grupp framkomma icke genom höga frekvenser i heltalsklasser av  $n$ , utan de bero därpå, att gruppen omfattar ett ofantligt stort antal sådana klasser.

Med stöd av förestående kunna vi betrakta  $n = 2$  som den mest sannolika exponenten i höjdutvecklingskurvorna för norra Sverige och  $n = 3$  som den mest sannolika exponenten i höjdutvecklingskurvorna för södra Sverige, allt under förutsättning, att det är fråga om sådana bestånd, som ingått i materialet från orörd skog.

Så långt undersökningen. Det återstår att bedöma i vilken mån dessa erfarenheter kunna tillämpas vid bonitering av skog, som underkastats en någorlunda normal skötsel. I 7.4 grundades diskussionen på ett schema, enligt vilket ståndorten och arvsanlagen sätta en gräns för höjdtutvecklingen, som ej kan överskridas vid någon skötsel. Om så är förhållandet bör höjdtutvecklingens senare fas, då höjdtillväxten avtar, vara ett bättre uttryck för boniteten än den tidigare fasen, då tillväxten ökas. I detta tidigare skede är det orörda naturbeståndet ofta utsatt för starka hämningar, som överdriva S-formen och framkalla högt  $n$ . Då den relaterade undersökningens resultat skola tillämpas på vårdad skog, torde det därför vara befogat att negligera de  $n$ -klasser, som karakteriseras av högt  $n$  och låg frekvens. Vi kunna — synes det mig — med gott samvete hålla oss till  $n$ -värdena 2 och 3, som visa största frekvensen.

Den motsättning, som framkommit mellan  $n = 2$  i norra Sverige och  $n = 3$  i södra Sverige, är av stort intresse. Beträffande tallen torde detta resultat ha stöd i en tämligen utbredd mening, enligt vilken den nordsvenska tallen har rakare utvecklingsförlopp och uthålligare höjdtillväxt än den sydsvenska. I fråga om granen kan däremot resultatets allmängiltighet få anses tveksam. Läget kommer att klarna betydligt, då fällda provträd, som representera övre höjden, bli tillgängliga även i vårdade bestånd och kunna undersökas genom borring. Till dess torde det vara mest försvarligt att i nämnda avseende likställa norra och södra Sverige. Så har också skett i denna bearbetning, där  $n$  för tall och gran i hela landet satts = 3.

III. Sedan  $n$  bestämts utesluts differensen  $\chi_1$  enligt 7.5.4 och i stället infördes  $\chi_0$ , som är =  $\chi$  i 7.5.2. Detta innebar, att mätpunkten 0,3  $h$  utbyttes mot den fasta mätpunkten 1,3 meter.  $\chi_2$  enligt 7.5.5 kvarstod. I  $\chi$ -uttrycken infördes  $n = 3$ . För varje provträd erhöles

$$\chi_0 = \left( \frac{1}{1,3} \right)^{1/3} - \left( \frac{1}{h} \right)^{1/3}$$

$$\chi_2 = \left( \frac{1}{0,7 h} \right)^{1/3} - \left( \frac{1}{h} \right)^{1/3}$$

samt

$$R = \frac{\chi_2}{\chi_0} = \frac{\left( \frac{10}{7} \right)^{1/3} - 1}{\left( \frac{1}{h} \right)^{1/3} - 1} = \frac{z_2}{z_0} \frac{x_0}{x_2} \dots \dots \dots (7.5.10)$$

Härav enligt M 6 för varje provträd

$$t = x_0 = \frac{Rz_0(z_0 - z_2)}{z_2 - Rz_0}, \dots \dots \dots (7.5.11)$$

där  $z_0$  är antalet årsringar vid 1,3 m och  $z_2$  är antalet årsringar vid 0,7  $h$ .

Observera, att 7.5.11 icke innehåller trädets ålder. Kurvan har lagts genom höjderna 1,3 meter, 0,7  $h$  och  $h$ , under iakttagande av tillväxttiderna  $z_0$  och  $z_2$ , och den anger alltså materialets sätt att växa, sedan 1,3 meter uppnåtts. En depression före denna tid har ingen inverkan. Man kan betrakta beräkningen av  $t$  som en extrapolering av den genom höjderna definierade kurvan, under förutsättning av  $n = 3$ .

Enligt 7.5.10 stiger  $R$ , då  $n$  växer, och enligt 7.5.11 stiger  $t$ , då  $R$  växer. Alltså ökas  $t$  vid växande  $n$ .

IV. Sedan  $t$  härletts uteslöts  $\chi_2$  och kalkylen sysslade därefter endast med  $\chi_0$ , som också skrives  $\chi$ , då förväxling ej riskeras. Tabeller ha utarbetats, där  $\chi$  erhålles med  $h$  som ingång, dels för  $n = 2$  (tab. H 1) och dels för  $n = 3$  (tab. H 2). Eftersom  $n$  i denna undersökning valts = 3 användes här endast tab. H 2.

För varje provträd beräknades enligt 7.5.3

$$\beta = \chi \left( 1 + \frac{t}{z_0} \right) \dots \dots \dots (7.5.12)$$

och

$$\chi_{100} = \beta \left( 1 - \frac{t}{100} \right) \dots \dots \dots (7.5.13)$$

varefter  $h_{100}$  togs ur  $\chi$ -tabellen för  $\chi_{100}$ .

V. För att generalisera  $t$ -värdena behövdes ett samband mellan  $t$  och  $h_{100}$ . En grafisk uppläggning av de erhållna värdena inbjöd till utjämning enligt funktionen

$$t = a + \frac{b}{h_{100}} \dots \dots \dots (7.5.14)$$

Vid valet av utjämningsmetod måste hänsyn tagas till materialets beskaffenhet och undersökningens syfte. Materialet var hämtat ur orörda bestånd, men höjdutvecklingskurvan skulle användas framför allt i gallrade bestånd. De svårigheter, som kunde skapas av denna motsättning, hade betydligt minskats genom konstruktionen av 7.5.11. Kvar stod emellertid en viss oklarhet, som avhöll mig från att bearbeta denna detalj med regressionsanalys. I stället fick utjämningen karaktären av ett överslag, som verkställdes genom medelvärden. Som stöd för konstruktionen användes det godtyckliga antagandet, att funktionen 7.5.14 kunde extrapoleras ända till  $h_{100} = 1,3$ . Härav erhöles

$$\left. \begin{aligned} 100 &= a + \frac{b}{1,3} \\ a &= 100 - \frac{b}{1,3} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (7.5.15)$$

Vidare antogs

$$M(t) = a + bM\left(\frac{1}{h_{100}}\right)$$

och enligt 7.5.15

$$M(t) = 100 - \frac{b}{1,3} + bM\left(\frac{1}{h_{100}}\right)$$

varav

$$b\left[\frac{1}{1,3} - M\left(\frac{1}{h_{100}}\right)\right] = 100 - M(t)$$

och

$$b = \frac{100 - M(t)}{\frac{1}{1,3} - M\left(\frac{1}{h_{100}}\right)} \dots\dots\dots (7.5.16)$$

Tab. 7.5.17. Beräknade  $t$ -värden, primära.

$h_{100}$	Tall		Gran	
	Norra Sverige	Södra Sverige	Norra Sverige	Södra Sverige
12	17,05	13,88	22,00	15,26
16	14,53	11,27	19,63	12,68
20	13,02	9,70	18,21	11,14
24	12,01	8,65	17,26	10,11
28	11,29	7,90	16,58	9,37
32	10,75	7,34	16,07	8,82

$M$  betecknar medeltal. Genom att insätta beräknade  $a$  och  $b$  i 7.5.14 erhöles de primära  $t$ -värden, som framgå av tab. 7.5.17.

Värdena i tab. 7.5.17 gälla för icke planterade bestånd. Det förutsattes, att  $t$  i planterade bestånd korrigeras enligt 7.4. Sannolikt har detta korri-geringsbehov mycket större räckvidd. Det kan väntas, att bedömningen av  $t$  bör nyanseras även inom grupperna »planterad» och »icke planterad» samt att hänsyn bör tagas också till helt andra faktorer. Här öppnas vida fält för forsk-ningen. För närvarande få vi nöja oss med det närmaste målet: att klargöra förutsättningarna för de siffror, med vilka vi arbeta.

Det skulle vara av stort intresse att få en kontroll på  $t$ -värdena i tab. 7.5.17. För närvarande saknas emellertid material härtill. Vad som erfordras är en bestämning av ålder och höjd vid två tillfällen i bestånd av den typ, som åskåd-liggöres i produktionstabellerna. Man kan därvid gå till väga på samma sätt som i de orörda bestånden, alltså genom att borra samma provträd vid olika höjder, eller också genom att observera övre höjden i samma bestånd med tillräckligt tidsmellanrum. Undersökningar av den förstnämnda typen stå på programmet för den nya produktionsundersökning, varav observationerna i

orörda bestånd utgöra en del. Det har därför ej ansetts lämpligt att nu igångsätta separata undersökningar av detta slag. Användning av den andra utvägen har i min undersökning hindrats därav, att höjdoobservationerna före 1927 voro osäkra och att tiden från detta år till materialinsamlingens avslutande var för kort för detta beräkningssätt.

Emellertid kunna utgångspunkter för bedömning av de beräknade  $t$ -värdena hämtas från det orörda materialet. Där har antalet årsringar observerats dels vid 1 % av höjden och dessutom vid 1,3 meter. Skillnaden mellan dessa observationer understiger det orörda beståndets  $t$  med så många år, som åtgått för uppväxande till 1 % av höjden. Som representant för »orörda»  $t$  är alltså denna differens något för liten.

Vid vanligt gallringsbruk utan föregående röjning är beståndet orört, då det uppnår 1,3 meter. Likväl finns det en skillnad, som beror på uppkomst-sättet. En produktionsyta skall vara homogen. Den bör med vissa toleranser

Tab. 7.5.18. Observerade  $t$  i orörda bestånd.

$h_{100}$	Tall		Gran	
	Norra Sverige	Södra Sverige	Norra Sverige	Södra Sverige
12	20,50	15,63	26,03	—
16	16,33	13,30	21,33	30,00
20	12,20	11,38	16,79	14,94
24	15,29	11,32	15,68	20,17
28	—	9,42	—	14,40
32	—	—	—	13,55

bestå av samma trädslag och vara likåldrig. Den bör helst icke innehålla tidigare marbuskar och den bör icke ha varit starkt överskärnad. Vid valet av en orörd yta kunna liknande krav uppställas, men med betydligt mindre skärpa. Det finns därför en naturlig tendens till större  $t$  i den orörda ytan än i gallringsytan. Ehuru den observerade årsdifferensen mellan 1 % och 1,3 meter är något mindre än »orörda»  $t$  kan den med skäl antagas vara större än  $t$  på motsvarande gallringsyta. För jämförelse med de beräknade  $t$ -värdena i tab. 7.5.17 ha därför nämnda årsdifferenser, som i fortsättningen kallas observerade  $t$ , sammanställts i tab. 7.5.18. Uppgifter, som grundats på mindre än fem provträd, ha uteslutits.

Som väntats ligga värdena i tab. 7.5.18 i allmänhet högre. Undantag utgöra Tall, Norra Sverige,  $h_{100} = 20$  samt Gran, Norra Sverige,  $h_{100} = 20$  och 24, som uppvisa underskott på 0,82, 1,42 och 1,58 år. Dessa avvikelser äro mindre än den tid, som förmodas åtgå för uppväxande till 1 %. Realt är alltså den antagna regeln obruten.

För Gran, Södra Sverige, äro de observerade  $t$ -värdena från orörda bestånd höga och ojämna. Då jag ej sett dessa ytor, kan jag endast uttala en gissning, att återväxterna i stor utsträckning varit överskärnade i ungdomen, kanske mest av björk.

### 7.6. Direkt bonitering

De resultat, som vunnits i 7.5, ha i första hand använts för framställning av boniteringstabeller. Därvid utarbetades dels tab. H 3 a, som visar övre höjdens utveckling över åldern, och dessutom tab. H 4, som anger övre höjdens utveckling över åraantalet vid 1,3 meter. I båda fallen uppgives övre höjden  $h_{3\sigma}$  vid hela tiotal år.

Till jämförelse med tab. H 3 a innehåller tab. H 3 b medelgrundytans höjd vid beståndsåldrar i hela tiotal år. Uppgifterna ha hämtats från produktionstabeller med gallringsprogrammen L5 G10,10 i norra Sverige och L5 G10,5 i södra Sverige.

Tabellernas höjdsiffror avse visst trädslag och geografiskt område samt viss föryngringsgrupp och bonitet  $h_{100}$ . Antag, att det gäller tall i norra Sverige, ej planterad,  $h_{100} = 20$  och  $n = 3$ .

I. *Gemensamt för H 3 a och H 4.* Enligt  $\chi$ -tabellen H 2 är

$$\chi_{100} = 0,5482$$

Med  $t$  enl. tab. 7.5.17 är

$$1 - \frac{t}{100} = 0,8698,$$

varav enl. 7.5.13

$$\beta = \frac{\chi_{100}}{1 - \frac{t}{100}} = \frac{0,5482}{0,8698} = 0,6303$$

II. *Exempel på beräkning av H 3 a.* Antag åldern  $x = 50$  år. Då är

$$1 - \frac{t}{x} = 1 - \frac{t}{50} = 1 - 0,2604 = 0,7396$$

och enl. 7.5.3

$$\chi = \beta \left( 1 - \frac{t}{50} \right) = 0,4662$$

samt enl. H 2

$$h_{3\sigma} = 10,9 \text{ meter.}$$

III. *Exempel på beräkning av H 4.* Antag årantalet  $z$  vid 1,3 m = 50 år.

Då är

$$1 + \frac{t}{z} = 1 + \frac{t}{50} = 1,2604$$

och enl. 7.5.3

$$\chi = \frac{\beta}{1 + \frac{t}{z}} = \frac{0,6303}{1,2604} = 0,5001$$

samt enl. H 2

$$h_{3\sigma} = 13,8 \text{ meter.}$$

I båda tabellerna H 3 a och H 4 sker ingång vid hela tiotal år. Alla värden å  $\frac{t}{z}$ , som behövas för H 4, finnas därför som  $\frac{t}{x}$  i uträkningen av H 3 a. Härigenom underlättas beräkningen av H 4 avsevärt.

Tabellerna H 3 a och H 4 äro i första hand avsedda för direkt bonitering. Därför fordras, att det aktuella beståndet uppfyller tabellernas villkor. Observera, att det här endast är fråga om höjdtvecklingen, icke om produktionen. Beståndet bör med avseende på trädslag, geografiskt område och förnygrings-sätt tillhöra samma grupp som tabellen. Vidare bör beståndet med rimliga toleranser vara homogent och det får icke ha drabbats av skada eller behandlats med huggning, som omedelbart påverkat den övre höjden. Slutligen fordras vid direkt bonitering, att beståndets  $t$  någorlunda överensstämmer med tabellen.

Allt detta kan man se och tämligen nöjaktigt bedöma. Däremot finnes en viktig faktor, som man icke kan se, nämligen gallringens inflytande på den övre höjdens äkta tillväxt. På grund av höjdoobservationernas osäkerhet före 1927 har denna fråga icke kunnat upptagas i den utförda undersökningen. I analogi med resonemanget i 7.4 anser jag det troligt, att gallringen kan påverka den äkta höjdtillväxten i yngre år, men att höjden vid 100 år i stort sett ej ändras. Emellertid är detta endast spekulationer. Hur gallringen faktiskt inverkar på den äkta höjdtillväxten kan naturligtvis endast avgöras genom undersökningar.

## 7.7 Indirekt bonitering

Det är tyvärr en ganska liten del av våra bestånd, som med fog kan boniteras genom direkt tillämpning av tabellerna H 3 a och H 4. Oftast avviker beståndet i något hänseende från tabellernas villkor och då måste avvikelens inverkan på boniteten bedömas. Boniteringen gäller i dylika fall ej det verkliga beståndet, utan ett tänkt bestånd, som konstrueras med ledning av det verkliga.



Behovet av sådana korrekationer är mycket växlande. Vi betrakta först några beståndstyper, där endast smärre jämkningar erfordras. Det inträffar mycket ofta, att den verkliga åldern  $t$  vid 1,3 meter ej stämmer med tabellen. För gruppen planterade bestånd ha särskilda tabeller utarbetats, där åldern  $t'$  vid 1,3 meter satts  $= 0,7 t$ . De planterade bestånden uppfattas alltså som en fristående typ, vars egen höjdtutveckling vi söka. De fall av bristande överensstämmelse med tabellen, som åsyftas i den föregående meningen, ha en annan karaktär. Där betraktas åldersavvikelsen vid brösthöjd som tillfällig och tabellens höjdtutveckling efter 1,3 m accepteras. I sådana fall jämkas åldern, vilket sker automatiskt genom att använda tab. H 4.

Ej sällan räcker den abnorma ungdomsutvecklingen längre än till 1,3 m. Särskilt i teoretiska utredningar kan det vara av intresse att beakta dylika störningar. Resonemanget blir detsamma som det här använda, fast anknytningen till tabellen sker senare.

Kravet på homogenitet kan i vissa fall minskas betydligt. Bestånd av olika trädslag och olika åldrar kunna till och med boniteras direkt, om det finns ett härskande trädslag eller inom samma art en härskande åldersgrupp, som är tillräckligt homogen för uppskattning av övre höjden och den däremot svarande åldern. I övergångsfall, då förutsättningar saknas för direkt bonitering, kan man ofta reda sig med bedömda korrekationer.

Även beståndsbehandlingen kan påkalla korrigering vid bonitering. Tabellen förutsätter, att huggning uppifrån ej ägt rum. Om dylika ingrepp förekommit längre tillbaka i tiden, är det svårt att bedöma deras verkningar. Vid nyligen skedd höggallring eller avverkning av de grövsta träden kan däremot beståndet lätt rekonstrueras och boniteras.

Utan tvivel finnas många fall, där en tillfredsställande bonitering kan uppnås med huvudsakligt stöd av det nuvarande beståndet, men efter korrekationer av ena eller andra slaget. Emellertid kvarstår en stor mängd bestånd, som icke kan boniteras på detta sätt. Hit höra mycket heterogena bestånd och bestånd, som längre tillbaka behandlats med höggallring eller blädningsartade huggningar, samt rest- och trasskogar. En stor grupp utgöres av fall, där man önskar bonitera efter annat trädslag än det nuvarande. Och slutligen, men ingalunda minst viktigt, föreligger behov att bonitera kalmare.

I sådana fall använder praktiken en skönsam bedömning av bonitetsklass eller avkastningsförmåga. För vetenskapliga undersökningar och framdeles även för praktiken skulle det emellertid vara värdefullt, om dessa svårbedömda beståndstyper kunde göras åtkomliga för en på observationer grundad bonitering. Detta kan ske genom regressionsanalys. Alla försöksytor, som använts i den föreliggande produktionsundersökningen, ha boniterats genom beräkning av  $h_{100}$ . Samtidigt har varje ytas ståndort beskrivits genom observationer, som kunna utföras även på kalmare. Det bör därför vara möjligt

att framställa en regressionsfunktion, som ger sannolika värden på  $h_{100}$ , då de ståndortsbeskrivande observationerna äro kända. I den mån som den naturvetenskapliga analysen blir i stånd att skärpa ståndortsbeskrivningen, kunna nya sambandsfunktioner utarbetas, som göra beräkningen av  $h_{100}$  säkrare.

Det som här sagts om de gamla produktionsytorna gäller lika mycket för alla försöksytor, för vilka  $h_{100}$  kan beräknas. Sedan funktionerna erhållits, kunna de tillämpas på all mark, som ligger inom materialets gränser. Detta är den ideala formen av indirekt bonitering.

## Kap. 8. Inverkan av klimatets växlingar

### 8.1. Inledning

Det står utom all fråga, att skogsproduktionen kraftigt påverkas av klimatet. Om det däremot gäller att avgöra, vilka klimatfaktorer som äro verk samma och vilken effekten blir av deras inflytande, måste vi uttala oss med större försiktighet. Återhållsamheten blir än mer befogad, om vi önska bedöma klimateffekternas samband med beståndens och trädens tillstånd.

Sådana frågor lösas med regressionsanalys enligt förut beskriven metodik. Från denna synpunkt finnes ingen anledning att särskilt diskutera klimatvariablerna. Däremot synes det nödvändigt att framlägga vissa allmänna reflexioner över klimatets roll i produktionsforskningen. Det som här sägs är välkänt, men en erinran om dessa förhållanden torde likväl vara på sin plats.

### 8.2. Olika tidsbegrepp

Vi möta i produktionsforskningen två aspekter på tiden, vilka måste hållas isär. Den ena avser platsen i vår tideräkning, som anges av kalenderåret. Denna bestämning kallas här kalendertid. Den andra aspekten på tiden avser åldern.

Klimatets växlingar utspelas i kalendertiden. En försöksytas utveckling försiggår också i kalendertiden, men den kan dessutom betraktas som en funktion av åldern. Då många försöksytor användas för att beräkna den sannolika utvecklingen, redovisas denna enbart som ett förlopp i åldersskalan.

### 8.3. Medelklimat

Under sin utveckling från plantstadiet till slutåldern genomlöper ett enskilt bestånd goda och dåliga tillväxtår. På orsakerna till denna växling skall här ej ingås, men det torde vara ostridigt, att den i stor utsträckning bör ses som en direkt eller indirekt verkan av klimatändringar. Ofta samla sig de enskilda åren till goda eller dåliga perioder. Under beståndets hela liv utjämnas dessa

avvikelser mer eller mindre fullständigt, så att totalproduktionen och  $h_{100}$  komma att nära motsvara resultaten vid medelklimat.

Liknande förhållanden inträda, då den sannolika beståndsutvecklingen beräknas. Denna avser framtiden, men vi känna icke framtidens klimat. Vi bli nödsakade att stödja oss på förfluten tid, dock icke på enstaka goda eller dåliga år, utan på tillväxten vid medelklimat.

Begreppet medelklimat är i vanliga fall liktydigt med materialets medelklimat. Vid regressionsanalys använder man materialets klimatobservationer som variabler och befriar därigenom åtminstone delvis de data, som ange beståndsutvecklingen, från klimatiska störningar. Sedan utjämningsfunktionen blivit färdig, kan den anpassas till medelklimatet genom att klimatvariablerna hållas konstanta vid materialets medelvärden. Men man kan också — och detta är ett av regressionsanalysens stora företräden — konstant-sätta klimatvariablerna vid andra värden än materialets medeltal. Härigenom kan funktionen anpassas till olika klimatiska typfall, dock endast inom materialets gränser.

#### 8.4. Fasta försöksytor

Till den här framlagda undersökningen har materialet samlats å fasta försöksytor. Dessa ha anlagts successivt under åren 1902—1925 och reviderats ungefär vart femte år. Materialet har utnyttjats till senast 1940. Genom att observationerna blivit utspridda över så lång tid, synes risken för ensidig klimatverkan vara mycket liten, då det gäller resultatens allmänna nivå.

Däremot äro betingelserna för en detaljanalys av klimatteffekterna mindre gynnsamma i detta material. Den för uppskattningen viktiga diametertillväxten vid brösthöjd har erhållits som differens vid upprepad klavning på bark. Det är alltså periodtillväxterna som uppskattats, och dessa variera betydligt mindre än årstillväxterna.

På grund av personalens otillräcklighet ha revisionerna i stor utsträckning måst förläggas till vegetationstiden och det har ej ens varit möjligt att återkomma vid samma datum. Sålunda har diametertillväxtens uppskattning påverkats dels av den osäkerhet, som åtföljer mätning på bark, samt dessutom av oklarhet av det antal årsringar och delar därav, som diameterökningen representerat. Observationernas skärpa måste därför anses vara avsevärt mindre än vid borring, där dylika fel äro eliminerade.

De klimatiska observationerna äro likaledes behäftade med osäkerhet. Avståndet från försöksytan till närmaste meteorologiska station är ofta långt och ytans höjdläge kan betydligt avvika från stationens.

Stationens klimat under en kort tillväxtperiod kan karakteriseras genom medelvärden för en lång observationstid (normalklimat) och genom avvikelser från dessa medelvärden. Betydelsen av normalklimatiska data,

särskilt i fråga om årstemperaturen, har i undersökningen minskats genom uppdelningen på norra och södra Sverige. Tillämpning på försöksytorna av stationernas avvikelser från normalklimatet har försvårats av lokala olikheter mellan ytor och stationer.

Av alla dessa skäl ha klimatvariablerna gjort sig föga märkbara i denna undersökning. Forskningen rörande klimateffekterna torde åtminstone till en början bäst befordras, om den koncentreras till specialundersökningar, där förutsättningar och effekter kunna observeras med största möjliga skärpa.

### 8.5. Engångsundersökning genom borrhning

Vid engångsundersökning fördelas fältarbetet på några få år. Tillväxten observeras för en period, som högst motsvarar intervallet mellan två gallringar. Antag, att den undersökta perioden är fem år och att den kan förskjutas några år genom uppdelning av fältarbetet. Alla observerade förlopp ha då utspelats inom en tidsram, som omfattar något mer än fem kalenderår. Om dessa år varit goda blir i stort sett den observerade tillväxten högre än normal i alla boniteter och åldrar. En på sådana observationer grundad produktionstabell skulle kunna visa en avkastning, som vore avsevärt för hög.

För att förebygga en dylik snedvridning av resultaten måste särskilda åtgärder vidtagas vid engångsundersökningar. Ett sätt är därvid att i regressionsanalysen införa klimatiska data som oberoende variabler och konstant-sätta dessa i slutfunktionen vid medelvärden, som gälla mer allmänt än materialets medeltal. Detta förfarande förutsätter emellertid, att materialets klimatvariabler variera i tillräcklig grad. I en påtagligt god eller dålig period, då en korrektion är mest behövlig, kan man vänta, att klimatvariationen är ringa. För det behov, som här diskuteras, nödgas vi därför se oss om efter en annan utväg.

Största intresset tilldraga sig metoder, som innebära jämförelser med observerad tillväxt. I arbetet »Den gamla granskogens reaktionsförmåga efter genomhuggning» karakteriserade NÄSLUND (1942) klimatändringen med stöd av årsringsutvecklingen i orörda provytor. Därvid eliminerades årsringens avtagande med stigande ålder genom numerisk utjämning å varje provyta. Observerade årsringsbredder uttrycktes i procent av motsvarande utjämnade värden. Dessa tal kallades årsringsindex. Slutligen sammanslogos alla orörda ytor till en medelserie för årsringsindex, där varje kalenderår karakteriserades genom ett dylikt tal.

Med stöd av årsringsindex utarbetades sedan ett klimatindex, vilket likväl har mindre intresse i detta sammanhang. Det för oss väsentliga är årsringsindex. Vid engångsundersökning föreligger — såsom vi sett — risk för att produktionsnivån blir felaktigt bestämd på grund av klimatändring. Frågan är nu, om sådana störningar kunna förebyggas genom årsringsindex.

Såsom redan framhållits härleddes NÄSLUNDS index ur material från orörda bestånd. Härigenom undveks den variation, som uppkommer genom olika behandling. Under åren 1941—1949 samlade skogsforskningsinstitutet ett mycket stort observationsmaterial från orörd skog i hela landet. Därigenom skapades underlag för en allsidig belysning av urskogens sätt att växa. Detta material kunde till och med 1949 användas för att karakterisera varje kalenderår genom ett årsringsindex, men för tiden därefter fordras nya observationer i orörd skog. Tillgången på sådan skog minskas emellertid raskt och i en nära framtid blir härigenom denna arbetsmetod omöjlig.

Ur detta läge finnas huvudsakligen två utvägar. Man kan behandla det föreliggande årsringsmaterialet med regressionsanalys och därigenom beräkna samband mellan årsringsindex och ståndortsvariablerna, i första rummet de klimatiska. Med den erhållna funktionen kan årsringsindex sedan uträknas även för kalenderår efter 1949, så snart de klimatiska data föreligga. Man bör dock ej överskatta en sådan funktions räckvidd. Den blir tillpassad till klimatsituationen under några förflutna decennier. Alla äro medvetna om, att en långtidsändring av landets klimat pågår, men dess orsaker äro okända och det är därför svårt att bedöma, hur länge funktionens tillpassning kommer att bestå.

En mera direkt metod är att bygga på riksskogstaxeringens ständigt förnyade material. Varje år tillkomma observationer, som avse ett nytt kalenderår. Om denna väg väljes, avstår man från kravet, att provytorna skola vara orörda, och studerar i stället klimatinflytandet i praktikens bestånd. De sistnämnda variera mera än de orörda bestånden, vilket vid denna användning är en olägenhet. Emellertid kan detta förhållande motverkas genom att undersökningen inskränkes till snävt definierade grupper, som alla kalenderår avgränsas på samma sätt.

### III. Reglering av stamantalet

#### Kap. 9. Stamfördelning

##### 9.1. Inledning

I kap. 1 och 2 har talats om en jämn ytfördelning av stammarna. Då gallringsförsöken i regel anlagts i fullslutna bestånd och gallringen sedan utförts med ständig tanke på trädens lämpliga »placering», torde stammarnas ytfördelning på försöksytorna fylla alla rimliga anspråk. Den stamfördelning, som åsyftas i rubriken till detta kapitel, är emellertid något annat. Här avses stamantalets fördelning på diameterklasser vid brösthöjd. Sådana fördelningar lämna värdefulla bidrag till förståendet av beståndens struktur och sätt att växa (jfr LÖNNROTH 1926, LAPPI-SEPPÄLÄ 1930, NÄSLUND 1936).

##### 9.2. Normal stamfördelning och modifikationer av denna

Som stamfördelningens grundform välja vi den normala frekvensfunktionen  $\varphi(x)$ , vilken är symmetrisk kring nollpunkten (fig. 9.2.1). Denna funktion kan modifieras så att den avviker från grundformen genom asymmetri (snedhet) eller excess. Vi betrakta först snedheten, som är mest betydelsefull för vårt problem. I anslutning till anglosaxisk terminologi kalla vi en snedhet positiv, om den längre »svansen» ligger till höger (fig. 9.2.2), och negativ, då den längre svansen ligger åt vänster (fig. 9.2.3). Som bekant använder CHARLIER med flera nordiska författare, bland dem NÄSLUND (1936), det motsatta uttryckssättet. Min avvikelse härifrån motiveras av en önskan att hålla kontakt med den numera härskande åskådningen, men framför allt därav, att den anglosaxiska terminologien bättre ansluter sig till produktionsforskningens frågeställningar.

I fig. 9.2.4 återger trappstegskurvan (histogrammet) det observerade antalet stammar per hektar i diameterklasser. Figuren, som är hämtad från NÄSLUND (1936 s. 36), avser beståndet efter första gallringen i den 83-åriga tallytan nr 506 å Kolbroheden i Örebro län. Ingreppet kom sent vid en övre höjd av 15,0 meter och utfördes som stark låggallring.

Diagrammets stamfördelning är ett resultat av beståndets utvecklingshistoria fram till den första gallringen samt av detta ingrepp. Fördelningens ojämnheter bero främst på ytans litenhet, som begränsat utjämningen av tillfälliga inflytelser. Denna brist kan i viss mån ersättas genom statistisk utjämning av de på ytan gjorda observationerna. En sådan bearbetning underlättar beskrivningen av ytan och den bidrar till generalisering av dennas resul-

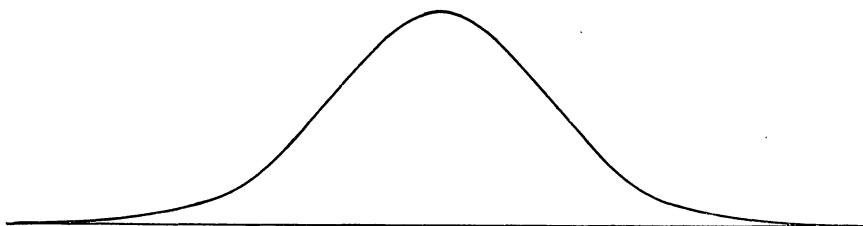


Fig. 9.2.1. Den normala frekvensfunktionen.



Fig. 9.2.2. Fördelning med positiv asymmetri (snedhet).

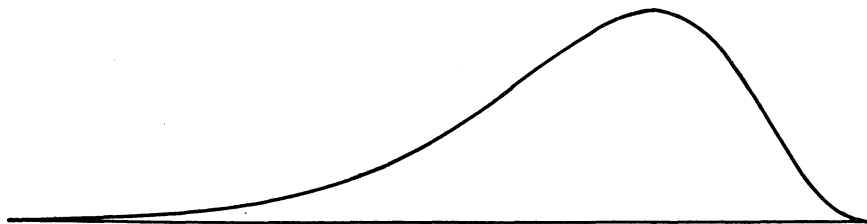


Fig. 9.2.3. Fördelning med negativ asymmetri.

tat. I fig. 9.2.4 representerar den grova kurvan en utjämning enligt CHARLIERS A-serie (CHARLIER 1906 och 1920).

Den primära frekvensfördelningen, histogrammet, kan karakteriseras genom sina moment. Därmed avses, då intet annat utsäges, centralmoment, dvs. momenten kring medelvärdet. Utjämningen avser att framställa en kontinuerlig kurva med samma moment som histogrammet.

Beträffande momentens beräkning och användning hänvisas till läroböckerna, t. ex. CRAMÉR (1949). I vårt fall grundas centralmomenten på olika potenser av diametrarnas avvikelser från det aritmetiska mediet. Med andra momentet eller momentet av andra ordningen förstås medeltalet av diameteravvikelseernas kvadrater. Detta moment är alltså identiskt med kvadraten på medelavvikelsen. Det tredje momentet utgör medeltalet av diameteravvikelseernas kuber osv. Moment av högre ordning än den andra sättes vanligen

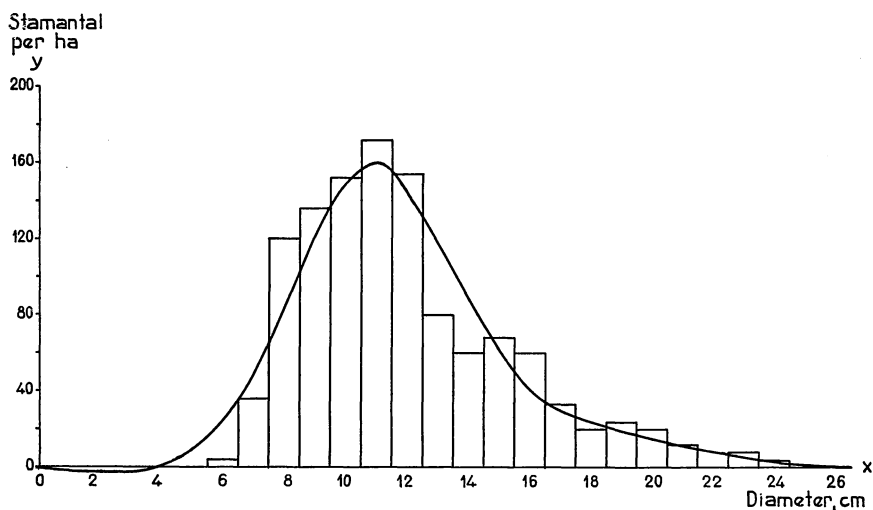


Fig. 9.2.4. Trappstegskurva (histogram) representerande stamantalet per hektar i centimeterklasser på en provyta. Stamfördelningen utjämnad med kurva enligt CHARLIERS A-serie.

i relation till motsvarande potens av medelavvikelsen. Härigenom få vi, med användning av CRAMÉRS (1949) beteckningar,

$$\text{snedhetsmättet } \gamma_1 = \frac{\mu_3}{\sigma^3} \text{ och}$$

$$\text{excessmättet } \gamma_2 = \frac{\mu_4}{\sigma^4} - 3,$$

där  $\mu_3$  och  $\mu_4$  äro tredje och fjärde momenten.

En frekvensfunktion  $f(x)$ , som måttligt avviker från den normala frekvensfunktionen  $\varphi(x)$ , kan approximeras enligt följande ekvation (CRAMÉR 1949, formel 7.5.1):

$$f(x) = \varphi(x) - \frac{\gamma_1}{3!} \varphi^{(3)}(x) + \frac{\gamma_2}{4!} \varphi^{(4)}(x) + \frac{10\gamma_1^2}{6!} \varphi^{(6)}(x),$$

där  $\varphi^{(3)}(x)$ ,  $\varphi^{(4)}(x)$  och  $\varphi^{(6)}(x)$  äro tredje, fjärde och sjätte derivatorna av  $\varphi(x)$ .

Vid jämförelse med CHARLIERS motsvarande funktion (1920, s. 67) finna vi, att ekvationerna bliva identiska t. o. m. den fjärde derivatan, om CHARLIERS koefficienter  $\beta_3$  och  $\beta_4$  skrivas sålunda:

$$\text{asymmetrikoefficienten } \beta_3 = -\frac{1}{6} \cdot \gamma_1$$

$$\text{excesskoefficienten } \beta_4 = \frac{1}{24} \cdot \gamma_2,$$



vilket helt överensstämmer med innebörden av CHARLIERS definitioner. Den förut omnämnda motsättningen mellan anglosaxarna, till vilka CRAMÉR ansluter sig, och den nordiska gruppen, representerad av CHARLIER, gäller alltså endast en språkfråga. De förra kalla en snedhet positiv, om tredje momentet är positivt, medan de senare använda samma beteckning, då asymmetri-koefficienten är positiv och momentet sålunda är negativt.

Denna fråga om terminologien utgör naturligtvis intet hinder att jämte övriga karakteristikor, som icke beröras av den anförda motsättningen, utnyttja även NÄSLUNDS asymmetrikoefficienter.

Den på förestående sätt modifierade normalkurvan gäller, såsom framhållits, för stamfördelningar med måttlig avvikelse från den normala. I sådana fall är kurvan av stort värde för belysning av genomsnittstendenser i materialet. Kurvans svagaste partier äro flyglarna, där negativa frekvenser kunna erhållas, vilket är orimligt. För produktionsforskningen är den högra flygeln, alltså fördelningens övre gräns, särskilt betydelsefull. Vi måste fordra, att denna gräns ligger stilla vid läggallring och genomgallring, och den bör vara så klart definierad, att gränstillväxten kan beräknas. Detta krav tillfredsställes icke av den modifierade normalkurvan. På grund härav kan denna icke användas för konstruktion av produktionstabeller.

### 9.3. Stympade normalfördelningar

Vid den undersökning, som här framlägges, har normalkurvan tjänat som stomme, men den har anpassats till aktuella fördelningar genom stympning. Fig. 9.3.1 visar en normal stamfördelning, där diametrarnas medelvärde är  $Mn$  och deras medelavvikelse är  $\sigma n$ . Normalkurvan förutsätter, att mycket stora eller mycket små diametrar kunna finnas, ehuru deras frekvenser bli ytterst låga. I våra kalkyler bortse vi från dessa extremt låga frekvenser, som ha obetydlig inverkan på resultaten. Vi avskära — i anslutning till en ofta tillämpad praxis — de delar av normalkurvan, som ligga utanför punkterna

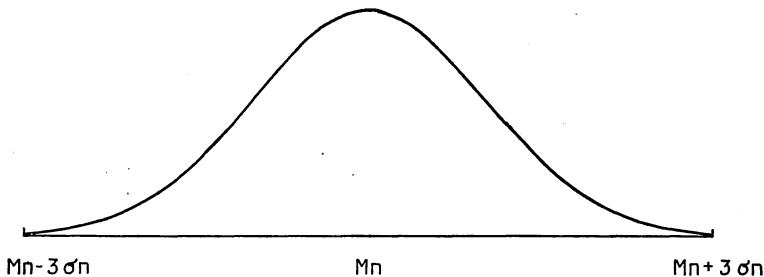


Fig. 9.3.1. Normal stamfördelning begränsad till området mellan  $Mn - 3\sigma n$  och  $Mn + 3\sigma n$ .

$Mn - 3\sigma n$  och  $Mn + 3\sigma n$ . Härigenom erhålla vi den klart definierade övre gräns för stamfördelningen, som efterlystes i det föregående. Vi beteckna i vissa sammanhang den övre gränsen med  $L$ .

Ur den så begränsade normalkurvan erhålla vi andra stamfördelningstyper genom stympning. Medan högra flygeln ligger kvar i  $L = Mn + 3\sigma n$ , förlägges den vänstra flygeln successivt till punkter mellan  $Mn - 3\sigma n$  och  $Mn + 3\sigma n$ . Vi erhålla på detta sätt de bestämningar av stamfördelningens undre gräns, som framgå av tab. 9.3.2.

Tab. 9.3.2. Stamfördelningens undre gräns.

diameter . . . . .	$Mn - 3\sigma n$	$Mn - 2\sigma n$	$Mn - \sigma n$	$Mn$	$Mn + \sigma n$	$Mn + 2\sigma n$	$Mn + 3\sigma n$
avvikelse $\Delta$ från $Mn$	$-3\sigma n$	$-2\sigma n$	$-\sigma n$	0	$+\sigma n$	$+2\sigma n$	$+3\sigma n$
$i = \frac{\Delta}{\sigma n}$ . . . . .	-3	-2	-1	0	+1	+2	+3
$\varphi = 3 - i$ . . . . .	6	5	4	3	2	1	0

Med våra förutsättningar kan en fördelning icke sträcka sig längre åt vänster än till punkten  $Mn - 3\sigma n$ . I detta gränsfall är fördelningen symmetrisk och dess bas är  $= 6\sigma n$ . En sådan fördelning karakteriseras genom beteckningen  $\varphi = 6$ . Om stympningsgränsen flyttas ett  $\sigma n$ -avstånd åt höger, blir basen  $5\sigma n$  och  $\varphi = 5$ , osv. I punkten  $L$ , som är stamfördelningens övre gräns, är  $\varphi = 0$ .

$\varphi$  anger alltså stympningsgränsen, som är stympade fördelningars undre gräns. Härigenom karakteriserar  $\varphi$  hela fördelningen. Sambandet mellan  $\varphi$  och formen hos stympade fördelningar åskådliggöres i fig. 9.3.2.

Av det föregående framgår, att alla stympade fördelningar utgöra delar av en normalfördelning, vars medelavvikelse är  $= \sigma n$ . De stympade fördelningarnas baser, alltså avstånden från stympningsgränsen till högra flygeln, uttryckas relativt genom  $\varphi$ . De absoluta avstånden äro  $= \varphi \sigma n$ .

För karakterisering av stympade fördelningar fordras vissa data, som kunna hämtas ur existerande normaltabeller (PEARSON 1924, CRAMÉR 1949). Med dessa som utgångspunkt ha för olika  $\varphi$  beräknats de relativa medeldiametrarna  $M'$ , räknade från stympningsgränsen, och de relativa medelavvikelserna  $\sigma'$ . Båda faktorerna äro uttryckta med  $\sigma n$  som enhet. Beräkningar av de relativa faktorerna angivas i metodbilagan M 7. Resultaten finnas i hjälptabellen H 5, som för varje angivet  $\varphi$  även upptager kvoten  $\frac{M'}{\sigma'}$ , vilken kan användas för att definiera fördelningar.

Antag, att en provyta stamräknats, varefter aritmetiska medeldiametern  $M_s$  och medelavvikelsen  $\sigma_s$  beräknats på vanligt sätt. Enligt det föregående

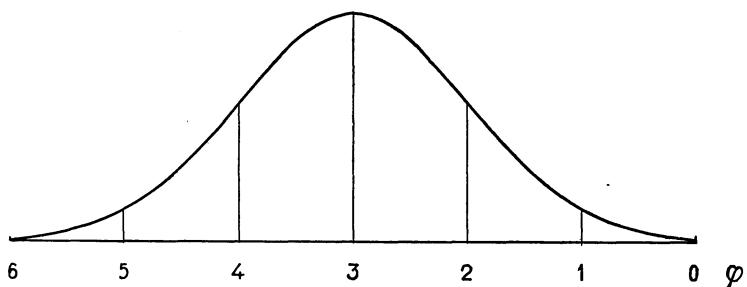


Fig. 9.3.2. Sambandet mellan  $\varphi$  och formen hos stympade fördelningar. För t. ex.  $\varphi = 4$  ligger fördelningen mellan detta  $\varphi$ -värde och  $\varphi = 0$ .

är  $\sigma s = \sigma' \sigma n$ . Stamfördelningens undre gräns (stympningsgränsen) betecknas med  $\alpha$ . Då är enligt anförda definitioner

$$Ms = \alpha + M' \sigma n = \alpha + \frac{M'}{\sigma'} \cdot \sigma s$$

$$\frac{Ms - \alpha}{\sigma s} = \frac{M'}{\sigma'} \cdot \dots \dots \dots (9.3.3.)$$

Om vi kunna bestämma  $\alpha$ , erhålles alltså  $\frac{M'}{\sigma'}$ , enligt 9.3.3. Härav fås  $\varphi$  enligt tabell H 5. Denna metod har använts för självgallrade bestånd, där  $\alpha$  är litet och kunnat sättas = 0.

Här bör anmärkas, att  $\varphi$  ej överallt är en entydig funktion av  $\frac{M'}{\sigma'}$ . För  $1,218 < \frac{M'}{\sigma'} < 1,732$  finnas två  $\varphi$ -värden, ett på var sida om  $\varphi = 1.7$  (ungefär). Emellertid förekomma ej  $\varphi$ -värden, som äro lägre än 1.7, i denna undersökning.

För gallringsbestånd har i stället  $\varphi$  bedömts enligt erfarenhet, varefter  $\frac{M'}{\sigma'}$  tagits ur tabell H 5 och  $\alpha$  beräknats enligt 9.3.3. På detta sätt har antalet  $\varphi$ -typer begränsats, vilket underlättat användningen av hjälptabeller.

Från teoretisk synpunkt skulle det varit mera tilltalande att begagna samma metod i båda fallen. Emellertid ha de praktiska skälen fått fälla utslaget i den föreliggande undersökningen.

## Kap. 10. Stamfördelningens uppkomst

### 10.1. Inledning

Skogsbeståndens utveckling från plantstadiet till första gallringen är ännu föga studerad. Denna fråga har tillsvidare måst stå tillbaka för uppgifter med omedelbar praktisk användning. Det är dock min övertygelse, att grundliga

undersökningar på detta område skulle vara av stort värde för forskningen och därigenom för skogsbruket.

I frågans nuvarande läge måste vi söka orientera oss genom ett resonemang, som endast delvis kan kontrolleras. Liksom i kap. 9 utgå vi från den normala sannolikhetsfunktionen, vilken härletts av GAUSS som ett led i felteorien. Emellertid har det visat sig, att funktionen med fördel kan användas på många andra områden, där en variabel kan anses som summan av en stor mängd inbördes oberoende komponenter. Då detta villkor ej är uppfyllt, vänta vi fördelningar, som mer eller mindre avvika från den normala. Av särskilt intresse är uppkomsten av sneda fördelningar.

Det är självfallet, att följande resonemang icke syftar till att lösa några problem. Avsikten är endast att rikta uppmärksamheten på vissa förhållanden, som antagas ha betydelse för resultaten. Låt oss nu betrakta några exempel från den tidigaste beståndsutvecklingen.

### 10.2. Glesa förband

Antag, att ett fält planteras i jämnt förband och att kulturen lyckas fullständigt, utan ibättringar. Beståndet blir alltså fullt likåldrigt. Förbandet antages vara så glest, att stammarna under en övergångstid växa helt oberoende av varandra. Vi bortse från avgång genom sjukdomar. På grund av olikheter i arv och miljö växa plantorna olika snabbt upp till brösthöjd. Först kommer ett fåtal snabbväxande individ, därefter den stora massan av medelmåttiga och sist ett fåtal senväxande. Om vi grafiskt upplägga plantantalet över tillväxthastigheten, representerad av planthöjderna eller toppskotten, ha vi utsikt att få en frekvenskurva, som liknar den normala sannolikhetsfunktionen.

Sedan våra plantor kommit upp till brösthöjd, växa de vidare i höjd och grovlek. Några år efter den sista plantans uppkomst betrakta vi stamfördelningen över diametern vid 1,3 m. Det är troligt, att vi då återfinna det mest snabbväxande fåtalet på fördelningens högra flygel och det mest senväxande fåtalet på den vänstra flygeln. Däremellan ligger som förut den stora massan. Ehuru ingenting kan bevisas utan material, synes det antagligt, att stamfördelningen över diametern får ungefär samma form som höjdtillväxtfördelningen. Om den sistnämnda följer normalkurvan, antages diameterfördelningen också göra det.

### 10.3. Tätare förband

Vi släppa nu förutsättningen att förbandet är mycket glest. Plantantalet antages vara så stort, att de sämre plantorna utsätts för ett växande tryck från de bättre. Även i detta fall utvecklas de bästa plantorna normalt, men de

sämres höjdtutveckling försenas. Därigenom utdrages den vänstra flygeln och höjdtillväxtfördelningen blir negativt asymmetrisk.

Liksom i 10.2 förutsätta vi, att diameterfördelningen en kort tid efter uppkomsten till brösthöjd får ungefär samma relativa form som höjdtillväxtfördelningen. Den blir då negativt asymmetrisk.

#### 10.4. Mycket täta förband

Ytterligare ökning av plantantalet förstärker den i 10.3 funna tendensen till negativ snedhet. Men denna tendens stoppas förr eller senare av en motverkande process: självgallringen. Om plantantalet är mycket stort, kan självgallringen nå upp till de från början medelgoda plantorna, alltså den klass, där frekvensen är störst. Man kan då vänta en brant stigning av diameterfördelningen kring denna punkt. Härav framkallas en tendens till positiv asymmetri.

#### 10.5. Olikåldriga bestånd

Vi ha hittills förutsatt, att plantbeståndet var fullt likåldrigt. Så är emellertid ej alltid fallet ens på försöksytorna och än mindre i praktikens bestånd av eljest likåldrig typ. Man måste vid självsådd räkna med ett antal något äldre och därför kraftigt förväxande träd. Dessa stammar ge diameterfördelningen en positiv asymmetri.

#### 10.6. Motverkande faktorer

Ej sällan förenas den negativa asymmetrin enligt 10.3 och 10.4 med positiv asymmetri enligt 10.4 och 10.5. Stamfördelningen blir då gärna tvåtoppig.

#### 10.7. Sammanfattning

Slutligen bör framhållas, att det antagna sambandet mellan höjdtillväxtfördelningen och diameterfördelningen naturligtvis är godtyckligt valt. Det är möjligt, att sambandet är mera komplicerat, och i så fall kan resonemanget påverkas därav. För närvarande saknas emellertid material för en sådan frågas avgörande.

Den föregående översikten har byggts på antaganden, vilka bedömts som rimliga. Vi ha funnit, att stamfördelningen troligen blir lik normalkurvan i glesa och fullt likåldriga bestånd, medan den kan väntas bli positivt asymmetrisk i täta och något olikåldriga bestånd. Vid måttlig täthet, där de svagare plantorna stå under tryck, men utan starkare självgallring, synes en negativ snedhet antaglig. Denna typ torde representera en övergångsform. Redan vid tiden för den första gallringen bedömes självgallringen ha blivit så kraftig att den framkallar omslag till positiv asymmetri.

Den uppfattning, som sålunda erhållits, önska vi kontrollera genom jämförelser med utförda observationer. Tyvärr saknas material inom det tids-

skede, som den föregående diskussionen berört. Något stöd kan emellertid vinnas av stamfördelningar, vilka observerats å försöksytorna omedelbart före deras första gallring. Av kända skäl har denna första gallring i regel kommit mycket senare än normalt. Det är därför endast ett fåtal ytor, som i detta sammanhang kan närmelsevis representera tiden för normal första gallring.

Genom att jämförelsen framflyttas till gallringstidens början, torde den negativa asymmetri, som framkommit i diskussionen, i huvudsak bortfalla. I så fall ha vi att vänta endast två fördelningstyper, nämligen den normala och den positivt asymmetriska.

Ifrågavarande jämförelse utföres i kap. II. Dessförinnan måste emellertid några av de viktigaste förutsättningarna granskas.

## Kap. II. Ändring av stamfördelningen

### II.1. Inledning

Bestånden ändras genom gallring och tillväxt. Härav modifieras stamfördelningen, vilken i denna undersökning representeras av normalt begränsade eller stympade normalfördelningar. Ändringen kan påverka stamfördelningens form, vilken uttryckes genom  $\varphi$ , dess lokalisering, som anges av relativa stympningsgränsen  $\lambda$ , och storleksmått. De sistnämnda utgöras av totala stamantalet  $S$  och medelavvikelsen  $\sigma n$  i den normalfördelning, varav den aktuella fördelningen är en del.

Verkningarna av gallring och tillväxt skola i det följande betraktas var för sig, men först önskar jag framlägga några detaljundersökningar, som beröra dem båda.

Vid bedömning av dessa undersökningar bör man ihågkomma följande:

1. Materialet omfattar försöksytor i såvitt möjligt homogena bestånd. En direkt jämförelse med praktikens ofta heterogena bestånd är därför icke berättigad.

2. Försöksytorna ha anlagts i bestånd av mycket växlande åldrar. De medeltal, som beräknats för exempelvis revision 1, avse alltså en stark åldersblandning. Men mellan revisionerna ha alltid ungefär fem år förflutit.

3. Gallringen har utförts enligt instruktioner, som definierat gallringsform och styrkegrad i anslutning till vissa trädklasser, vartill träden hänförts med ledning av deras ställning i beståndet, kronutveckling, stamform osv. (SCHOTTE 1912).

4. Av skäl, som anförts i kap. 2, har samma yta ej behandlats hela tiden enligt visst program, utan gallringen har ändrats, ej sällan två gånger. Ett

studium av de särskilda programmens verkningar måste därför begränsas till isolerade gallringsperioder.

### 11.2. Beteckningar

Stympade normalfördelningar utgöra delar av tänkta normalfördelningar med aritmetiska medeldiametern  $Mn$  och medelavvikelsen  $\sigma n$  (jfr fig. 9.3.1). En stympad fördelnings medeldiameter betecknas med  $M_s$  och dess medelavvikelse med  $\sigma_s$ .

Tillstånd före gallringen anges med index 1, efter gallringen med index 2. Tecknet [ ] betyder föregående tillfälle och tecknet { } nästa tillfälle.

$\alpha$  betecknar den stympade fördelningens undre gräns,  $L$  dess övre gräns. Fördelningens form anges genom strukturfaktorn  $\varphi$ , varav kunna härledas relativa medeldiametern  $M'$  (räknat från undre gränsen), relativa medelavvikelsen  $\sigma'$  och stamantalskvoten  $F(\varphi)$ . Stamantal per hektar betecknas med  $S$ .

Närmare om stamfördelningens karakteristikor i kap. 12.

### 11.3. Diametertillväxten

För Tall, Norra och Södra Sverige, gjordes omkring 1930 en undersökning av diametertillväxten enligt stamnummerlängderna. Bearbetningen avsåg perioder av växlande längd från ytans första revision, efter gallringen, till den sista tillgängliga revisionen, också efter gallringen. De undersökta perioderna omfattade 5 till 28 år. Endast träd, som kvarstodo vid den senare revisionen, togos i betraktande. Materialet ordnades i 2 cm-klasser vid revision 1, varefter medeldiametern uträknades klassvis vid båda tillfällena. De senare diametrarna  $D$  upplades grafiskt över de tidigare diametrarna  $d$  och för varje yta uttrycktes sambandet genom regressionsfunktionen

$$D = a + bd \dots\dots\dots (11.3.1)$$

Diagrammen visade en påfallande god tillpassning av den räta linjen. Visserligen funnos undantag, särskilt på den högra flygeln, men dessa hade ej någon utpräglad tendens, som inbjöd till krökning av regressionslinjen. Härav drogs slutsatsen, att utjämnningen borde vara rätlinjig såsom i 11.3.1.

Däremot ha de erhållna konstantvärdena tillsvidare icke utnyttjats. Mot en bearbetning av konstanterna talade den korta observationstiden och särskilt den omständigheten, att byten av gallringsprogram förekommit talrikt under just dessa år. Försök att korrelera konstanterna med vissa tillståndsvariabler blevo, förmodligen av denna anledning, föga upplysande.

Regressionslinjen i 11.3.1 anger för varje diameter vid periodens början den sannolika diametern vid periodens slut. Av formeln framgår, att de

sannolika slutdiametrarna erhållas, om varje utgångsdiameter multipliceras med  $b$  och ökas med  $a$ . Ingen av dessa operationer påverkar stamfördelningens form. Så länge vi antaga, att diametrarna utvecklas enligt 11.3.1, måste vi också förutsätta, att fördelningens form icke ändras genom tillväxt (se kap. 29).

#### 11.4. Asymmetrikoefficienten $\beta_3$

Emellertid finnes kring regressionslinjen en spridning, som beror på, att alla träd med samma utgångsdiameter ej tillväxa lika hastigt. Vi inse, att de enskilda träden endast undantagsvis utvecklas strikt enligt 11.3.1, och fråga, hur dessa avvikelser inverka på stamfördelningens form. Denna fråga besvaras enklast genom att studera verkliga fördelningar.

Vid NÄSLUNDS primärbearbetning av gallringsmaterialet uträknades asymmetri- och excesskoefficienter för varje yta, före och efter gallringen vid varje revision (NÄSLUND, 1936, tabell II). Det är främst asymmetrikoefficienterna, som intressera. Om vi jämföra en sådan koefficient före gallringen med motsvarande uppgift på samma rad efter gallringen, få vi en föreställning om fördelningens formändring genom gallring. Jämföra vi i stället koefficienten efter gallringen med koefficienten före gallringen vid nästa revision, vilken står på nästa rad, fås ett mått på formändringen genom tillväxt.

Sådana jämförelser ha utförts i bil. M 8, varvid för lättare översikt använts medeltal av koefficienterna vid varje revision. Denna förenkling har ansetts tillåtlig, eftersom mindre än 4 % av samtliga tillväxtperioder uppvisa teckenbyte. Koefficientens ändring genom gallring har medfört teckenbyte i 9,7 % av fallen. Emellertid har detta ingen betydelse i vår undersökning, där gallringen är given. Vid uträkning av tillväxtens inverkan ha i medeltalen efter gallringen vid periodens början endast medtagits koefficienterna för de ytor, som observerats även före gallringen vid periodens slut, alltså ytor, där det fanns en nästa revision.

Vi se i M 8, före gallringen, att  $\beta_3$  vid första revisionen är  $-0,079$ , vilket med här använd terminologi betyder positiv snedhet. Koefficientens numeriska värde minskar i allmänhet vid gång mot senare revisioner, dvs. fördelningen utvecklas mot normal.

De två kolumnerna längst till höger ange koefficientdifferenserna genom gallring och genom tillväxt. Vi se, att gallringen och tillväxten bidraga ungefär lika mycket till utvecklingen mot normal fördelning.

#### 11.5. Excesskoefficienten $\beta_4$

Även denna koefficient, som är ett mått på stamfördelningens toppighet, har från NÄSLUNDS tabell II (1936) sammanförts till en tabell, som visar



gallringens och tillväxtens inflytande. Vi se i M9, före gallringen, att  $\beta_4$  vid första revisionen är — 0,005 och att koefficientens numeriska värde ökar vid gång mot senare revisioner, dvs. fördelningen utvecklas från normal. Upphovet till denna utvecklingsgång ligger övervägande på tillväxtsidan. Emellertid äro de redovisade excesserna så små, att de kunna förbigås i detta sammanhang.

### 11.6. Tillväxtkvoterna $R$ och $r$

Vi definiera:

$$R = \frac{Ms1}{[Ms2]}$$

$$r = \frac{\sigma s1}{[\sigma s2]}$$

I denna undersökning har  $R$  beräknats med regressionsfunktioner, som härletts direkt ur materialet. Från början hade jag tänkt beräkna  $r$  på samma sätt, men fann, att underlaget ännu var för svagt för att tillåta fristående bestämningar av  $R$  och  $r$ . Samspelet mellan dessa två faktorer är nämligen så känsligt, att deras inbördes relationer måste kontrolleras. På grund härav bestämdes endast  $R$  genom regression, medan  $r$  härleddes ur  $R$  enligt en antagen regel. Vi återkomma härtill i 21.3.

För att eliminera allmänna tillväxtförutsättningar, som påverka både  $R$  och  $r$ , bildades kvoten  $\frac{r}{R}$ .

Det har visat sig, att denna kvot påverkas av behandlingsmetoden. Sambandet belyses av bilagorna M 10 för tall och M 11 för gran, där medeltal av  $\frac{r}{R}$  anges för olika behandlingsgrupper. Tabell 11.6.1 innehåller som exempel ett utdrag ur bilaga M10. Siffrorna avse Tall, Södra Sverige, icke planterad.

Tabell 11.6.1.

	Antal element	Medeltal av $\frac{r}{R}$
självgallring.....	14	1,064
svag låggallring.....	23	1,043
stark låggallring.....	101	1,029
extra stark låggallring.....	23	1,015
ljushuggning.....	37	0,999

Det är påtagligt, att  $\frac{r}{R}$  faller vid skärpning av låggallringen. I förbigående kan anmärkas, att Gran, Södra Sverige, planterad, innehåller en grupp, som behandlats med stark krongallring (se bil. M 11). Gruppens medeltal av  $\frac{r}{R}$  överstiger något självgallringens medeltal, vilket är 1,089. Detta förhållande understryker, att gången av  $\frac{r}{R}$  i tab. 11.6.1 är en låggallringseffekt.

Vi återvända nu till formeln 11.3.1, som löd

$$D = a + bd.$$

Så länge det gäller samma stammar, t. ex. under en period, då gallring ej utföres, kan 11.3.1 omföras till att gälla för medeldiametrar. Vi få

$$Ms1 = a + b [Ms2].$$

Emellertid är

$$Ms1 = R[Ms2], \text{ alltså}$$

$$a = (R - b) [Ms2] \quad \dots\dots\dots (11.6.2)$$

Enligt en känd sats (jfr CRAMÉR, 1949, formel 9.2.6) är

$$b_{1[2]} = \varrho \cdot \frac{\sigma_{s1}}{[\sigma s2]} = \varrho \cdot r, \text{ där } \dots\dots\dots (11.6.3)$$

$\varrho$  är korrelationskoefficienten, som kan vara högst 1, men praktiskt taget alltid är mindre än 1. Detta uttryck för  $b$  insättes i 11.6.2, varav

$$\begin{aligned} a &= (R - \varrho r) [Ms2] \\ &= R \left( 1 - \frac{\varrho r}{R} \right) [Ms2] \\ &= \left( 1 - \frac{\varrho r}{R} \right) Ms1. \quad \dots\dots\dots (11.6.4) \end{aligned}$$

Enligt 11.6.3 är

$$\left. \begin{aligned} b &= \varrho r \\ &= R \cdot \frac{\varrho \cdot r}{R} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11.6.5)$$

I formlerna 11.6.4 och 11.6.5 ingår produkten av faktorerna  $\varrho$  och  $\frac{r}{R}$ . Båda faktorerna äro åtkomliga för undersökningar, som kunna öka säkerheten vid bedömning av  $a$  och  $b$ . I fråga om  $\frac{r}{R}$  ha vi redan i tab. 11.6.1 konstaterat ett påtagligt inflytande av beståndsbehandlingen. Fortsatta undersökningar torde framför allt böra inriktas på tidsfaktorns betydelse för korrelationskoefficienten och  $\frac{r}{R}$ .

Föregående stycke avser hjälpmedel för byggande av produktionstabeller. Det förutsättes att kontakten med materialet uppehålls genom medeldiameterns tillväxtkvot  $R$ , vilken räknas genom en regressionsfunktion. Medeldiameterns utveckling bestämmes växelvis av tillväxtperiodernas  $R$  och

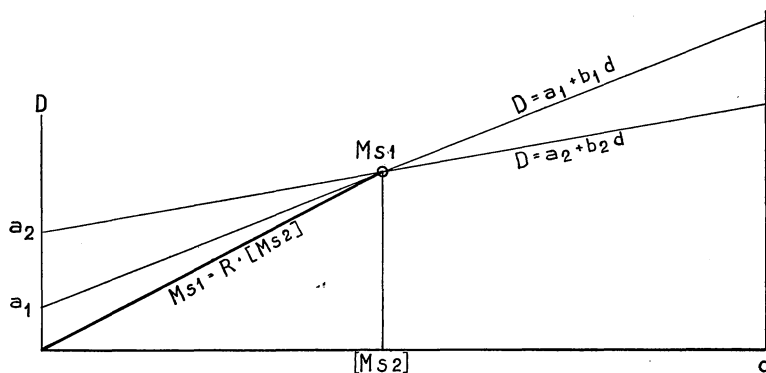


Fig. 11.6.6. Sambandet mellan regressionslinjens konstanter och  $R$ .  
 $a + b [Ms2] = Ms1 = R [Ms2]$

gallringens ändrande inverkan, vilken vi behärska genom  $\varphi$ -systemet (jfr kap. 17). På detta sätt erhålles medeldiametern  $Ms1$  före gallringen vid varje tillfälle. Den rätta regressionslinjen enligt 11.3.1 måste gå genom punkten  $[Ms2]$ ,  $Ms1$ . Diskussionen i 11.6 rör regressionslinjens lutning  $b$ , vilken i sin tur inverkar på regressionens  $a$ . Sambandet mellan dessa konstanter och  $R$  belyses av fig. 11.6.6.

## 11.7. Sammanfattning

På skäl, som anförts i 11.3, antaga vi, att diameterutvecklingen sker linjärt enligt 11.3.1. I så fall måste vi också förutsätta, att stamfördelningens form icke ändras genom tillväxt.

Å andra sidan har i 11.4 och 11.5 visats, att fördelningens form kan ändras genom tillväxt. Denna motsättning beror på att frågeställningen i dessa fall varit en annan än i 11.3.1. Där sökte vi den sannolika utvecklingen av varje diameterklass, vilken närmast bestämmes av klassens medeltillväxt. Resultaten i 11.4 och 11.5 härröra däremot ur totala stamfördelningar, som utformats av både medeltillväxten och spridningen kring denna. Närmare härom i kap. 29.

## Kap. 12. Gallringens inverkan på stamfördelningens form

### 12.1. Inledning

En gallring kallas likformig, om den ur varje stamklass, som för tillfället tages i betraktande, uttager samma procent av stamantalet. Då man talar om stamfördelning avses i regel stamfrekvensen i diameterklasser. Från

denna synpunkt blir gallringen likformig, om samma procent av stamantalet uttages i varje diameterklass. En på detta sätt begränsad likformighet rubbas ej, om uttaget inom diameterklasserna koncentreras på t. ex. vissa höjdyper eller vissa kvaliteter.

Det är tydligt, att en likformig gallring icke ändrar stamfördelningens form. Frågeställningen i detta kapitel syftar därför på den olikformiga gallringen. Redan från början har angivits, att denna framställning i huvudsak avser homogena bestånd. Eftersom den naturliga behandlingsformen i dylik skog är låggallring, lägges denna till grund för resonemanget. Annan olikformig gallring kommer att diskuteras längre fram.

Vid försöksytornas gallring har stor hänsyn tagits till stammarnas individuella beskaffenhet och därjämte, ehuru mera osäkert, till erhållande av lämpligt stamavstånd. Sådan granskning av individerna kan tyvärr ej komma till stånd vid uppgörandet av en produktionstabell. Emellertid kan den erfarenhet, som vunnits genom detaljarbetet på ytorna, hjälpa oss att definiera produktionsforskningens gallringsprogram, vilka måste bli schematiska.

I 11.4 meddelades några siffror från gallringen å försöksytorna i tallskog. Detta material utmärktes av positiv snedhet vid utgångsläget och behandlingen var alldeles övervägande av låggallringstyp. Det visade sig, att själva gallringen — fränsett tillväxten — medförde en utveckling mot normal fördelning. Jag har betraktat denna utveckling som typisk för låggallringen. I anslutning härtill har jag antagit, att låggallring i en förut normal fördelning resulterar i fortsatt normalitet.

## 12.2. Låggallring i normalfördelning

Vi preciserade i 9.3 begreppet normal till att gälla begränsade normalfördelningar, där »svansarna» utanför punkterna  $Mn - 3\sigma n$  och  $Mn + 3\sigma n$  bortkapats. Övriga fördelningar erhöles genom stympning av begränsade normalfördelningar, varvid högra flygeln lämnades orubbad, men fördelningens undre gräns (stympningsgränsen) fick olika lägen. Såväl normala som stympade fördelningar karakteriserades genom faktorn  $\varphi$ , som uttryckte relationen mellan fördelningens bas och normalfördelningens medelavvikelse  $\sigma n$ . För normala fördelningar blev  $\varphi = 6$ .

Fig. 12.2.1 framställer en begränsad normalfördelning I, varav vid låggallring kvarställes den på samma sätt normala fördelningen II. Låggallringen ändrar fördelningens bas med kvoten  $u'$ , som är mindre än 1, varigenom vänstra flygeln indrages åt höger. Basen är både före och efter gallringen lika med  $6\sigma n$ , varav

$$\sigma n_2 = u' \sigma n_1 \dots\dots\dots (12.2.2)$$

Eftersom I och II äro normala, är  $\varphi$  — enligt vår hittillsvarande definition — i båda fallen = 6. Vi ha då endast betraktat  $\varphi$  som ett uttryck för stamfördelningens form. Ur denna synpunkt påverkas ej  $\varphi$ , då en normal fördelning låggallras. Likväl är det något som händer, nämligen att vänstra flygeln avlägsnas från sitt utgångsläge i I. Vi återkomma härtill i 12.4.

Den minskning av basen, som åstadkommes genom 12.2.2, kan förenas med stamantalsuttag av mycket olika styrka. I fig. 12.2.1 betecknar fördelningen II det största stamantal, som kan kvarställas vid den tillämpade basminskningen. I anslutning härtill definiera vi låggallringen såsom sammansatt av två moment, nämligen låggallringsmomentet, som nedbringar fördelningen från I till II, och ett därmed kombinerat genomgallringsmoment, vilket av II kvarställer  $\psi' \cdot II$ . Hela låggallringen karakteriseras alltså av kvoterna  $u'$  och  $\psi'$ .

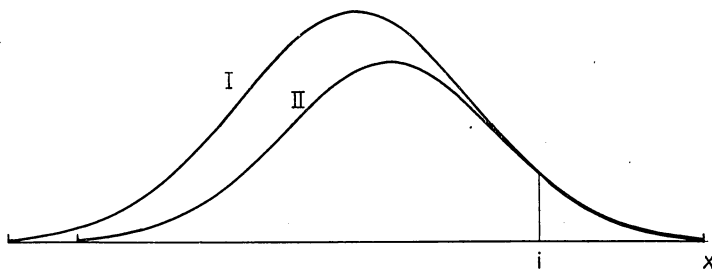


Fig. 12.2.1. Begränsad normalfördelning I, varav efter låggallringsmomentet kvarstår den begränsade normalfördelningen II. Kurvorna beröra varandra i en punkt med abscissan  $x = i$ .

Kurvan II erhåller sitt högsta läge, då den berör I i en okänd punkt med abscissan  $x = i$ . I denna punkt bli ordinaterna lika. Även derivatorna måste vara lika, eftersom II eljest skulle skära I och i en närlägen punkt ligga högre än I, vilket är orimligt.

I fig. 12.2.1 kan punkten  $x = i$  betraktas som stympningsgräns för de delar av I och II, vilka ligga till höger om  $i$ . Sträckan mellan  $i$  och högra flygeln är gemensam för fallen I och II. Denna sträcka är

$$\begin{aligned} \text{i fall } I &= \varphi_1 \sigma n_1 \\ \text{» } II &= \varphi_2 \sigma n_2, \text{ där} \end{aligned}$$

$\varphi_1$  och  $\varphi_2$  avse kurvdelarna till höger om  $i$ . Härav fås

$$\varphi_1 \sigma n_1 = \varphi_2 \sigma n_2 = \varphi_2 u' \sigma n_1, \text{ varav}$$

$$\varphi_2 = \frac{\varphi_1}{u'} \dots\dots\dots (12.2.3)$$

Härav genom räkning, som redovisas i M 12,

$$i_1 = \frac{3}{1 + u'} \dots\dots\dots (12.2.4)$$

$$i_2 = \frac{3u'}{1 + u'} \dots\dots\dots (12.2.5)$$

Om  $I_1$  är stamantalet i I och  $I_2$  är stamantalet i II fås enligt den återopade räkningen

$$\frac{I_2}{I_1} = u' e^{-\frac{4,5(1-u')}{(1+u')}} \dots\dots\dots (12.2.6)$$

Faktorn  $e^{-\frac{4,5(1-u')}{(1+u')}}$  avläses i en  $e^{-x}$ -tabell (HAYASHI 1938) för

$x = \frac{4,5(1-u')}{(1+u')}$ . Med stöd av formel 12.2.6 har upprättats tabell H 6, som för normalfördelningar anger stamantalskvoten  $\frac{I_2}{I_1}$  vid uttag av låggallringsmoment, vilka svara mot olika värden på  $u'$ . På grund av formelns enkelhet är det fördelaktigare att beräkna mellanliggande värden direkt än att interpolera i tab. H6.

Stamfördelningens ändring genom låggallring framgår av fig. 12.2.7.

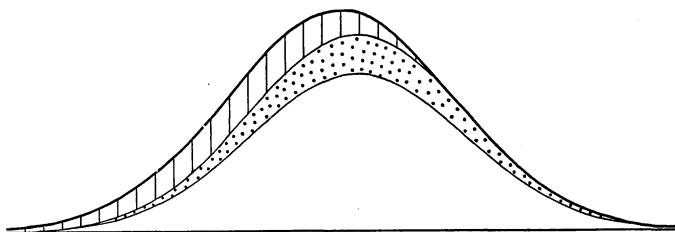


Fig. 12.2.7. Stamfördelningens ändring genom låggallring. Den streckade ytan avser låggallringsmomentets uttag och den prickade ytan genomgallringsmomentets uttag.

### 12.3. Låggallring i stympad fördelning

Vi ha i 12.2 redan berört sambandet mellan  $u'$  och  $\varphi$ . Då detta skett i anslutning till en specialfråga och då sambandet har en dominerande betydelse för de stympade fördelningarna, anser jag det lämpligt att upptaga frågan även här.

Fig. 12.3.1 visar samma kurvor I och II, som vi betraktat i 12.2.1. I stället för den hypotetiska gränsen i punkten  $i$  ha vi nu infört en stympningsgräns, som kan antagas motsvara den undre gränsen hos naturliga fördelningar. På bilden är denna gräns ritad i punkten  $\varphi = 4$  av kurvan I. Vi beteckna kurvornas  $\varphi$ -värden som förut med  $\varphi_1$  och  $\varphi_2$ , men erinra, att det här gäller andra  $\varphi$ -värden än för samma beteckningar i 12.2.1.

Det väsentliga för resonemanget till 12.2.1 var, att de två kurvorna hade en gemensam bassträcka, som kunde uttryckas i vardera kurvans faktorer. Så är även fallet här. Sträckan mellan stympningsgränsen och högra flygeln är gemensam för kurvorna I och II. Vi få som förut

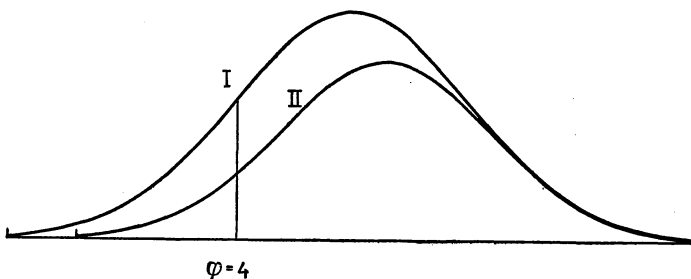


Fig. 12.3.1. Samma kurvor som i fig. 12.2.1 med stympningsgräns inlagd i punkten  $\varphi = 4$  av kurva I.

$$\varphi_1 \sigma n_1 = \varphi_2 \sigma n_2 = \varphi_2 u' \sigma n_1, \text{ varav}$$

$$\varphi_2 = \frac{\varphi_1}{u'} \dots \dots \dots (12.3.2)$$

Såsom framhölls i 12.1 ha stympade fördelningar en tendens att vid låggallring övergå till normala fördelningar. På grund härav har det ansetts önskvärt, att låggallring av stympade fördelningar kunde behandlas efter samma linjer, som tillämpats i fråga om normala fördelningar. I själva verket erbjuder denna utvidgning av problemet inga svårigheter. Först tänkes gallringen utförd i den imaginära normalfördelning, varav den givna fördelningen utgör en del. Med stöd härav beräknas den stympade fördelningens ändring genom gallringen. För detta ändamål innehåller tabell H5 för varje  $\varphi$ -värde uppgift på motsvarande frekvens  $F(\varphi)$ , uttryckt som kvot av den normalt stympade normalkurvan. För låggallringsmomentets inverkan på den givna fördelningens stamantal  $S$  få vi alltså:

$$\left(\frac{S_2}{S_1}\right)' = \frac{I_2}{I_1} \cdot \frac{F(\varphi_2)}{F(\varphi_1)} \dots \dots \dots (12.3.3)$$

Primecknet vid S-kvoten erinrar, att det endast är fråga om låggallringsmomentet. I 12.3.3 fås  $\frac{I_2}{I_1}$  från tabell H 6 för  $u'$  samt  $F(\varphi_2)$  och  $F(\varphi_1)$  ur tabell H 5 för  $\varphi_2$  och  $\varphi_1$ .

Om även genomgallringsmomentet medtages, får 12.3.3 följande utseende:

$$\frac{S_2}{S_1} = \left( \frac{S_2}{S_1} \right)' \cdot \psi', \dots \dots \dots (12.3.4)$$

varav för vissa frågeställningar

$$\psi' = \frac{S_2}{S_1} : \left( \frac{S_2}{S_1} \right)' \dots \dots \dots (12.3.5)$$

#### 12.4. Vidgad definition av $\varphi$

Enligt tidigare definitioner beteckna  $\alpha$  och  $L$  undre och övre gränsen av en stamfördelning. I normala och stympade fördelningar är vid låggallring

$$L - \alpha_1 = \varphi_1 \sigma n_1$$

$$L - \alpha_2 = \varphi_2 \sigma n_2,$$

varav

$$\varphi_2 = \frac{L - \alpha_2}{L - \alpha_1} \cdot \frac{\varphi_1}{u'} \dots \dots \dots (12.4.1)$$

I fördelningar, som förbli stympade efter gallringen, är  $\alpha_2 = \alpha_1$ , varav

$$\varphi_2 = \frac{\varphi_1}{u'} \dots \dots \dots (12.4.2)$$

vilket är samma uttryck som 12.3.2.

Vid låggallring i normala fördelningar flyttas undre gränsen åt höger, varav

$$\alpha_2 > \alpha_1, \text{ och}$$

$$\varphi_2 < \frac{\varphi_1}{u'} \dots \dots \dots (12.4.3)$$

Eftersom de stympade fördelningarna ofta övergå till normala, är det emellertid ett viktigt önskemål att kunna tillämpa samma princip genomgående. Låt oss undersöka, om detta är möjligt.

I en stympad fördelning sammanfaller den undre gränsen med stympningsgränsen. Det fall, då ett sådant bestånd övergår till normalt, kan behandlas på två olika sätt. Man kan betrakta det normala beståndet som stympat i  $Mn - 3\sigma n$ . Därvid sammanfalla de båda gränserna och  $\varphi$  blir i fortsättningen konstant = 6, medan  $\alpha$  växer genom gallringen. Alternativt kan man behålla



den förutvarande stympningsgränsen, varigenom  $\alpha_2$  blir  $= \alpha_1$  och  $\varphi_2$  utvecklas enligt 12.4.2. Fördelningen blir då utan stammar närmast till höger om punkten  $\alpha$ . Innebörden av detta alternativ, som använts i föreliggande undersökning, framstår klarare i 12.5, där vi betrakta gallringsförloppet i en fördelning, som antages sakna tillväxt. Emellertid böra redan här följande synpunkter understrykas.

Genom den sistnämnda metoden kunna vi fortsätta utvecklingen av  $\varphi$  även sedan denna faktor uppnått värdet 6. Därvid måste givetvis beaktas, att  $\varphi$  ej kan överstiga 6 som formfaktor. Högre värden å  $\varphi$  ha endast betydelse för lokalisering av fördelningen. Så snart  $\varphi$  överskrider 6, förblir fördelningen normal, men dess vänstra flygel förskjutes genom gallringen åt höger.

### 12.5. Låggallring i fördelning, som antages sakna tillväxt

Fig. 12.5.1 framställer en begränsad normalfördelning, som antages sakna tillväxt. Fördelningen underkastas upprepade låggallringsmoment, vilka alla registreras i figuren. Vid varje gallring kvarställes en begränsad normalfördelning. Alla kurvorna i fig. 12.5.1 äro sålunda normala.

Fig. 12.5.2 visar samma kurvsystem som i fig. 12.5.1, dock med skillnaden, att en stympningsgräns markerats vid  $\varphi = 4$ . Till vänster om denna gräns ha kurvorna, som där icke äro reella, utplånats. De kvarstående kurvorna redovisa gallringens gång i den stympade fördelningen. Vi se, att fördelningen förblir stympad efter 3 gallringar, men att den därefter övergår till normal.

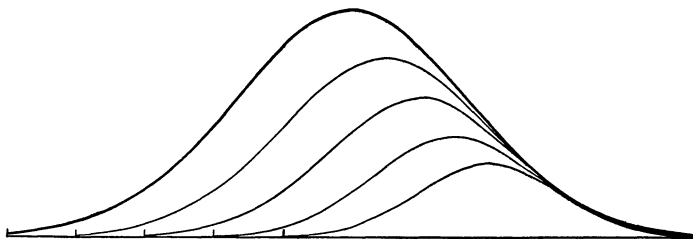


Fig. 12.5.1. Begränsad normalfördelning, där stamantalet genom upprepade låggallringsmoment reduceras med bibehållande av fördelningens normala form. Den undre gränsen flyttas successivt åt höger.

Vid detta tillfälle passerar det enligt 12.4.2 beräknade  $\varphi$  det normala gränsvärdet 6.

Sedan fördelningen blivit normal, avlägsnar sig den undre gränsen från den ursprungliga stympningsgränsen. Avståndet blir då alltid  $(\varphi - 6) \sigma n$ . I förbigående må nämnas, att medeldiameterens avstånd från den ursprungliga stympningsgränsen i normala bestånd är  $(\varphi - 3) \sigma n$ .

Vi ha för detta avsnitt antagit, att den betraktade fördelningen saknar tillväxt. I så fall försiggår beståndets hela utveckling inom den av fig. 12.5.2 angivna ramen. Utgångsbeståndets stympningsgräns  $\alpha_0$  bibehålles under hela livet som stödpunkt för beräkningen av  $\varphi$ .

Beträffande övre gränspunkten  $L$  föreligga inga svårigheter. Enligt låggallringsdefinitionen utglesas beståndet ända fram till övre gränsen, men denna flyttas ej genom låggallring. Vid den här antagna förutsättningen, att fördelningen saknar tillväxt, ligger alltså punkten  $L$  stilla i utvecklingsdiagrammet 12.5.2.

Vi återvända nu till punkten  $\alpha$ , som — frånsett tillväxt — under hela utvecklingen är  $= \alpha_0$ . Det absoluta måttet  $\alpha$  omföres genom division med  $\sigma n$  till ett relativt tal  $\lambda$ . Vi definiera för utgångsläget

$$\lambda_0 = \frac{\alpha_0}{\sigma n_0} \dots\dots\dots (12.5.3)$$

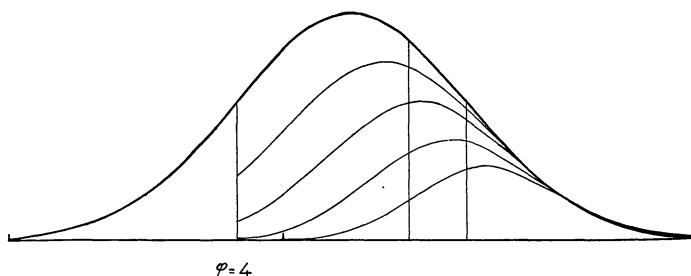


Fig. 12.5.2. Samma kurvor som i fig. 12.5.1. Fördelningarna ha här stympats vid  $\varphi=4$ . Efter den fjärde gallringen är fördelningen normal. Gränserna för en  $\varphi$ -klass äro inlagda i figurens högra del (jfr 17.4).

Eftersom  $\alpha$  ej ändras genom gallring fås vid ett gallringstillfälle

$$\lambda_1 \sigma n_1 = \lambda_2 \sigma n_2 = \lambda_2 u' \sigma n_1,$$

varav

$$\lambda_2 = \frac{\lambda_1}{u'} \dots\dots\dots (12.5.4)$$

Vidare har i fig. 12.5.2 inritats en diameterklass, vars gränser uttryckts i  $\varphi$ -skalans mått. Härtill återkomma vi i 17.4.

## Kap. 13. Självgallring

### 13.1. Inledning

I orörda bestånd av sådan täthet, att självgallring äger rum, råder ett slags naturlig jämvikt, som är av stort intresse. Visserligen är jämvikten beroende av klimatväxlingar, varför den är tämligen labil. Men i stort sett har den mycket att lära oss om trädens behov och ståndortens möjligheter.

På grund härav utgöra självgallrade bestånd ett lockande objekt för produktionsforskningen. Undersökningar i sådan skog äro dessutom nödvändiga för att fastställa gallringsbrukets utgångslägen.

I vanligt skogsbruk bestämma vi själva över gallringsuttagen, varför problemet begränsas till uppskattning av tillväxten. Vid självgallring måste både produktionen och avgången kalkyleras. Det använda förfarandet beskrives i det följande genom exempel från tallskogen. I denna grupp fanns ett mindre antal självgallringsytor, men dessa hade observerats så kort tid, att antalet element, som i detta fall är avgörande, var otillräckligt för självständig bearbetning. På grund härav söktes stöd från ytorna för aktiv gallring (gallringsytorna). För studium av stamfördelningen vid självgallring bearbetades självgallringsytorna tillsammans med observationer av gallringsytornas tillstånd före den första gallringen. Denna del av undersökningen blev alltså statisk. En liknande sammanslagning av tillväxtobservationerna försöktes först och var givetvis fördelaktig för självgallringsresultaten. Emellertid ansågs det viktigare att så väl som möjligt bestämma tillväxten vid aktiv gallring, varför tillväxtfunktionerna f. o. m. 1947 grundades enbart på gallringsytorna. För jämförelse mellan självgallring och aktiv gallring var det fortfarande önskvärt, att båda grupperna beräknades med samma tillväxtfunktioner. På grund härav användes från nämnda år tillväxtfunktionerna för aktiv gallring även för självgallringen.

Den naturliga stamavgången uppkommer företrädesvis av två orsaker: trängsel och kalamiteter. Sistnämnda orsaksgrupp verkar tämligen oregelbundet och stötvis, varför stora anspråk ej kunna ställas på en prognos i detta avseende. Betydligt mer gripbar är självgallringen genom trängsel. Den dödar successivt ett relativt fåtal stammar varje år. Vid upprättandet av en produktionstabell kan denna utveckling ej följas i detalj, utan redovisningen sker för perioder, som i detta arbete omfattat fem eller tio år. Tillväxten och avgången under perioden tabellföras vid dennas slut. De avgående träden ha dött sedan föregående revision. De bedömas i genomsnitt ha levat till periodens mitt.

När träd dödas av kalamiteter, kan tillväxten vara normal intill slutet. Vid avgång genom trängsel, som närmast avses i denna diskussion, är det däremot regel, att tillväxten nedgår till en obetydlighet, innan träden dö. Man kan tveka, om tillväxtfunktioner, som härletts ur aktivt gallrat material, kunna ge utslag för denna nedgång. Denna fråga är föga studerad, men det förtjänar framhållas, att tillväxtfunktionerna innehålla täthetsfaktorer, vilka möjliggöra en anpassning till självgallringsbeståndens särskilda förhållanden.

Det är likväl påtagligt, att de avdöende träden utgöra ett problem i självgallrade bestånd. Detta gäller ej blott tillväxtens verkliga förlopp, utan även

våra möjligheter att på träd, som vid uppskattningen stått torra i flera år, göra observationer, vilka avse trädens tillstånd, då de dogo. Härtill kommer, att torrträden stå kvar olika lång tid efter dödsåret, innan de falla. Av alla dessa skäl blir en bedömning av tillståndet före självgallring rätt vanskelig. Betydligt säkrare kan tillståndet efter självgallring bedömas. Beståndet sammansättes då av enbart levande träd och dess struktur har genom trycket av jämförelsevis stabila biologiska faktorer utformats till en betydande lagbundenhet.

Med hänsyn härtill har tillståndet efter självgallring vid utgångsläget lagts till grund för produktionsundersökningen. I denna betecknas i allmänhet tillstånd före gallringen med index 1 och tillstånd efter gallringen med index 2. Samma benämningar användas vid självgallring, där tillstånden före torrverkets frändragande kallas »ettor» och tillstånden efter denna operation kallas »tvåor». Vid utgångsåldern äro »tvåorna vid självgallring» utgångstillstånd för tabeller över aktiv gallring, men i detta sammanhang kallas de »ettor», närmare bestämt »ettor vid gallring». Begreppet »tvåor vid gallring» avser de träd, som kvarstå efter den aktiva gallringen.

Bestånd, som icke varit föremål för röjning eller gallring, bruka kallas orörda. Detta begrepp inkluderar de självgallrade bestånden, men därutöver omfattar det också bestånd, vilka uppkommit så glest, att ingen självgallring äger rum. Då orörda, men glesa bestånd ej funnits i mitt material, ha de ej kunnat studeras vid denna undersökning. Det är likväl sannolikt, att de icke äro så lagbundna, i alla händelser ej så enkelt lagbundna som självgallringsbestånden. I de många fall, då beståndens självgallringsnatur är påtaglig och ej behöver särskilt framhållas, torde det emellertid vara tillåtligt att på dem använda den kortare termen »orörda».

Då stamavgången vid självgallring regleras av naturliga processer, som vi ej kunna påverka, är det icke fullt adekvat att här tala om gallringsprogram. Emellertid kan självgallringen i detalj studeras och dess verkningsätt kan beskrivas genom fingerade program. Det ligger i sakens natur, att självgallringen genom trängsel måste vara av låggallringstyp. Vi ha anledning vänta, att den skall innehålla både ett låggallringsmoment och ett genomgallringsmoment. En undersökning av självgallringen kan därför lämpligen inriktas på att bestämma faktorerna  $u'$  och  $\psi'$ . Därefter kunna produktionstabeller upprättas på samma sätt som för aktiv gallring.

### 13.2. Beräkning av utvecklingen. Allmänt

Som exempel har valts »Tall, Norra Sverige, icke planterad». Beräkningen sker i tre etapper, som redovisas i 13.3, 13.4 och 13.5. De allmänna synpunkter, som anföras i detta avsnitt, ha till stor del berörts på skilda ställen i

tidigare kapitel. För läsarens bekvämlighet sammanföras de här och kompletteras, då så erfordras.

Till grund för beräkningarna lägges den aritmetiska medeldiametern  $Ms_2$ . Härtill återkomma vi i de särskilda avsnitten. Uppgifter om medelavvikelse och stamantal ha erhållits med hjälp av statistiska funktioner, som härletts ur det sammanslagna materialet från självgallrings- och gallringsytorna. Av dessa funktioner uttrycker den ena, (F1.1), sambandet mellan medelavvikelsen  $\sigma s_2$  och  $Ms_2$ , medan den andra, (F1.2), visar sambandet mellan stamantalet  $S_2$  och  $Ms_2$ , allt i självgallrade bestånd. Övriga uppgifter ha beräknats enligt formel 9.3.3 och hjälptabell H 5. Formeln lyder sålunda:

$$\frac{Ms - \alpha}{\sigma s} = \frac{M'}{\sigma'}, \dots \dots \dots (9.3.3)$$

där  $\alpha$  = diametern vid stamfördelningens undre gräns (stympningsgränsen),

$M'$  = relativa medeldiametern, räknad från stympningsgränsen, och

$\sigma'$  = relativa medelavvikelsen.

Kvoten  $\frac{M'}{\sigma'}$  finnes införd i tabell H 5, där den kan användas som ingång för avläsning eller interpolering av form- och lokaliseringsfaktorn  $\varphi$ .

Vi äro alltså i stånd att bestämma  $\varphi$ , om vi kunna beräkna vänstra ledet i 9.3.3. I 13.2 är  $Ms$  given (se 13.3 — 13.5) och  $\sigma s$  beräknas med den statistiska funktionen. Möjligheten att komma fram till  $\varphi$  beror då på bestämningen av  $\alpha$ .

Vid denna undersökning har  $\alpha$  satts = 0 i självgallrade bestånd. Därmed har jag endast velat uttrycka, att  $\alpha$  är lågt i dessa bestånd och att materialet är otillräckligt för en mera preciserad bestämning. I själva verket kan ingen diameter, alltså ej heller  $\alpha$ , bli mindre än minsta toppskottsdiametern, vilket LÖNNROTH framhöll redan 1926. Emellertid har jag ansett denna synpunkt vara väl subtil i föreliggande fall, där beräkningarna måste bli schematiska. Om vi bortse från nämnda minimum, kan fördelningens undre gräns anses kvarligga i diameterskalans nollpunkt, så länge nya stammar uppkomma över brösthöjd. En undersökning av denna fråga blir dock invecklad, därför att naturliga bestånd sällan äro homogena. Nya plantor kunna i småluckor uppkomma över brösthöjd långt efter att detta blivit omöjligt i beståndets genomsnittligt täta delar. En skarp fixering av undre gränsen förutsätter därför en genomarbetning av homogenitetsbegreppet.

Ett  $\varphi$ , som beräknats under förutsättningen  $\alpha = 0$ , gäller naturligtvis endast med detta förbehåll. Man kunde tro, att ett sådant villkor skulle utgöra en svår belastning, men detta är knappast förhållandet. Syftet med produktionstabeller är nämligen att möjliggöra jämförelser mellan typbestånd. Vi måste komma ihåg, att själva typbildningen innebär en förenkling, där verklighetens smådrag utjämnas. Huvudsaken är, att vi hålla reda på de

förutsättningar, som ligga bakom våra resultat. Det blir sedan en bedömningsfråga att vid tillämpningen anpassa resultaten till verklighetens förutsättningar.

Genom valet av 11.3.1 som uttryck för diametertillväxten ha vi bundit oss vid antagandet, att tillväxten icke ändrar stamfördelningens form (jfr 11.7). Som en konsekvens härav antaga vi, att strukturfaktorerna  $\varphi$ ,  $\sigma'$ ,  $M'$  och  $F(\varphi)$  ej ändras genom tillväxt. Visserligen dödas stammar mellan revisionerna, men härifrån bortse vi genom att avföra sådana stammar först vid nästa revision. Vid detta registreringssätt, som tillämpas allmänt, ändras ej heller stamantalet  $S$  genom tillväxt. På grund härav förlägges all ändring av de uppräknade faktorerna till gallringen.

I det följande betyder tecknet  $[ ]$  uppgift i närmast föregående kolumn och tecknet  $\{ \}$  uppgift i närmast följande kolumn. I enlighet härmed blir för två på varandra följande kolumner t. ex.

$$\varphi_1 = [\varphi_2]$$

### 13.3. Beräkning av utvecklingen. Första etappen. Se M 13

Beräkningen är gemensam för alla boniteter. Aritmetiska medeldiametern efter självgallring, betecknad  $Ms_2$ , står som ingång i tabellhuvudet. Därvid har  $Ms_2$  erhållit antagna värden, som uttryckts i hela och halva centimeter på bark. Diameterskalans klassvidd har valts med tanke på att övergång från en kolumn till den nästa helst bör motsvara tillväxtfunktionens period, som är fem år.

Med stöd av de statistiska funktioner, som åberopats i 13.2, ha i varje kolumn beräknats mot medeldiametern svarande värden på  $\sigma s_2$  och  $S_2$ . Dessutom har i varje kolumn  $\varphi_2$  beräknats enligt formel 9.3.3.

Enligt 12.3.2 är

$$u' = \frac{\varphi_1}{\varphi_2} = \frac{\varphi \text{ före gallringen}}{\varphi \text{ efter gallringen}} \dots\dots\dots (13.3.1)$$

Vi antaga nu, att beståndet genomlöper diameterskalan i tabellhuvudet, så att där angivna medeldiametrar uppnås successivt vid tidpunkter, som tillsvidare äro okända. Vi ha förut (se 13.2) antagit, att vissa strukturfaktorer, däribland  $\varphi$ , ej ändras genom tillväxt. Då är

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= [\varphi_2] \text{ och} \\ u' &= \frac{[\varphi_2]}{\varphi_2} \dots\dots\dots (13.3.2) \end{aligned}$$

Med  $\varphi$  som ingång avläses i tabell H 5 fördelningens relativa medelavvikelse  $\sigma'$ , vilken uttryckts med den grundläggande normalfördelningens medelavvi-

kelse  $\sigma n$  som enhet. Härav fördelningens absoluta medelavvikelse efter självgallring

$$\begin{aligned}\sigma s_2 &= \sigma_2' \sigma n_2 \text{ och} \\ \sigma n_2 &= \frac{\sigma s_2}{\sigma_2'} \dots\dots\dots (13.3.3)\end{aligned}$$

Vi definiera

$$R = 1 + \frac{\phi}{100} = \frac{Ms_1}{[Ms_2]} \dots\dots\dots (13.3.4)$$

Då  $\alpha$  antagits = 0 är  $Ms_1 = M_1' \sigma n_1$  och  $[Ms_2] = [M_2' \sigma n_2]$ , alltså

$$R = \frac{M_1' \sigma n_1}{[M_2' \sigma n_2]}$$

Eftersom strukturfaktorn  $M'$  ej ändras genom tillväxt är sålunda

$$\begin{aligned}R &= \frac{\sigma n_1}{[\sigma n_2]}, \text{ varav} \\ Ru' &= \frac{u' \sigma n_1}{[\sigma n_2]} = \frac{\sigma n_2}{[\sigma n_2]} \dots\dots\dots (13.3.5)\end{aligned}$$

Sedan  $Ru'$  bestämts ur sista ledet i 13.3.5 fås

$$R = \frac{Ru'}{u'} \dots\dots\dots (13.3.6)$$

och 
$$Ms_1 = R [Ms_2] \dots\dots\dots (13.3.7)$$

Observera, att ändringen från  $[Ms_2]$  till  $Ms_1$  framkallas av tillväxt. Därefter ändras  $Ms_1$  till  $Ms_2$  genom borträkning av självgallringsvirket.

#### 13.4. Beräkning av utvecklingen. Andra etappen. Se M 14

Här åsyftas att omföra bilagan M 13 till ett utvecklingsförlopp över åldern. Därtill erfordras först att välja utgångsålder och därefter att beräkna tidsåtgången för växandet från kolumn till kolumn. Eftersom dessa faktorer påverkas av boniteten, kan 13.4 endast avse viss bonitet. Vårt exempel gäller för boniteten  $h_{100} = 20$ .

På grund av virkesutbytets beroende av höjden har det i undersökningar över aktiv gallring ansetts lämpligt att förlägga utgångsläget till viss beståndshöjd i alla boniteter. I denna undersökning har som utgångspunkt valts den ålder, då övre höjden ( $h_{3\sigma}$ ) är närmast 8 meter. Visserligen inträffar det ofta,

att en så tidig gallring ej är ekonomisk, men i sådana fall blir studiet av ingreppet belysande för röjningens ekonomi.

Vid självgallring förlora dessa synpunkter sin ursprungliga mening. För att underlätta jämförelser med aktiv gallring har emellertid samma utgångshöjd valts för undersökning av självgallringen.

För 13.4 behöva vi ett utgångsläge i diameterskalan. Detta erhålles genom att söka den medeldiameter  $Ms_2$ , som under givna förhållanden motsvarar övre höjden 8 meter. Vid regelrätt behandling av denna uppgift borde ett representativt material insamlas från självgallrade bestånd och med stöd av detta material skulle medeldiameterens regression över beståndets övre höjd beräknas. Den sökta medeldiametern kunde då avläsas på regressionslinjen vid abskissan 8 meter.

Emellertid är bestämningen »självgallrat bestånd» icke entydig. Bland sådana bestånd finnes en avsevärd täthetsvariation, som framkallar varierande medeldiametrar. Även i bästa fall skulle därför den angivna regressionen endast ge oss ett medelvärde på den sökta medeldiametern, vilket ägde giltighet för materialets medelförhållanden. För andra förutsättningar skulle något från medelvärdet avvikande resultat innebära den rätta lösningen. Vid tillgång till ett stort och väl fördelat material kunde denna rätta lösning beräknas genom en mera komplicerad regression, men i andra fall finge man vid valet mellan de möjliga lösningarna lita till bedömning.

Vid vår produktionsundersökning har materialets sammansättning icke tillåtit beräkning av någon medeldiameter, vilken kunnat betecknas som medelvärde för gruppen »självgallrade bestånd». De framräknade resultaten ha måst betraktas som exempel. För det slutliga valet av medeldiameter i utgångsläget ha vi ännu mer än vid regelrätt kalkyl varit hänvisade till bedömning. Beträffande den nu behandlade gruppen »Tall, Norra Sverige, icke planterad,  $h_{100} = 20$ », har medeldiametern på bark vid övre höjden 8 meter beräknats till 4,3 centimeter. Med hänsyn till materialets ovanliga slutenhet har i produktionstabellerna motsvarande medeldiameter bedömts utgöra 5 centimeter.

Det förtjänar framhållas, att en sådan bedömning innebär ett mer eller mindre medvetet val av materialgrupp. Medeldiametern 5 cm gäller för vissa beståndstyper, medan t. ex. medeldiametrarna 4 eller 6 cm förutsätta andra beståndstyper. Vi möta här ånyo den synpunkt, som utgör den röda tråden i denna undersökning: varje resultat bygger på bestämda förutsättningar och det gäller endast för dessa.

I boniteringstabellen för  $h_{100}=20$  (se H 3a) avläses övre höjden 8 meter vid 38 år (närmaste heltal). Denna ålder införes i bil. M 14 under  $Ms_2 = 5,0$ . För beräkning av den fortsatta utvecklingen önska vi bestämma tidsåtgången  $n$  från kolumn till kolumn. Detta sker med stöd av medeldiameterens tillväxtfunktion (F1.3), som därvid användes på följande sätt.



Enligt formel 13.3.4 växer medeldiametern på  $n$  år från  $[Ms_2]$  till  $Ms_1$  med  $p$  %, alltså på 5 år med  $\frac{5p}{n}$  %. Den med funktionen beräknade tillväxtprocenten avser 5 år och betecknas med  $p'_5$ . Härav fås

$$\frac{5p}{n} = p'_5 \text{ varav}$$

$$n = \frac{5p}{p'_5} \text{ och}$$

åldern i varje kolumn = utgångsåldern +  $n_1 + n_2 + n_3 + \dots$

Dessa åldrar ha införts i M 14. Med hänsyn till blivande interpolationer ha de uttryckts med två decimaler.

Tillväxtfunktionens konstruktion och användning diskuteras utförligt i kap. 20. Här skola endast några punkter beröras, där användningen på självgallrade bestånd avviker från den normala tillämpningen. Undantagen gälla faktorn  $w$ , som finnes i variabel 2, och faktorn  $E$ , som ingår i variablerna 4 och 5. Av dessa faktorer är

$w$  = diametersumman per hektar före första gallringen,

$E$  = år från första gallringen till den aktuella tidpunkten.

Man kan uttrycka saken så, att tillväxten under hela livet påverkas av utgångsbeståndets täthet på ett sätt, som ändras med tiden. Vid aktiv gallring blir  $w$  konstant för hela utvecklingsförloppet, medan  $E$  växer med åldern.

Emellertid finns det vid självgallring intet utgångsbestånd. Alla åldrar äro i detta avseende likvärdiga. På grund härav har vid självgallring varje revision betraktats som den första, dvs.  $w$  har fått ett nytt värde vid varje tillfälle. Som en konsekvens härav har  $E$  i alla åldrar satts = 0.

### 13.5. Beräkning av utvecklingen. Tredje etappen. Se M 15

Denna etapp åstadkommer övergång från de diameterbestämda åldrarna i 13.4 till andra önskade åldrar. Därvid interpoleras medeldiametrarna över åldern, varefter övriga faktorer beräknas med hjälp av de i 13.3 använda sambanden.

Sedan omföringen utförts tillfogas vissa stamantalsfaktorer, vilka hittills förbigåtts. Om vi enbart syfta till att upprätta produktionstabeller, kunna vi nöja oss med att bestämma stamantalet  $S_2$  vid varje revision. Härför användes den statiska funktionen (F 1.2) för sambandet mellan  $S_2$  och  $Ms_2$ . Emellertid är det av stort intresse att kunna stödja programmen för aktiv gallring på kännedom om strukturändringen vid självgallring, vilken kan beskrivas ge-

nom faktorerna  $u'$  och  $\psi'$ . I det föregående har redan  $u'$  redovisats. Det återstår alltså att beräkna  $\psi'$ . För detta ändamål kompletteras bil. M 15 med de faktorer, som enligt 12.3 fordras för beräkning av  $\psi'$  (se 12.3.5). Vid denna beräkning omförs »ettorna» i 12.3 till »tvåor» i analogi med exempelvis

$$S_1 = [S_2]$$

## Kap. 14. Standardgallring

### 14.1. Inledning

I kap. 13 har självgallringen i homogena, likåldriga bestånd karakteriserats som en låggallring. Ur praktisk synpunkt är denna gallring tydligen för svag, eftersom all avkastning före slutavverkningen utfaller i torrt tillstånd. Å andra sidan äro svaga gallringar av stort intresse, enär stark gallring synes minska volymproduktionen. Vi söka därför — till en början i studiesyfte — en gallring av tillräcklig styrka för att hindra självgallring, men eljest så svag som möjligt. Den bör nått och jämnt föregripa självgallringen. Denna gallringstyp är avsedd för jämförelse med andra behandlingar och har kallats standardgallring.

Följande resonemang syftar på ett tänkt modellförsök med standardgallring i gruppen »Tall, Norra Sverige, icke planterad». Samma förutsättningar anses råda som i självgallringsexemplet i kap. 13.

Vid utförandet av en första gallring möta vi oftast ett bestånd, som står under självgallring. Det innehåller både döda och levande träd. Av skäl, som antytts i kap. 13, avse våra undersökningar endast de vid utgångsläget levande träden. Dessa stammar, som kvarstå efter självgallring, betecknas i gallringsförsöken som bestånd före gallringen.

Följaktligen äro vid utgångsläget beståndet efter självgallring och beståndet före standardgallring identiska. Det synes vara ett rimligt antagande, att de förut åberopade statiska funktionerna (F1.1 och F1.2), vilka härletts ur material efter självgallring, också äga giltighet i bestånd före standardgallring. Dessa funktioner avse sambanden mellan medelavvikelsen och medeldiametern samt mellan stamantalet och medeldiametern. Då beståndsstrukturen i huvudsak bestämmes av dessa faktorer, antaga vi, att de båda bestånden bli lika, om medeldiametern efter självgallring i det första beståndet får samma storlek som medeldiametern före standardgallring i det andra. Eftersom standardbeståndet är glesare och därför växer fortare kan sådan överensstämmelse ej uppnås vid samma tillfälle. Våra antaganden leda till föreställningen, att de båda bestånden genomlöpa samma utvecklingsbana, men med olika hastighet.

Genom standardgallringens anknytning till självgallringen bli många siffror gemensamma för båda utvecklingstyperna. Den som satt sig in i tankegången kan vid arbetets utförande förbigå sådana mellanled och direkt nedskrivna de avgörande siffrorna. För lättare översikt angives emellertid standardberäkningen i det följande som en fristående kalkyl.

### 14.2. Beräkning av utvecklingen. Första etappen. Se M 16

Beräkningen är gemensam för alla boniteter. Aritmetiska medeldiametern före standardgallring, betecknad  $Ms_1$ , står som ingång i tabellhuvudet. Därvid har  $Ms_1$  erhållit antagna värden, som uttryckts i hela och halva centimeter på bark.

Med stöd av de statistiska funktioner, som åberopats i 14.1, har i varje kolumn beräknats mot medeldiametern svarande värden på  $\sigma_1$  och  $S_1$ . Dessutom har i varje kolumn  $\varphi_1$  beräknats enligt formel 9.3.3.

Enligt 12.3.2 är

$$u' = \frac{\varphi_1}{\varphi_2} = \frac{\varphi \text{ före gallringen}}{\varphi \text{ efter gallringen}} \dots\dots\dots (14.2.1)$$

Vi antaga nu, att beståndet genomlöper diameterskalan i tabellhuvudet, så att där angivna medeldiametrar uppnås successivt vid tidpunkter, som tillsvidare äro okända. Vi ha förut (se 11.3, 11.7 och 13.2) antagit, att vissa strukturfaktorer, däribland  $\varphi$ , ej ändras genom tillväxt. Då är, om tecknet  $\{ \}$  betyder nästa tillfälle (se t. ex. 11.2),

$$\varphi_2 = \{ \varphi_1 \} \text{ och}$$

$$u' = \frac{\varphi_1}{\{ \varphi_1 \}} \dots\dots\dots (14.2.2)$$

Observera i M16, att  $u'$ -värdena från M13 återkomma här, men förskjutna ett steg åt vänster.

Analogt med härledningen av 13.3.3 t. o. m. 13.3.7 få vi

$$\sigma n_1 = \frac{\sigma s_1}{\sigma_1} \dots\dots\dots (14.2.3)$$

$$R[u'] = \frac{[u']\sigma n_1}{[\sigma n_2]} = \frac{\sigma n_1}{[\sigma n_1]} \dots\dots\dots (14.2.4)$$

$$R = \left( 1 + \frac{p}{100} \right) = \frac{R[u']}{[u']} \dots\dots\dots (14.2.5)$$

$$Ms_2 = \left\{ \frac{Ms_1}{R} \right\} \dots\dots\dots (14.2.6)$$

### 14.3. Beräkning av utvecklingen. Andra etappen. Se M 17

Exemplet gäller för boniteten  $h_{100} = 20$  och åsyftar att omföra bil. M 16 till ett utvecklingsförlopp över åldern. Förfarandet är detsamma som i M 13.

Eftersom standardgallringen är ett aktivt ingrepp, är det givet, att utgångsläget bör vara detsamma som i övriga gallringsförsök, alltså vid övre höjden 8 meter. Vid bestämning av variablerna  $w$  och  $E$  i tillväxtfunktionen betraktades i 13.4 varje revision som den första, när självgallringen saknar utgångsbestånd. Härigenom blev  $w$  rörligt och  $E$  blev överallt  $= 0$ . I standardgallringen böra dessa variabler behandlas på samma sätt som vid annan gallring. I enlighet härmed avser  $w$  i M 17 tillståndet före gallringen vid övre höjden 8 meter och  $E$  är från första gallringen till den aktuella tidpunkten. Emellertid har för jämförelse ett alternativ utarbetats, där utgångsläget gjorts rörligt som vid självgallring. (Se produktionstabellen P 97.)

### 14.4. Beräkning av utvecklingen. Tredje etappen. Se M 18

Denna etapp åstadkommer övergång från de diameterbestämda åldrarna i 14.3 till andra önskade åldrar. Därvid interpoleras medeldiametrarna över åldern, varefter övriga faktorer beräknas med hjälp av de i 14.2 använda sambanden.

Slutligen verkställs en beräkning av  $\psi'$  i analogi med motsvarande kalkyl i 13.5.

## Kap. 15. Modifierad standardgallring

### 15.1. Inledning

Den standardgallring, som beskrevs i förra kapitlet, är otvivelaktigt av låggallringstyp. Det ligger därför nära till hands att definiera all låggallring som modifierad standardgallring. Särskilt vid svaga gallringar är denna anknytning värdefull, när den kan användas som garanti mot uppkomsten av självgallring.

Vid detta arbetssätt modifieras standardingreppet genom ändring av  $u'$  och  $\psi'$ . Av dessa faktorer betyder — som vi förut sett —  $u'$  den kvot av den normala fördelningens bas, som återstår efter låggallringsmomentet, och  $\psi'$  den kvot av stamantalet efter låggallringsmomentet, som kvarstår efter genomgallringsmomentet. Båda faktorerna äro därför mindre än eller lika med 1.

Härav framgår, att standardgallringen skärpes, om  $u'$  eller  $\psi'$  minskas. Vid konstruktion av ett låggallringsprogram kan man minska båda faktorerna eller en av dem. Det kan också bli fråga om att minska den ena och öka den andra. Sistnämnda fall förtjänar mer uppmärksamhet än jag kunnat skänka det. Det är nämligen påtagligt, att låggallringsmomentet ej behöver vara lika starkt, om beståndet utglesas genom ett kraftigt genomgallringsmoment, som det är vid självgallring. Här har skogstypen stor betydelse. Även vid mera schematiska gallringsförsök vill man ofta hålla volymuttaget konstant för att studera verkningen av gallringens form, vilken bestämmes av kombinationen mellan  $u'$  och  $\psi'$ .

Ändringen av  $u'$  och  $\psi'$  åstadkommes enklast genom att multiplicera standardgallringens alla  $u'$  med en koefficient  $c$  och dess alla  $\psi'$  med en koefficient  $k$ . Vi få då

$$u'' = cu' \text{ och } \psi'' = k\psi' \dots\dots\dots (15.1.1)$$

Om båda faktorerna skola minskas, måste alltså  $c$  och  $k$  vara mindre än 1. Läsaren torde överraskas av hur litet dessa koefficienter behöva avvika från 1 för att effekten skall bli betydande. Detta beror på att samma koefficient återkommer vid varje gallringstillfälle som ny faktor i en fortlöpande produkt. Härav följer också, att ett visst koefficientvärde sammanhänger med det gallringsintervall, för vilket det beräknats. I föreliggande undersökning avser gallringsdefinitionen alltid femårigt intervall, oberoende av den aktuella tiden mellan gallringarna. Härigenom blir programmet ett uttryck för beståndets utglesning på lång sikt. Vid tillämpningen av ett sådant program kunna gallringarna återkomma med olika tidsmellanrum, som anges särskilt under rubriken intervall. Om gallringarna komma ofta, blir varje gång uttaget mindre.

Emellertid kan konstruktionen av en modifierad standardgallring kräva även andra ändringar än dem, som avse  $u'$  och  $\psi'$ . I 15.2 redogöres för en undersökning i norrländsk tallskog, där ett överdrivet stort stamantal nedbringades redan vid första gallringen medelst en extra genomgallring, som före det programenliga uttaget tog 30 % av stamantalet. Denna extra genomgallring vid första revisionen betecknades i gallringsdefinitionen med G I 0,7. Även i detta fall betyder alltså siffran den kvarställda kvoten av stamantalet.

Utom den extra beteckningen G I 0,7 innehålla programmen för nämnda undersökning olika låggallringsbeteckningar, t. ex. L 0,96 0,96, där L betyder låggallring. Det första talet är koefficienten  $c$  för  $u'$  och det sista talet är koefficienten  $k$  för  $\psi'$ .

### 15.2. Produktionstabeller 1947

För Tall, Norra Sverige, icke planterad, framlades en serie tabeller i föreläsningar å Kungl. Skogshögskolan den 9 och 16 december 1947. Huvudresultaten utdelades i stencilerade exemplar. Vi återkomma senare till resulta-

ten, men skola nu endast uppehålla oss vid gallringsprogrammen. Dessa framgå av tabell 15.2.1.

Tabell 15.2.1. Gallringsprogram 1947.

Beteckningar	Intervall	Utgångsålder	$M(D)$ i cm vid 8 m
A = Standard.....	10	normal = N	5
B = G I 0.7 L 0.98 0.98.....	10	»	5
C = G I 0.7 L 0.96 0.96.....	10	»	5
D = G I 0.7 L 0.94 0.94.....	10	»	5
E = G I 0.7 L 1.00 0.86.....	10	»	5
F = G I 0.7 L 0.96 0.96.....	10	N + 20	5
G = G I 0.7 L 0.96 0.96.....	10	N	6

Av förestående program äro E—G specialundersökningar.

För tabellerna A, B och C ha gallringsprocenter av stamvolymen beräknats vid uttag vart tionde år i boniteterna  $h_{100} = 12, 16, 20$  och 24. För tabell D ha liknande siffror beräknats endast i bonitet  $h_{100} = 20$ . Dessa uppgifter återges i bil. M 19.

Vid studium av M 19 bör man bortse från första gallringen, som påverkas av två störningar. Som en följd av stamfördelningens schematisering har standardgallringen en tendens att bli för låg vid de tidigaste uttagen. Denna tendens återkommer vid modifierad standardgallring. Å andra sidan ökas i programmen B, C och D första uttaget kraftigt av den extra genomgallringen.

I programmet A visa gallringsprocenterna i de olika boniteterna en likartad gång över åldern med stigande, kulminerande och fallande procenter. Programmen B, C och D ha ingen nämnvärd sådan gång.

Frånsett nämnda förhållanden visar bil. M 19 en anmärkningsvärd överensstämmelse mellan boniteterna och mellan åldrarna. Om de angivna gallringsprocenterna, som avse 10 år, omräknas till genomsnitt per år, få vi i runda tal följande uttagsprocenter:

Program A.....	1 %
» B.....	2 %
» C.....	3 %
» D.....	4 %

För jämförelse ha årliga gallringsprocenter av stamvolymen uträknats för de tre viktigaste låggallringsgraderna av Tall, Norra Sverige, enligt NÄSLUNDS tab. II (NÄSLUND 1936):

svag	låg gallring	.....	1,75 %
stark	»	.....	2,85 %
extra stark	»	.....	3,61 %

Som synes ligga dessa siffror ungefär 10 % lägre än uttagen enligt program B, C och D. Vi få härigenom en konnektion mellan de beräknade programmen och kända gallringstyper.

### 15.3. Metodens fördelar och begränsning

Den modifierade standardgallringen har en given fördel i sin nära anknytning till den naturliga utvecklingen vid självgallring. Man har mycket att lära av sådana undersökningar. Däremot medför metoden en viss bundenhet redan vid tillämpning på låggallring och för andra gallringsformer kan den ej användas. På grund härav söktes efter 1947 en mera rörlig form av gallringsprogram.

## Kap. 16. Gallringsprogram

### 16.1. Inledning

Vid valet av gallringsprogram ha erfarenheterna från 15.2 varit vägledande. De beskrivna försöken med modifierad standardgallring, vilka härletts ur självgallringens naturliga utvecklingsförlopp, visade stor konstans beträffande gallringsprocenten av stamvolym. Denna procent var tämligen oberoende av såväl bonitet som ålder. Resultatet inbjöd till försök att definiera gallringsprogrammen genom en för varje program konstant uttagsprocent av stamvolym.

Själva valet av volymprocenten som gallringsindikator torde knappast möta gensagor från skogsbruket. Praktiken använder gärna denna faktor vid bedömning av gallringar. Däremot kunna meningarna vara delade i fråga om lämpligheten att fastställa samma uttagsprocent för alla åldrar. Emellertid är det ej meningen, att en produktionstabell skall tillämpas slaviskt. Genom den konstanta uttagsprocenten eftersträvas ett överskådligt och samlande grepp på gallringen under hela utvecklingsförloppet. Därigenom blir det möjligt att välja en gallringsnivå, som är lämplig på lång sikt. Med utgående härifrån kunna sedan programmets detaljer utformas, antingen genom justeringar i tabellen eller först vid tillämpningen.

De skäl, som vid valet av gallringsindikator kunna anföras till förmån för uttagsprocenten av stamvolym, tala emellertid med ungefär samma styrka för uttagsprocenten av grundyta. Erkännas bör, att denna faktor är mindre

inarbetad hos praktiken. Den är rätt och slätt en räknefaktor, vilken aldrig kan tilldraga sig samma intresse som den matnyttiga volymen. Å andra sidan kan uttagsprocenten av grundyta beräknas mera exakt och resultaten få större räckvidd.

## 16.2. Konstanta uttagsprocenter

Resonemanget i 16.1 ger anledning till frågan: vilka möjligheter ha vi att konstruera produktionstabeller, där gallringsprocenten är given? Man kan tycka, att detta borde vara en enkel sak. Om ett bestånd håller 100 m<sup>3</sup> och vi gallra 25 % stå 75 m<sup>3</sup> kvar.

Emellertid är uppgiften mera invecklad. Kravet på viss gallringsprocent är icke det enda villkoret. Behandlingsmetoden skall t. ex. vara en låggallring och den skall vara en låggallring av viss typ. Vi ha förut definierat låggallringen som en kombination av ett låggallringsmoment och ett genomgallringsmoment. Om det förra är starkt i förhållande till det senare får ingreppet utpräglad låggallringskaraktär, i motsatt fall närmar det sig en ren genomgallring. Låggallringen har tidigare betraktats som en gallringsform, vilken endast varierats genom gallringsstyrkan. Med vårt nuvarande arbets sätt räcker ej denna indelning, utan vi måste ersätta gallringsformen och gallringsstyrkan med de kombinationstyper, som här berörts.

Det bör observeras, att den uppgift, som vi diskutera, avser undersökningar. Dessa skola i andra hand användas som stöd för praktiskt arbete, men först gäller det att utreda, hur beståndsutvecklingen försiggår under olika förutsättningar. På grund av denna frågeställning äro vi intresserade av detaljer, som praktiken går förbi.

Beskrivningen av olika gallringsmetoder är i denna framställning byggd på stamfördelningen, dvs. stamantalets fördelning på diameterklasser. Stamfördelningens form karakteriseras av faktorn  $\varphi$ . Vid låggallring definieras låggallringsmomentet av faktorn  $u'$ , som anger förhållandet mellan  $\varphi_1$  före gallringen och  $\varphi_2$  efter gallringen. Det samtidiga genomgallringsmomentet bestämmes av faktorn  $\psi'$ , som uttrycker den i alla diameterklasser lika kvarställningskvoten.

Faktorerna  $u'$  och  $\psi'$  avse enstaka gallringar. Båda faktorerna kunna vara konstanta under hela utvecklingstiden, men de kunna också ändras med åldern. Det senare är i regel fallet med  $u'$ . På grund härav definieras ett låggallringsprogram av ett visst utgångsläge samt genom en  $u'$ -serie och en  $\psi'$ -serie.

Vid uppläggning av en produktionstabell äro dessa data tillräckliga för att bestämma gallringens gång. Sedan tabellen blivit färdig kunna gallringsprocenter av stamantal, grundyta och volym hämtas direkt ur den. När vi i detta avsnitt intressera oss för gallringsprocenter är det sålunda icke för att



fylla dylika behov, utan som ett led i produktionsundersökningarnas planläggning. Endast ett fåtal gallringsprogram kan belysas genom produktionsstabeller. Programvalet för tabellarbetet blir härigenom en viktig angelägenhet och för detta ändamål måste vi bliva i stånd att bedöma gallringsprogrammets verkningar i förväg.

Möjligheten att förutbedöma ett gallringsprogram beror i första rummet på själva programmet. En genomgallring uttager i alla diameterklasser samma procent av stamantal, grundyta och volym. Att förutbedöma gallringens gång vållar i detta fall inga svårigheter. Sådana inställa sig först vid behandling av olikformiga gallringar. Den viktigaste av dessa är låggallringen, vilken närmast åsyftas i detta kapitel. Eftersom svårigheterna uteslutande bero på den nämnda gallringens låggallringsmoment begränsa vi oss till detta.

Effekten av ett låggallringsmoment kan karakteriseras genom ett utgångsläge och en  $u'$ -serie. Vid uppläggandet av en sådan serie finns det oändligt många möjligheter att välja på. Dessa begränsas mycket om vi tillfoga villkoret, att en viss procent av stamvolymen skall uttagas vid varje gallring. Ifall ett liknande villkor får avse grundytan i stället för stamvolymen preciseras uppgiften än mer. Och om dessutom uppställs kravet, att alla stamfördelningar skola betraktas som stympade normalfördelningar, vilka gallras och tillväxa på i det föregående angivet sätt, då finns det endast en  $u'$ -serie, som tillfredsställer villkoren.

Sistnämnda principlösning diskuteras i 16.3. Därefter belyses i 16.4 och 16.5 ett kompromissförfarande, som lagts till grund för produktionstabellerna.

### 16.3. Låggallringsmomentets uttagsprocent av grundytan

Enligt en härledning, som återfinnes i M20, är

$$\frac{G_2}{G_1} = (u')^2 \cdot \left( \frac{S_2}{S_1} \right)' \cdot \frac{(\sigma_2')^2 + (\lambda_2 + M_2')^2}{(\sigma_1')^2 + (\lambda_1 + M_1')^2} \dots\dots\dots (16.3.1.)$$

I denna formel är  $G$  = grundytan och

$$\lambda = \frac{\alpha}{\sigma n} \dots\dots\dots (16.3.2)$$

$\lambda$  representerar alltså stamfördelningens undre gräns. Såsom förut framhållits representerar  $M'$  medeldiametern, mätt från undre gränsen. Följaktligen är  $\lambda + M'$  ett mått på hela medeldiametern, uttryckt i den normala medelavvikelsen  $\sigma n$ .

Med hänvisning till diskussionen i 12.4 kan påstås, att  $\alpha$  ej ändras genom gallring. Då är

$$\begin{aligned} \lambda_2 \sigma n_2 &= \lambda_1 \sigma n_1 \\ \lambda_2 &= \frac{\lambda_1}{u'} \dots\dots\dots (16.3.3) \end{aligned}$$

Genom tillväxt ändras  $\alpha$  enligt den allmänna formeln 11.3.1:

$$D = a + bd \dots\dots\dots (16.3.4)$$

Vid tillväxt under ett intervall är enligt 11.6.2

$$a = (R - b) [Ms_2].$$

Av skäl, som diskuteras i kap. 20, har det på tillväxtfunktionen direkt grundade  $R$  korrigerats till  $R'$ . Regressionskoefficienten  $b$  har i anslutning till den i 21.3 förda diskussionen tillsvidare antagits  $= 0,96 R'$ . Vi få då

$$a = 0,04 R' [Ms_2] = 0,04 Ms_1 \dots\dots\dots (16.3.5)$$

$$b = 0,96 R'$$

Enligt givna definitioner är

$$Ms_1 = \alpha_1 + M_1' \sigma n_1, \text{ varav}$$

$$a = 0,04 \alpha_1 + 0,04 M_1' \sigma n_1.$$

Vidare är enligt 16.3.4

$$\alpha_1 = a + b [\alpha_2], \text{ varav}$$

$$\alpha_1 = 0,04 \alpha_1 + 0,04 M_1' \sigma n_1 + 0,96 R' [\alpha_2],$$

$$\frac{0,96 \alpha_1}{\sigma n_1} = 0,04 M_1' + \frac{0,96 R' [\alpha_2]}{0,96 R' [\sigma n_2]} \text{ och}$$

$$\lambda_1 = \frac{0,04 M_1' + [\lambda_2]}{0,96} \dots\dots\dots (16.3.6)$$

Under utvecklingens gång erhåller sålunda  $\lambda$  växelvis ändrade värden, dels efter gallring enligt 16.3.3 och dels efter tillväxt enligt 16.3.6.

Övriga faktorer i 16.3.1 bestämmas av  $\varphi$ . Närmare anvisningar lämnas angående  $u'$  i 12.3.2 och rörande  $\left(\frac{S_2}{S_1}\right)'$  i 12.3.3.  $M'$  och  $\sigma'$  fås direkt eller genom interpolation i hjälptabell H 5, där dessa faktorer anges med  $\varphi$  som ingång.

I M 21 och M 22 visas en tillämpning av 16.3.1. Där antages  $p$  = låggallringsmomentets uttagsprocent av grundyta, alltså

$$p = 100 \left( 1 - \frac{G_2}{G_1} \right) \dots\dots\dots (16.3.7)$$

Arbetet går ut på att för ett bestånd med givet  $\varphi_1$  finna det  $\varphi_2$ , som åt  $p$  ger ett önskat värde  $p'$ . Detta sker genom att beräkna försöksvärdena  $p$  (I) och  $p$  (II) för kombinationer mellan  $\varphi_1$  och två lämpligt valda  $\varphi_2$ -värden,

som betecknas  $\varphi_2(\text{I})$  och  $\varphi_2(\text{II})$ . Sedan sökes genom interpolation det värde  $\varphi_2'$ , som motsvarar den önskade procenten  $p'$ . Vi få

$$\frac{\varphi_2' - \varphi_2(\text{I})}{\varphi_2(\text{II}) - \varphi_2(\text{I})} = \frac{p' - p(\text{I})}{p(\text{II}) - p(\text{I})}$$

Sätt högra ledet =  $q$ .

Då är

$$\varphi_2' = q\varphi_2(\text{II}) + (1 - q)\varphi_2(\text{I}) \dots\dots\dots (16.3.8)$$

Eftersom vi antagit, att  $\varphi$  ej ändras genom tillväxt, uppträder detta  $\varphi_2'$  vid nästa gallring som  $\varphi_1$ . Övriga strukturfaktorer, alltså ej  $\lambda$ , bestämmas av  $\varphi$  och överförs därför oförändrade till nästa gallringstillfälle.  $\lambda_1$  beräknas enligt 16.3.6 och  $\lambda_2$  enligt 16.3.3.

Vid andra och senare gallringar förfäres på samma sätt som vid den första.

Bilaga M 21 är upplagd över gallringarnas nummer. För varje gallring angives  $\varphi_1$  i tabellhuvudet, alltså utgångslägets  $\varphi_1$  i första kolumnen och i de övriga kolumnerna de genom interpolation erhållna värdena å föregående  $\varphi_2$ , vilka gälla som  $\varphi_1$  i respektive kolumner. Av härledningen framgår, att tabellens  $\varphi_1$  utgöra den sökta  $\varphi$ -serien. Den sökta  $u'$ -serien erhålles på vanligt sätt genom  $\varphi$ -kvoter.

Förutom dessa resultat innehåller tabell M 21 de för beräkningen erforderliga data, som härledas ur  $\varphi_1$ .

Bilaga M 22 är en hjälplista, som förbereder interpolationer enligt 16.3.8. Tabellen upptager fristående grupper av två kolumner, vilka ha samma  $\varphi_1$ , men olika  $\varphi_2$ , i det föregående betecknade  $\varphi_2(\text{I})$  och  $\varphi_2(\text{II})$ . I dessa kolumner införas först de data, som härledas ur  $\varphi_2$ , och därefter de för beräkning av  $p(\text{I})$  och  $p(\text{II})$  behövliga relationerna mellan  $\varphi_1$  och vardera  $\varphi_2$ .

Vid slutet av 16.2 framhölls, att det under angivna förutsättningar endast finnes en  $u'$ -serie, som tillfredsställer villkoren. Detta uttalande gäller principlösningen. I tillämpningsfall, som beräknas enligt förestående schema, kunna självfallet avvikande resultat erhållas genom interpolations- och avrundningsfel.

I tabell H 7 visas för olika  $\varphi$ -värden vid utgångsläget den enligt förestående beräknade utvecklingen av  $\varphi$ ,  $u'$  och  $P(u')$ . Med  $P(u')$  förstås den vid ifrågasvarande tillfälle upplupna produkten av  $u'$ .

#### 16.4. Låggallringsmomentets uttagsprocent vid nollställning av $\lambda$

I formel 16.3.1, som ligger till grund för metoden 16.3, bestämmas i högra ledet alla variabler utom  $\lambda$  av  $\varphi$ . Därvid definierar  $\varphi$  stamfördelningens form och  $\lambda$  dess lokalisering. Begreppsmässigt kan  $\lambda$  ej undvaras i stamfördelningens definition. Den fråga, som här skall diskuteras, är emellertid, om  $\lambda$  kan negligeras i en praktisk kompromiss.

Vid bedömning av detta spörsmål måste vi fasthålla, att det här rör sig om gallring, alltså en mänsklig åtgärd, som vi kunna utforma efter eget gottfinnande. Man kan i denna fråga icke tala om rätt eller orätt, men väl om lämpligt eller icke lämpligt. Ett negligeraande av  $\lambda$  påverkar  $u'$ -serien och uttagsprocenterna. Härigenom omföres det nominella gallringsprogrammet till ett reellt program med avvikande konstruktion. Produktionen och de absoluta uttagen enligt det reella programmet beräknas däremot med stöd av medeldiametern, som mätes från diameterskalans nollpunkt, och medelavvikelsen, varför dessa resultat ej beröras av att  $\lambda$  negligeras.

Sedan en produktionstabell blivit färdig, kunna — såsom framhölls i 16.2 — gallringsprocenter av stamantal, grundyta och volym hämtas direkt ur tabellen. De nämnda procenterna definiera korrekt det reella gallringsprogrammet, och produktionstabellen ger »rätt» besked om den därvid uppnådda produktionen. Med »rätt» förstås i detta sammanhang frihet från fel, som bero på att  $\lambda$  nollsatts i gallringsprogrammet.

Efter den nämnda ändringen ger alltså varje tabell rätt svar, men på en annan fråga än den som avsetts. Det sista är naturligtvis en olägenhet, som dock ej bör överskattas. I produktionsforskningen framkomma de viktigaste resultaten genom jämförelse mellan flera fall med olika förutsättningar. Det har mindre betydelse, vilka de givna fallen äro, men huvudsaken är, att deras resultat och förutsättningar, däribland gallringsprogrammen, kunna definieras.

I detta avseende finns det en kvalitativ skillnad mellan de nominella och de reella program, som berörts i det föregående. De förra ha enkla och överskådliga definitioner, som helst uttryckas med hela tal. Utagsprocenten förutsattes lika i alla åldrar. De reella programmen, vilka framkomma genom räkning, definieras genom tal med decimaler, och uttagsprocenten ändras under utvecklingen. Denna skillnad uttrycker vad som förloras genom nollsättning av  $\lambda$ .

Å andra sidan medför nollsättningen en betydande tidsvinst. Denna uppkommer ej så mycket genom att uträkningen av formel 16.3.1 underlättas, utan mera därigenom, att antalet gallringsfall kraftigt minskas, vilket i sin tur nedbringar behovet av hjälptabeller.

När jag våren 1948 önskade frigöra mig från beroendet av standardgallringen (se kap. 15) var den disponibla tiden mycket knapp. Det eftersträfvade målet var vid denna tid en reglering av volymuttaget. För att få ett grepp på denna fråga önskade jag preliminärt använda den tankegång, som publicerats i 16.3.1, men såg mig nödsakad att nollsätta  $\lambda$ . Beräkningen grundades alltså på formeln

$$\frac{G_2}{G_1} = (u')^2 \cdot \left( \frac{S_2}{S_1} \right)' \cdot \frac{(\sigma_2')^2 + (M_2')^2}{(\sigma_1')^2 + (M_1')^2} \dots\dots\dots (16.4.1)$$

Enligt denna formel skulle  $\varphi$ -utvecklingen och  $u'$ -serien kunnat beräknas på samma sätt som i 16.3. Emellertid valdes en enklare metod, vilken här endast skall antydast. Dess konstruktion framgår av ett exempel i M 23 och M 24.

I M 23 innehåller tabellhuvudet  $\varphi$ -värdena 3, 3,5, 4 ... 10,0. För varje  $\varphi$  har enligt 16.4.1 beräknats ett  $\frac{G_2}{G_1}$  varvid förutsatts, att  $\varphi$  genom gallringen ökats med 0,5, alltså till nästa kolumn.

Vi antaga nu

$$\begin{aligned} p &= 100 \left( 1 - \frac{G_2}{G_1} \right) \\ p' &= \text{önskad uttagsprocent av grundytan} \\ \Delta &= \text{ökning av } \varphi, \text{ som motsvarar } p \\ \Delta' &= \quad \quad \varphi, \quad \quad \quad p'. \end{aligned}$$

I exemplet antages, att  $p'$  är = 5 och att  $\Delta$  är = 0,5. Vidare antages

$$\frac{\Delta'}{p'} = \frac{\Delta}{p}$$

varav i varje kolumn

$$\Delta' = \frac{0,5 p'}{p} = \frac{2,5}{p} \dots\dots\dots (16.4.2)$$

Nästa led i kalkylen avser att konstruera sammanhängande utvecklingsförlopp. Gången av detta arbete framgår av M 24. I tabellhuvudet står nu gallringens nummer. Beräkningen fortskrider steg för steg under oupphörlig växling mellan raderna  $\varphi_1$  och  $\Delta'$ . Först insättes å första raden av första kolumnen utgångsvärdet för  $\varphi_1$ , vilket i exemplet är = 3. Därunder sättes motsvarande  $\Delta'$ , som enligt M 23 är = 0,39685. Genom att addera ökningen till  $\varphi_1$  fås  $\varphi_2$  efter första gallringen = 3,39685. Enligt vårt antagande, att  $\varphi$  ej ändras genom tillväxt, införes detta värde som  $\varphi_1$  i kolumn 2. Däremot svarande  $\Delta'$  erhålles genom interpolation i M 23 och är = 0,34125. Ökningen adderas till föregående  $\varphi_1$ , varav fås  $\varphi_1$  i kolumn 3 = 3,73810. Beräkningen fortsättes på samma sätt.

Ur den så erhållna  $\varphi$ -serien framtages tillhörande  $u'$ -serie enligt 12.3.2. Som slutresultat i  $p'$ -gruppen står i tabell M 24  $u'$ -värdenas fortlöpande produkter  $P(u')$ . Denna faktor beräknas enklast enligt relationen

$$P(u') = \frac{\varphi_0}{\varphi_n} \dots\dots\dots (16.4.3)$$

På förestående sätt beräknad utveckling av  $\varphi$ ,  $u'$  och  $P(u')$  framgår av tabell M 25.

### 16.5. En kompromiss

Det som skiljer metoderna 16.3 och 16.4 är framför allt behandlingen av  $\lambda$ , men även sättet för interpolationen. För orientering visas i tab. 16.5.1 tre olika beräkningsresultat rörande en första gallring. I de tre fallen är  $\varphi_1$  lika, varför gallringsstyrkan kan mätas genom  $\varphi_2$ . Ju starkare låggallringsmomentet är, desto mer stiger  $\varphi_2$ .

Tabell 16.5.1. Jämförelse mellan metoderna 16.3 och 16.4.

Nr	Metod för		Första gallringen	
	$\lambda$	interpolation	$\varphi_1$	$\varphi_2$
I	16.4	16.4	3,0	3,3968
II	16.3	16.4	3,0	3,3472
III	16.3	16.3	3,0	3,3366

Vi betrakta fall III som rätt. II ger något starkare gallring på grund av den enklare interpolationen. I har samma interpolation som II, men får betydligt starkare gallring genom nollsättning av  $\lambda$ .

För närmare information kunna vi studera en produktionstabell, som uppjorts enligt metod 16.4. Härför väljes tabell P 13, Tall, Norra Sverige, icke planterad,  $h_{100} = 20$ . Vi använda våra ursprungliga värden, som ha en siffra mer än den tryckta tabellen.

I 16.8 framhålles, att alla gallringsprogram avse femårigt intervall, oberoende av den använda periodlängden. Härigenom frikopplas frågan om gallringsnivån från frågan om intervallet. I anslutning till tabell P 13 åberopas gallringsprogrammet L 5 G 10,10, där uttaget motsvarar en gallring vart femte år av 5 % i låggallringsmomentet och 10 % i genomgallringsmomentet. Primärt avses härmed procent av grundytan. Uppgiften 10 efter decimalkommat anger det tillämpade intervallet.

Vid ett femårsuttag av t. ex. 10 % kvarställes 0,9. Ett tioårsuttag kvarställer då  $0,9^2 = 0,81$ . I enlighet härmed omföras produktionstabellens gallringsprocenter för tio år till procenter för fem år enligt följande exempel, som avser gallringsprocenten av grundyta vid 38 år i tabell P 13.

För tio år: Uttag enligt tabellen..... 0,2784  
                   Kvar..... 0,7216  
 För fem år: Kvar =  $\sqrt{0,7216} =$  ..... 0,8495  
                   Uttag..... 0,1505

Antag, att totala uttaget är  $p$  %, låggallringsmomentet  $x$  % och genomgallringsmomentet  $y$  %. Då är

$$\left(1 - \frac{p}{100}\right) = \left(1 - \frac{x}{100}\right) \left(1 - \frac{y}{100}\right),$$

varav

$$p = x + y - \frac{xy}{100}$$

och

$$x = \frac{p - y}{1 - \frac{y}{100}}$$

I vårt exempel är uttaget = 0,1505, varav  $p = 15,05$ . Enligt programmet är  $y = 10$ , vilken föreskrift noga tillämpats. Vi få

$$x = \frac{15,05 - 10}{0,9} = 5,61$$

På detta sätt ha låggallringsmomentets uttagsprocenter av grundytan och volymen beräknats för alla åldrar i tabell 16.3. Resultaten framgå av tab. 16.5.2, som hänför sig till metod 16.4. För metoden 16.3 sakna vi uttagsprocenter av volymen. Procenterna för grundytan behöva ej uträknas, då de enligt metodens konstruktion måste — frånsett smärre tillpassningsfel — bli =  $p'$ , som i detta fall är = 5.

**Tabell 16.5.2. Låggallringsmomentets uttagsprocenter enligt metod 16.4.**

38 år	5,61 %	av grundytan	5,20 %	av volymen
48 »	5,90 %	» »	5,01 %	» »
58 »	6,01 %	» »	5,09 %	» »
68 »	6,08 %	» »	5,27 %	» »
78 »	6,13 %	» »	5,46 %	» »
88 »	6,29 %	» »	5,53 %	» »
98 »	5,82 %	» »	5,53 %	» »
108 »	5,90 %	» »	5,51 %	» »
118 »	5,64 %	» »	5,49 %	» »
128 »	5,76 %	» »	5,49 %	» »
138 »	5,42 %	» »	5,33 %	» »
Medeltal 5,87 % av grundytan			5,36 % av volymen	

Med avseende på grundytans uttagsprocent bör alltså 16.3 betraktas som rätt, medan 16.4 gett värden, som icke obetydligt äro för höga. Mycket bättre överensstämmelse med det önskade värdet  $p' = 5$  visar — i tab. 16.5.2 — uttagsprocenten av volymen. Detta förhållande är särskilt märkbart i de yngre åldrarna, som ha ett dominerande inflytande på det ekonomiska resultatet.

Därmed äro vi framme vid den kompromiss, som åsyftas i rubriken till avsnittet 16.5. Vid uppläggning av gallringsprogrammet till vissa produktionstabeller eftersträvades en uttagsprocent av grundytan, som bestämdes till 5. Genom en förenkling av metoden, som vid tiden för arbetet ansågs ofrånkomlig, ha tabellernas uttagsprocenter av grundytan stigit avsevärt

över 5, medan uttagsprocenten av volymen endast måttligt överskridit detta tal. Vid schematisk beskrivning av den i tabellerna faktiskt använda gallringstypen har därför det grundläggande värdet  $p' = 5$  fått gälla för volymen.

### 16.6. Genomgallring

Detta programs enkla princip har redan framhållits i det föregående: man uttager i alla diameterklasser samma procent av stamantalet och därmed approximativt samma procent av grundytan och volymen. Det är påtagligt, att en sådan gallring icke ändrar stamfördelningens form. På samma grunder som beträffande låggallringen antaga vi, att stamfördelningens form ej heller ändras genom tillväxt. Den relativa stamfördelningen, som här uttryckts genom  $\varphi$ , blir därför bestående, så länge genomgallringen fortfar.

I och med att  $\varphi$  ej ändras förbli alla strukturfaktorer, som bestämmas av  $\varphi$ , också oförändrade.  $u'$  blir under hela gallringstiden  $= 1$ .

På grund härav kommer gallringen till uttryck endast genom  $\psi'$ , som betyder kvarställd kvot av stamantal, grundyta eller volym. Vid konstant uttagsprocent blir  $\psi'$  konstant och den fortlöpande produkten  $P(\psi')$  kan skrivas  $(\psi')^n$ .

Den formella behandlingen av genomgallringen är alltså mycket enkel. De svårigheter, som finnas, ligga på ett annat plan och bero främst därpå, att genomgallringen är så föga undersökt. Vid tabellförsök med svag genomgallring i täta bestånd riskerar man att förbise inslag av självgallring, som i liknande fall skulle uppträda i verkligheten.

### 16.7. Höggallring

Denna gallringsform består av ett höggallringsmoment, som tar hårdare på högra flygeln, och ett genomgallringsmoment, som drabbar alla diameterklasser lika. Vi förutsätta, såsom förut, att utgångsbeståndet är homogent. I sådana bestånd blir höggallring av den typ, som här skildras, tämligen artificiell: programmet är närmast avsett som en tankeställare och ett stöd för bedömning av vissa extrema fall.

I fig. 16.7.1 är I en begränsad normalfördelning, som genom ett höggallringsmoment nedbringas till den på samma sätt normala fördelningen II. Figuren erinrar om låggallringsbilden 12.2.1, där högra flygeln låg stilla och basen minskades genom indragning från vänster. Här ligger i stället den vänstra flygeln stilla och basen indrages från höger.

Fig. 16.7.2 visar samma kurvor som 16.7.1, men en stympningsgräns har inlagts i punkten  $\varphi(I) = 3.5$ . För att göra bilderna tydligare ha uttagens storlek mycket överdrivits — man får tänka sig stamfördelningens omformning som resultat av flera gallringar.



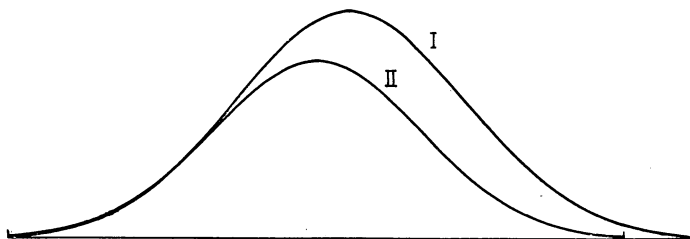


Fig. 16.7.1. Höggallring i en begränsad normalfördelning. Figuren visar endast höggallringsmomentet.

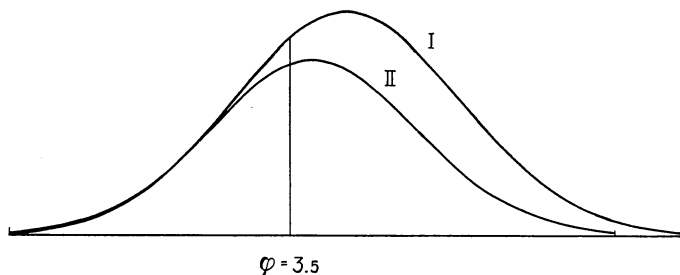


Fig. 16.7.2. Fördelningarna från fig. 16.7.1 stympade vid  $\varphi (1) = 3,5$ .

Beräkningen av detta fall stödes enklast på indragningen från höger, vilken kan definieras på två sätt. Vi få

$$\varphi_1 \sigma n_1 - \varphi_2 \sigma n_2 = 6 \sigma n_1 - 6 \sigma n_2,$$

varav

$$(\varphi_1 - 6) \sigma n_1 = (\varphi_2 - 6) \sigma n_2$$

$$\varphi_2 - 6 = \frac{\varphi_1 - 6}{u'} \dots\dots\dots (16.7.3)$$

Vid uppläggning av en produktionstabell bör  $(\varphi - 6)$  utvecklas enligt 16.7.3 på samma sätt som i låggallringen använts för utvecklingen av  $\varphi$ . Därefter omföres  $(\varphi - 6)$  till  $\varphi$ .

För att få en allmän överblick av höggallringens utvecklingstendenser är det emellertid fördelaktigt att omforma 16.7.3 enligt följande:

$$\begin{aligned} \varphi_2 &= 6 - \frac{6}{u'} + \frac{\varphi_1}{u'} \\ \varphi_2 - \varphi_1 &= 6 \left( 1 - \frac{1}{u'} \right) - \varphi_1 \left( 1 - \frac{1}{u'} \right) \\ &= (\varphi_1 - 6) \left( \frac{1}{u'} - 1 \right) \dots\dots\dots (16.7.4) \end{aligned}$$

I detta uttryck är andra parentesen alltid positiv. Teoretiskt sett kunna tre fall inträffa:

$$\begin{array}{ll} \text{I } \varphi_1 < 6. & \text{Då är } \varphi_2 < \varphi_1. \\ \text{II } \varphi_1 = 6. & \text{» » } \varphi_2 = \varphi_1. \\ \text{III } \varphi_1 > 6. & \text{» » } \varphi_2 > \varphi_1. \end{array}$$

Vid höggallring blir därför utvecklingen av  $\varphi$  till sin riktning beroende av utgångsläget. Den inslagna riktningen bibehålles, så länge höggallringen fortgår.

Beräkningen av  $u'$  sker analogt med den i 16.3 beskrivna metoden, som avsåg låggallringsmomentets uttagsprocent av grundytan.

Enär höggallringsförsök saknats i vårt material, har någon tillämpning av förestående bearbetningsmetod ej kommit till stånd i föreliggande undersökning. Visserligen ha några få höggallringstabeller utarbetats, men därvid ha använts metoder, som mera haft karaktären av överslag, (se M26).

Genom höggallring borttagas de träd, som vid utgångsläget representerade diameterfördelningens övre gräns. De nya gränsträden, vilkas diameter är  $L$ , motsvara ej längre utgångsdiametern  $L_0$ . De motsvara i stället en beräkningsbar utgångsdiameter, som i M 26.3 kallas korr.  $L_0$ . Vi få

$L$  = fördelningens övre gräns vid tillfället  $n = A + B$  (korr.  $L_0$ )

$LL$  = det läge, som övre gränsen skulle ha haft vid tillfället  $n$ , om de grövsta träden ej borttagits,  $= A + B L_0$ . Det är denna diameter, som lägges till grund för höjdberäkningen.

### 16.8. Gallringsbeteckningar

För beteckning av gallringsprogram ha använts formler, exempelvis

$$\begin{array}{ll} \text{för låggallring L 5 G 10, 10} \\ \text{» genomgallring G 15, 10} \\ \text{» höggallring H 3 G 12, 10} \end{array}$$

I dessa formler avser L låggallringsmoment, G genomgallringsmoment och H höggallringsmoment. Sista talet anger intervallens längd i år.

Av det föregående har framgått, att gallringsprogrammen syfta till reglering av stamantalen i diameterklasser vid brösthöjd. Under sådana förhållanden ligger det närmast till hands att uttrycka programmets gallringsstyrka genom uttagsprocenter av grundytan. På denna basis kunna produktionsstabeller utarbetas, där gallringen vid varje tillfälle utfaller nära exakt med den förutbestämda procenten. Visserligen krävas härför noggranna förberedelser, såsom i 16.3, men dessa behöva ej avskräcka vid planering på längre sikt, då de äro engångsarbeten. På grund härav anser jag, att gallringsprogrammen helst böra definieras genom uttagsprocenter av grundytan.

Formlernas sifferbeteckningar avse uttagsprocenter vart femte år. Emeller-

tid sker räkningen med kvarprocenter, som tillåta fortlöpande multiplikationer. För programmet L 5 G 10, 10, som avser två femårsperioder i varje intervall, blir kalkylen sålunda:

$$\begin{array}{rcl} \text{kvar vart femte år} & = & 0,95 \cdot 0,90 = 0,8550 \\ \text{» » tionde »} & = & 0,8550^2 = 0,7310 \\ \text{uttag » » »} & = & 0,2690 \end{array}$$

alltså uttag 26,90 % av grundytan.

I 16.5 har framhållits, att gallringsformlernas uttagsprocenter fått en något annan innebörd i efterföljande produktionstabeller. Denna avvikelse var emellertid en nödfallsutväg, som måste anses underlägsen den nu lämnade principlösningen.

## Kap. 17. Reflexioner kring $\varphi$ -begreppet

### 17.1. Inledning

För bedömning av produktionsfrågorna är det nödvändigt att utreda skogsbeståndens stamfördelning. I föreliggande undersökning ha för detta ändamål använts nya hjälpmedel, som kallats stympade normalfördelningar. Dessa ha definierats genom faktorn  $\varphi$ . Den metodik, som utarbetats i detta sammanhang, återopas i det följande som  $\varphi$ -systemet.

### 17.2. Uppgiften

I detta kapitel åsyftas en granskning och komplettering av  $\varphi$ -systemet. För sammanhangets skull upprepas därvid vissa synpunkter, som redan berörts i det föregående.

De skogsbestånd, som beskrivas i produktionstabeller, äro mer eller mindre konstruerade. Vid statistisk behandling av sådana uppgifter bibehålles kontakten med verkligheten genom sambandsfunktioner, som beräknas med stöd av materialet. Dessa funktioner ge besked om tillstånd och tillståndsändringar, vilka äro sannolika, då vissa förutsättningar äro givna.

Utgångsbeståndet till en produktionstabell är sålunda icke hämtat direkt ur verkligheten. Det är konstruerat på basis av vissa för tabellen givna huvudkaraktärer. Dessa ha kompletterats med sekundära karaktärer, vilkas sannolika värden härletts ur de givna med hjälp av sambandsfunktioner. Utgångsbeståndet är alltså ett typbestånd. Det får och måste vara schematiskt.

Varje typbestånd representerar en noga definierad grupp: det kan betraktas som gruppens medelbestånd. Däri ligger en möjlighet att fastställa den typiska stamfördelningen vid olika förutsättningar. Detta är emellertid en fram-

tidssak. För närvarande måste vi nöja oss med att taga fasta på vissa allmänna drag.

I NÄSLUNDS primärbearbetning av tallmaterialet (1936) visar tab. V, som här betecknas N V, stamantalets fördelning på diameterklasser. Vid tabellens användning för här behandlat syfte måste observeras, att materialets första gallring ofta företagits långt senare än vid produktionstabellernas utgångs-ålder samt att frekvensen i den lägsta förekommande diameterklassen är missvisande i sådana fall, då blott en del av klassvidden fallit inom fördelningen.

Om dessa förhållanden beaktas, säger oss tab. N V, att stamfördelningen vid utgångsläget ofta har stor likhet med någon av de stympade fördelningar, som här visats i fig. 9.3.2. Likheten är i åtskilliga fall mindre påtaglig vid fördelningens undre gräns. Där uppträdande olikheter äro i avsevärd grad skenbara, då de bero på klassindelningen i tab. N V, men de kunna också orsakas av faktiska avvikelser mellan verkligheten och de stympade fördelningarna. Härtill återkomma vi i nästa avsnitt.

Även om resonemanget — såsom i denna undersökning — begränsas till de homogena bestånden, förekommer dock en betydande variation i utgångsbeståndens stamfördelning. Stora olikheter förorsakas av föryngringssättet, såsom självsådd, sådd eller plantering, samt av föryngringens olika täthet och av röjningar före den första gallringen. Det är ännu ej styrkt, hur nära alla dessa stamfördelningar ansluta sig till de stympade normalfördelningarna. Emellertid är det tydligt, att tillpassningen ej behöver vara fullständig. Användningen av produktionstabeller sker i många andra avseenden genom analogislut — det är därför rimligt, att en viss tolerans medges även beträffande fördelningstyperna. Å andra sidan vore det orealistiskt att upprätta produktionstabeller, vilkas utgångsfördelningar starkt avveko från motsvarande verkliga bestånd.

I fråga om gallringen ha vi friare händer. Det är vår uppgift att åstadkomma variation i gallringen — sedan avgör produktionsresultatet, vilken av gallringstyperna som är bäst. Vi skulle ur denna synpunkt ha rätt att försöka vilken gallring som helst. Det bör observeras, att resonemanget här avser statistiska bearbetningsförsök, ej fältförsök. Men även de förra äro dyrbara och undersökningen måste därför begränsas. De band vi ålagt oss i kap. 16 äro motiverade av sådana hänsyn samt av en önskan att göra resultaten översiktliga och tillgängliga för praktiken.

I ett avseende är en jämförelse med materialet av stort intresse. En av  $\varphi$ -systemets hörnstenar är antagandet, att stympade fördelningar genom låggallring utvecklas mot normala och att låggallring i en förut normal fördelning resulterar i fortsatt normalitet (jfr 11.4 och 12.1). Även denna fråga belyses i tab. N V. Tabellens bestånd, som nästan uteslutande låggallrats, visa en tydlig utveckling från positiv snedhet mot normal fördelning. Samma

tendens framträder med ännu större skärpa i en utredning, som återopas i 11.4 av denna avhandling (jfr M 8). Utvecklingen mot normalitet försiggår med olika hastighet. Därtill anpassa vi oss genom  $u'$ -serien, som ensam åstadkommer ändring av  $\varphi$ .

Utom av utgångsläget och gallringen påverkas beståndsutvecklingen av tillväxten. Frågan om tillväxtens inflytande på den relativa stamfördelningen, som vi här diskutera, behandlas i kap. 11. Där anförda resultat äro i viss mån motsäggande, men i 11.3 hävdas på goda grunder, att den sannolika tillväxten ej ändrar fördelningens form.

### 17.3. Undre gränsen

Det är karakteristiskt för  $\varphi$ -systemet, att fördelningens undre gräns vid framställning i bild är vertikal. Denna gränsdragning kan komma i konflikt med verkligheten, särskilt i hårt stympade fördelningar, t. ex. vid  $\varphi = 3$ . Likväl kan även i detta fall passningen bli tillfredsställande, om undre gränsen ligger nära diameterskalans nollpunkt, dvs. då  $\alpha$  har ett lågt värde. I detta läge måste fördelningens avgränsning åt vänster vara vertikal eller nästan vertikal. Men ju mer gränsen avlägsnas från nollpunkten, desto mer troligt blir det, att den verkliga gränslinjen lutar eller är krökt åt höger.

Bristande tillpassning vid undre gränsen kräver särskild uppmärksamhet, emedan den är en följd av själva systemet och oupplösligt sammanhänger med detta. Andra svårigheter, t. ex. övre gränsens rätta placering, bero däremot på tillämpningen och kunna undvikas genom skärpning av denna.

Vi ha alltså kommit till att  $\varphi$ -systemets vertikala gränslinje i vissa fall kan avvika från den verkliga undre gränsen, som förutsättes luta åt höger. I och för sig borde lutningsändringen medföra ett bortfallande av verklighetens småträd under  $\varphi$ -gränsen och ett tillskott av lika många något grövre träd ovanför  $\varphi$ -gränsen, alltså en ökning av medeldiametern. Men eftersom medeldiametern — åtminstone i denna undersökning — är given, måste tydligen sammanhanget vara mera komplicerat.

Just därför att medeldiametern är given torde utformningen av stamfördelningens undre gräns ej kunna påverka produktionsresultatet så mycket, att den anförda avvikelser blir besvärande. Denna uppfattning styrkes än mera, om man beaktar, att småträden vid undre gränsen i regel ha obetydlig inverkan på volymen och värdet.

### 17.4. $\varphi$ -klasser

Härledningen av  $\varphi$  anges i tab. 9.3.2. Därav framgår, att  $\varphi$  bestämmer en punkts läge i normalkurvan. Primärt uttryckes läget såsom avvikelse från normalfördelningens medelvärde  $Mn$ . Sedan denna avvikelse gjorts dimensions-

lös genom division med normalfördelningens medelavvikelse  $\sigma n$  omföres den till  $\varphi$ , som betecknar avvikelse från högra flygeln med ombytt tecken. I enlighet härmed har  $\varphi$  värdet 0 på högra flygeln, 3 i centrum och 6 på vänstra flygeln.

Eftersom varje stympad fördelning utgör en del av en normalfördelning, bestämmer en punkts  $\varphi$  i normalfördelningen också dess läge i stympade fördelningar.

I denna undersökning har  $\varphi$  använts för att karakterisera stamfördelningar eller stamklasser. Detta har skett genom angivande av  $\varphi$  vid fördelningens eller klassens undre gräns. Därvid har beteckningen  $\varphi$  bibehållits i fråga om hela stamfördelningen, medan den ersatts med  $\varphi'$  vid definierande av stamklasser. Klassmitten ha betecknats  $\varphi'_m$ .

En  $\varphi$ -klass är alltså ett stycke av en normalfördelning, som ligger mellan två  $\varphi$ -gränser. Valet av klassvidd blir en avvägningsfråga: liten vidd ger bättre resultat, men kostar mer arbete.

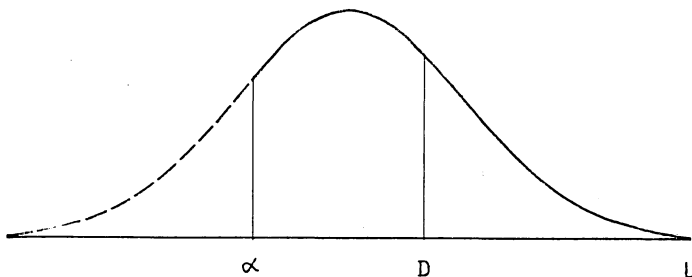


Fig. 17.4.1. Stympad stamfördelning, där undre gränsen  $\alpha$  och övre gränsen  $L$  markerats. En godtycklig diameter  $D$  är inlagd för att illustrera 17.4.3.

Fig. 17.4.1 visar en stympad normalfördelning, vars undre gräns är  $\alpha$  och övre gräns är  $L$ . Dessa gränser samt  $\sigma n$  äro uttryckta i centimeter. Vi få fördelningens

$$\varphi = \frac{L - \alpha}{\sigma n} \dots\dots\dots (17.4.2)$$

För en diameter  $D$  i fördelningen definieras på samma sätt:

$$\varphi' = \frac{L - D}{\sigma n} \dots\dots\dots (17.4.3)$$

För  $D = \alpha$  blir  $\varphi' = \varphi$  och för  $D = L$  blir  $\varphi' = 0$ . Mellan dessa gränser ändras  $\varphi'$  linjärt.

Antag nu, att fig. 17.4.1 representerar en utgångsfördelning där  $\varphi$  är  $= \varphi_0$ . Vi önska studera denna fördelnings omvandlingar genom gallring och indela

för detta ändamål fördelningen i klasser. Om lämpliga klassantalet bedömes till  $a$ , blir klassvidden  $= \frac{\varphi_0}{a}$ . Första klassens undre gräns sammanfaller med fördelningens undre gräns, varav  $\varphi'_0 = \varphi_0$ . För övriga klasser beräknas  $\varphi'_0$  genom att från  $\varphi_0$  successivt draga klassvidden  $\frac{\varphi_0}{a}$ .

Låt oss nu betrakta fig. 12.5.2 å sid. 98, som avser en stamfördelning, vars  $\varphi$  är  $= 4$ . Vi antaga, att figuren gäller ett utgångsbestånd. Den i figuren inlagda klassen är då en utgångsklass. Klassgränserna representera diametrar, varför klassen omfattar alla träd, som ligga mellan dessa diametrar. Klassens yta mellan  $x$ -axeln och den översta kurvan representerar stamantal.

Eftersom stamantal ej ändras genom tillväxt kunna vi tillämpa den i 12.5 anlagda synpunkten, att fördelningen saknar tillväxt. I så fall försiggår hela utvecklingen inom den av fig. 12.5.2 angivna ramen. De finare kurvorna visa kvarstående stamantal vid senare tillfällen. Det sagda gäller även för klassen.

Klassgränserna i fig. 12.5.2 avse primärt utgångsbeståndet, men de ligga synbarligen stilla under den fortsatta utvecklingen. Vad är det då, som förblir konstant? I verkligheten ändras de klassbestämmande diametrarna — som uttryckas i centimeter — genom tillväxt. Vi bortse härifrån och övergå till den dimensionslösa  $\varphi$ -skalan. Men även  $\varphi$  och  $\varphi'$  ändras genom olikformig gallring. Det konstanta elementet är ramen, som bildas av stamfördelningen vid utgångsläget. Klassen har endast en definition, som är giltig under hela utvecklingen, nämligen de primära klassgränserna  $\varphi'_0$ .

Mellan dessa klassgränser lågo vid utgångsläget bestämda stammar. Som en konsekvens av den givna definitionen betrakta vi dem såsom hörande till klassen under hela sitt återstående liv. Många av dessa stammar avgå genom gallring under utvecklingens gång, men en del kan kvarstå ända till slutavverkningen. Antaganden om in- och utväxande över klassgränserna äro oförenliga med denna uppfattning.

I förestående resonemang betyder  $\varphi$  ett tillstånd före gallring, varför beteckningen enligt tidigare definitioner skulle vara  $\varphi_1$ . Efter gallringen användes som förut beteckningen  $\varphi_2$ . Vi antaga, att det är fråga om en låggallring. I klassen  $i$  blir

$$\varphi'_1 = \varphi_1 - \frac{(i-1) \varphi_1}{a} \dots\dots\dots (17.4.4)$$

varav

$$\frac{\varphi'_1}{u'} = \frac{\varphi_1}{u'} - \frac{(i-1) \varphi_1}{a} \cdot \frac{1}{u'}$$

och

$$\frac{\varphi'_1}{u'} = \varphi_2 - \frac{(i-1) \varphi_2}{a} \dots\dots\dots (17.4.5)$$

I 17.4.5 betyder högra ledet  $\varphi'$  efter gallringen i klassen  $i$ , varför detta led kan skrivas  $= \varphi_2'$ . Vi få

$$\varphi_2' = \frac{\varphi_1'}{u'} \dots\dots\dots (17.4.6)$$

Detta uttryck är analogt med formeln 12.3.2, som avser sambandet mellan  $\varphi_2$  och  $\varphi_1$ .

I en  $u'$ -serie är enligt 16.4.3 den fortlöpande produkten

$$P(u') = \frac{\varphi_0}{\varphi}$$

varav

$$\varphi = \frac{\varphi_0}{P(u')} \dots\dots\dots (17.4.7)$$

och

$$\varphi' = \frac{\varphi_0'}{P(u')} \dots\dots\dots (17.4.8)$$

Resonemangen fr. o. m. 17.4.4 ha avsett att klargöra sambanden. Vid arbetets utförande är det emellertid bekvämast att vid alla tillfällen förfara på samma sätt som vid utgångsläget och sålunda beräkna  $\varphi'$  genom att från  $\varphi$  successivt draga klassvidden  $\frac{\varphi}{a}$ . Vi bli härigenom i stånd att beräkna stamantalen för alla klasser och tillfällen. Stamantalets utvecklingsgång kan följas i varje klass. Denna fråga behandlas i kap. 18.

Vid utveckling av  $\varphi$  enligt 17.4.7 uppnår man — om låggallringsmomentet icke är för svagt — snart ett tillfälle, då  $\varphi$  går över 6. Detta innebär, att undre gränsen avlägsnar sig från den ursprungliga stympningsgränsen (jfr de två sista styckena av 12.4 samt 12.5). Även i det angivna fallet, då  $\varphi$  överstiger 6, skall  $\varphi'$ -serien beräknas genom att från  $\varphi$  successivt avdraga klassvidden  $\frac{\varphi}{a}$ .

Vid fortskridande låggallring växa alla  $\varphi'$ -värden, varvid första klassen går först och de senare komma efter i ordningsföljd. Om utvecklingen ej avbrytes passerar varje  $\varphi'$  värdet 6 vid något tillfälle. Före denna tidpunkt tillhör hela klassen stamfördelningen. Sedan även klassens övre gräns, alltså  $\varphi'$  i nästa klass, passerat 6 befinner sig klassen helt utanför stamfördelningen. Under det utvecklingsskede, då normalvärdet 6 ligger mellan klassgränserna, ingår endast en del av klassen i stamfördelningen.



Vid låggallring ha sistnämnda gränsfall ringa betydelse. I denna undersökning, som måst forceras för att tillgodose praktiska krav, har därför stamantalet i delad klass negligerats. Emellertid kan detta förfarande ej användas vid höggallring. Ur forskningens synpunkt vore det givetvis mest tilltalande att behandla båda gallringsformerna lika, vilket skulle kräva precisionsberäkning av delade klasser även vid låggallringen.

## Kap. 18. Stamantalsutveckling

### 18.1. Utgångsbeståndet

Vår första åtgärd vid upprättande av en produktionstabell är att välja utgångsläge. Denna fråga har i det föregående berörts vid olika tillfällen, men för bättre översikt upprepas de viktigaste punkterna här tillsammans med några nya.

I. Utgångsbeståndets övre höjd är 8 meter.

II. En produktionstabell hänför sig alltid till en viss bonitet. Å bonitetens höjdutvecklingskurva avläses den punkt i åldersskalan, där övre höjden är 8 meter. Närmaste hela årantal anger utgångsbeståndets ålder.

III. Samma bonitet kan ha flera höjdutvecklingskurvor, t. ex. olika för planterade och icke planterade bestånd. I sådana fall väljes åldern närmast den punkt, då den aktuella kurvan är 8 meter.

IV. I enklaste fall beräknas medeldiametern med statistiska funktioner, som härletts ur material från orörda bestånd. Om materialet ej anses motsvara tabellens allmänna förutsättningar kan en korrektion av medeldiametern vara motiverad. Se t. ex. 13.4. Denna synpunkt bör särskilt beaktas, då material från självsådda bestånd måste användas för beräkning av planterade bestånd eller tvärtom.

V. Med den eventuellt korrigerade medeldiametern som oberoende variabel beräknas medelavvikelsen och stamantalet med hjälp av statistiska funktioner från orörda bestånd.

VI. Fördelningens form och lokalisering äro ömsesidigt beroende enligt 9.3.3, som lyder:

$$\frac{Ms - \alpha}{\sigma s} = \frac{M'}{\sigma'}$$

Man kan här antingen uppskatta  $\alpha$  och beräkna  $\varphi$  ur  $\frac{M'}{\sigma'}$  eller uppskatta  $\varphi$  och beräkna  $\alpha$ . I båda fallen är den grundläggande tankegången lika, men det senare alternativet erbjuder större möjligheter att rationalisera arbetet. Den följande framställningen sysslar närmast med detta alternativ.

## 18.2. Normaltabeller för stamantalet

Om utgångsbeståndets  $\varphi$  väljes bland ett fåtal avrundade värden, kan utarbetandet av produktionstabeller avsevärt underlättas genom normaltabeller för stamantalet.

Såsom förut framhållits är stamantalsutvecklingen ett problem endast vid olikformig gallring. Bland sådana behandlingsformer är låggallring den ojämförligt viktigaste. Diskussionen i detta avsnitt knytes därför till låggallringen. Andra metoder kräva ändringar i arbetssättet, men tankegången är så likartad, att demonstration av nämnda gallringstyp torde vara tillfyllest.

Enligt 12.3.3 och 12.3.4 är

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{I_2}{I_1} \cdot \frac{F(\varphi_2)}{F(\varphi_1)} \cdot \psi_2' \dots \dots \dots (18.2.1)$$

Detta är resultatet av en enda gallring. Eftersom stamantalet ej beröres av tillväxten, representera faktorer med index 2 även tillstånd före nästa gallring. Tillstånden efter nästa gallring betecknas med index 3. Vi få för två gallringar

$$\frac{S_2}{S_1} \cdot \frac{S_3}{S_2} = \frac{I_2}{I_1} \cdot \frac{I_3}{I_2} \cdot \frac{F(\varphi_2)}{F(\varphi_1)} \cdot \frac{F(\varphi_3)}{F(\varphi_2)} \cdot \psi_2' \cdot \psi_3'$$

varav

$$\frac{S_3}{S_1} = \frac{I_3}{I_1} \cdot \frac{F(\varphi_3)}{F(\varphi_1)} \cdot P(\psi') \dots \dots \dots (18.2.2)$$

På detta sätt kunna vi på en gång taga språnget från utgångsbeståndet till bestånd efter gallringen vid varje tillfälle under utvecklingen. Som ett uttryck härför utbytes index 1 i 18.2.2. mot utgångslägets index 0. Tillstånden vid ett senare tillfälle lämnas utan index. Härav den allmänna formeln

$$\frac{S}{S_0} = \frac{I}{I_0} \cdot \frac{F(\varphi)}{F(\varphi_0)} \cdot P(\psi') \dots \dots \dots (18.2.3)$$

Den i formeln ingående  $I$ -kvoten definieras i 12.2.6, som dock avser endast en gallring. Vid utsträckning till flera gallringar ersättes  $u'$  med den upplupna produkten  $P(u') \cdot F(\varphi)$  och  $F(\varphi_0)$  hämtas ur tabell H 5 för  $\varphi$  och  $\varphi_0$ .

Vi ha i 16.8 definierat gallringar genom formler, t. ex. för låggallring L 5 G 10, 10, där siffrorna vid L och G avse uttagsprocenter vart femte år. Sista talet anger intervallets längd i år. Det inses lätt, att ett mycket stort antal gallringsprogram kan åstadkommas genom att variera de tre talen. Att upprätta en normaltabell för varje sådan kombination vore ogörligt.

Emellertid hade redan vid arbetsplanens uppgörande en åtgärd vidtagits, som väsentligt minskar antalet kombinationer: Alla gallringsprogram tänkas förutsätta, att ingreppen återkomma vart femte år. I enlighet härmed uppgöras normaltabellerna endast för femåriga intervall. Om man sedan vill tillämpa tioårigt intervall utnyttjas endast varannan rad i normaltabellen.

I 18.2.3 representerar  $P(\varphi')$  genomgallringsmomentet. Denna faktor har ett av programmet beroende värde vid varje gallringstillfälle, men den träffar alla  $\varphi$ -klasser lika och är därför gemensam för en hel rad i tabellen. Denna räkneoperation är så enkel, att särskilda normaltabeller ej behövas för kombinationer av låggallringsmoment och genomgallringsmoment.

Främst erfordras normaltabeller för låggallringsmomentet. Vi måste beräkna det kvarstående totala stamantalet vid varje gallringstillfälle och därefter fördela dessa stammar på  $\varphi$ -klasserna. Den första kalkylen sker enligt formeln

$$S' = \frac{I}{I_0} \cdot \frac{F(\varphi)}{F(\varphi_0)} \cdot S_0 \dots\dots\dots (18.2.4)$$

Beräkningen förutsätter kännedom om  $\varphi$ -utvecklingen, som bestämmer  $F(\varphi)$ -kvoten direkt samt  $I$ -kvoten genom  $u'$  och  $P(u')$ . En beräkning av  $\varphi$  visas i 16.3. Arbetet kompliceras mycket genom kravet på en viss uttagsprocent av grundytan. Emellertid är det här fråga om ett engångsarbete och den stadga, som gallringsprogrammen erhålla på detta sätt, är så värdefull, att uppoffringen torde få anses välmotiverad. I tab. H 7 visas den  $\varphi$ -utveckling, som åstadkommes, då  $\varphi_0$  är 3, 4, 5 eller 6 och den av låggallringsmomentet förorsakade uttagsprocenten av grundytan är 1, 3 eller 5.

Det återstår att fördela stamantalet vid varje gallringstillfälle på  $\varphi$ -klasser, som definieras genom faktorn  $\varphi'$  vid klassens undre gräns. Vi förutsätta, att  $\varphi'$ -värdena äro kända genom beräkning enligt 17.4. För orientering i frågan skola vi betrakta en tabell över sannolikhetskalkylens normalfördelning och välja härför CRAMÉR, 1949, Tabell I. Tabellens argument  $x$  motsvarar  $(3 - \varphi)$  i vårt resonemang. Funktionen  $\Phi(x)$  i andra kolumnen representerar ytan hos den bekanta frekvenskurvan  $\varphi(x)$ , som står i tredje kolumnen. Hela ytan mellan  $-\infty$  och  $+\infty$  har fått värdet 1.  $\Phi(x)$  anger den kvot av ytan, som faller mellan  $-\infty$  och  $x$ . För negativa  $x$  är  $\Phi(x) = 1 - \Phi(-x)$ .

Vid tillämpning på vårt problem avse ytkvoterna stamantal. Antag en stamfördelning med  $\varphi = 4$ , ytkvoten  $= \Sigma y$  och stamantalet  $= S$ . I denna fördelning ligger en  $\varphi$ -klass mellan  $\varphi'$ -värdena 2 och 1,8. Klassens ytkvot är  $= y$  och dess stamantal  $= s$ .

Mot de angivna  $\varphi'$ -värdena svara  $x$ -värdena 1,0 och 1,2. Härav klassens  $y = 0,88493 - 0,84134 = 0,04359$ . Hela fördelningen ligger mellan  $x = 3$ , där  $\Phi(x)$  är  $= 0,99865$ , och  $x = -1$ , där  $\Phi(x)$  är  $= 1 - 0,84134 = 0,15866$ , varav  $\Sigma y = 0,99865 - 0,15866 = 0,83999$ . Härav fås

$$s = \frac{0,04359}{0,83999} \cdot S,$$

eller allmänt

$$s = \frac{y}{\Sigma y} \cdot S \dots\dots\dots (18.2.5)$$

Om stamantalsutvecklingen skall beräknas för en speciell tabell, insättes utgångsbeståndets stamantal för  $S_0$  i 18.2.4. Här avses emellertid att få till stånd normaltabeller för stamantalsutvecklingen, och för detta ändamål torde det vara lämpligt att giva  $S_0$  ett tämligen högt och starkt avrundat värde, förslagsvis 10 000. Vid tillämpningen är det sedan lätt att multiplicera hela tabellen med kvoten mellan utgångsbeståndets stamantal och 10 000.

De stamantal, som svara mot  $\varphi$ -utvecklingen i tab. H 7, redovisas i tab. H 8. Där förutsättes, att utgångsbeståndets stamantal är 10 000.

### 18.3. Sammanfattning

Enligt det föregående utarbetas en normaltabell för stamantalsutvecklingen i tre etapper:

1.  $\varphi$ -utvecklingen beräknas enligt 16.3.
2. Det av låggallringsmomentet kvarställda stamantalet  $S'$  beräknas för varje gallringstillfälle enligt 18.2.4. Därvid antages  $S_0 = 10\,000$ .
3.  $S'$  fördelas på  $\varphi$ -klasser enligt 18.2.5.

Punkterna 1—3 avse normaltabellen. Vid tillämpningen skall vid varje tillfälle hela  $\varphi$ -klassraden multipliceras med  $P(\psi')$  och hela tabellen med

$$\frac{S_0}{10\,000}.$$

Beräkningen av  $P(\psi')$  kan underlättas genom tab. H9.

## IV. Beräkning av tillväxten

### Kap. 19. Grundytans tillväxt

#### 19.1. Inledning

För beräkning av beståndsutvecklingen fordras bestämning av trädens tillväxt. Denna kan erhållas genom direkt utjämning av volymens tillväxt. Man kan också utjämna detaljförlopp, såsom diameterns, höjdens och formens ändringar, samt därefter ur dessa beräkna volymtillväxten. Sådana beräkningar kunna i första hand utföras för enskilda träd, klassmedelstammar eller summor per hektar. Resultaten uttryckas genom absoluta eller relativa mått.

Vid bearbetningens början förelåg ett behov att välja mellan alla dessa möjligheter. Under de första åren dominerade intresset för prognosernas säkerhet. Ur denna synpunkt var det önskvärt — såsom vi strax skola se — att resultaten kunde kontrolleras genom summering. Tyvärr var volymtillväxten ej användbar för detta ändamål, emedan höjdoobservationerna i det äldre materialet voro för osäkra. Däremot fanns intet hinder att utnyttja grundytan, vars tillväxt studerades mycket ingående.

#### 19.2. Undersökning av tallens grundytetillväxt

Resultatet av en sådan undersökning publicerades i exkursionsledaren till »1937 års nordiska skogskongress. Exkursion II.» Se PETTERSON, 1937: »Utvecklingsprognoser för skogsbestånd.»

Därvid behandlades hela landet som en geografisk enhet. På grund härav kunde materialet uppdelas på fyra behandlingsgrupper, nämligen 1:a, 2:a och 3:e perioden samt senare perioder. Den gemensamma bearbetningen av material från hela landet krävde hänsyn till vissa klimatvariabler, som icke gjort sig gällande vid regional bearbetning (jfr kap. 8).

Bland variablerna tilldrar sig produkten  $\sqrt{St} \cdot \sqrt{G}$  stort intresse. Om den multipliceras med  $2\sqrt{\pi}$  erhålles approximativt omkretssumman per hektar vid brösthöjd. Avvikelsen från omkretssumman består däri, att den aritmetiska medelstammens diameter ersatts med grundytemedelstammens diameter. Produkten  $\sqrt{St} \cdot \sqrt{G}$  är alltså approximativt proportionell mot tvärsnittet vid brösthöjd genom trädens kambium. Nämda produkt kan därför anses representera kambiesumman per hektar vid brösthöjd, d. v. s. det växande organet. Effekten är positiv.

Uppdelningen på perioder gjorde det möjligt att studera tidsfaktorn i gallringsreaktionerna. Därvid beräknades skillnaden mellan kambiesum-

man vid början av perioden  $(n-1)$  närmast före den undersökta perioden och kambiesumman vid början av den undersökta perioden  $(n)$ . Denna variabel betecknades med produkten  $\sqrt{St. e. g.} \cdot \sqrt{G. e. g.}$  jämte tidsangivningen  $(n-1) - (n)$ . För närmast föregående gallring blev tidsangivningen  $(n-2) - (n-1)$ , o. s. v.

Observera, att den beskrivna variabeln påverkas av både gallringen och tillväxten i förfluten tid. Den är alltså icke en ren gallringsvariabel.

Effekten av differensvariablerna framgår bäst av tabell 4 a i den citerade uppsatsen. Där är regressionskoefficienten

$$\begin{array}{lll} \text{för variabeln } (n-1) - (n) & = & + 1,06 \\ \text{» » } (n-2) - (n-1) & = & + 2,06 \\ \text{» » } (n-3) - (n-2) & = & + 0,80 \end{array}$$

Kambiesummans minskning från period till period har alltid positiv effekt. Observera i tab. 4 a den vackra gången hos koefficienterna. Differensen mellan kambiesumman för c:a 10 år sedan och för c:a 5 år sedan, räknat från den undersökta periodens början, har bland dessa variabler den största effekten på tillväxten under ifrågavarande period. Effekten av kambiesummans minskning under de sista 5 åren är mindre och under perioden mellan 15 och 10 år tillbaka i tiden ännu mindre. Dessa förhållanden gälla för hela materialet. Vid detaljbehandling av denna fråga har det visat sig, att efterverkningen av kambiesummans minskning mellan 15 och 10 år tillbaka förstärkes i Norrland och försvagas i södra Sverige. Beträffande motsvarande minskning under de senaste 5 åren är förhållandet omvänt. Detta innebär, att en minskning av kambiesumman verkar höjande på tillväxten under avsevärd tid framåt. Denna efterverkan stiger först, varefter den kulminerar och avtager. Hela förloppet utspelas fortare i södra Sverige än i Norrland.

Denna utvecklingsgång, som framkommit automatiskt genom räkningen, förefaller mycket plausibel. Den stimulerar utan tvivel till fortsatt forskning på detta område. Emellertid är minskningsvariablernas praktiska betydelse ännu oklar. Vid byggande av produktionstabeller har framkommit, att dessa variabler få nämnvärda effekter endast i de tidigare gallringsperioderna. Därefter sjunka variabelvärdena så starkt, att effekterna kunna negligeras. På grund härav har detta uppslag ej utnyttjats vid beräkningen av de föreliggande produktionstabellerna.

I »Utvecklingsprognoser» är spridningen för 1:a perioden 21,0 %, för 2:a perioden 18,6 %, för 3:e perioden 15,7 % och för övriga perioder 16,4 %. I dessa spridningar ingå även uppskattningsfel. De vid bearbetningen använda siffrorna för grundytans årliga tillväxt ha erhållits genom att från uppskattade grundytan före gallringen vid periodens slut draga uppskattade grundytan efter gallringen vid periodens början och dividera skillnaden med periodens

antal år. Därvid måste man räkna med, att både grundyteuppskattningarna och bestämningen av effektiva periodlängden kunna vara behäftade med fel.

Det samlade uppskattningsfelet kan icke beräknas för varje yta. En korrektion härför har icke kunnat utföras. På grund härav äro de spridningar, vilka ange de observerade tillväxternas avvikelser från de med funktionerna beräknade tillväxterna, större än de spridningar, som skulle erhållits, om vi kunnat jämföra de verkliga tillväxterna med de beräknade.

### 19.3. Kontroll

För att få ett grepp på denna viktiga fråga summerades yta för yta såväl den observerade som den beräknade tillväxten för 1:a och 2:a perioden betecknad med  $\Sigma 2$ , för 1:a, 2:a och 3:e perioden, betecknad med  $\Sigma 3$ , o. s. v. För varje sådan summagrupp togs yta för yta differensen mellan observerade och beräknade tillväxten, varefter medelavvikelsen uträknades. Dessa medelavvikelser i materialet framgå av tab. 19.3.1.

Tabell 19.3.1. Kontroll av grundytans beräknade medeltillväxt per år.

	$\Sigma 1$	$\Sigma 2$	$\Sigma 3$	$\Sigma 4$	$\Sigma 5$	$\Sigma 6$	$\Sigma 7$
Antal ytor .....	160	154	106	62	54	6	1
Medelavvikelse % .....	20,2	16,0	12,9	10,0	7,9	6,7	1,2

Som synes har medelavvikelsen mellan de båda serierna i summan för fem perioder nedgått till 7,9 %. Till denna betydliga nedgång kunna även andra utjämnningar ha bidragit, men sannolikt beror den väsentligt på eliminerandet av uppskattningsfel vid de mellanliggande tillfällena. Bestämningen av den observerade  $\Sigma 5$  bygger ju på sex uppskattningar, av vilka endast den första och sista ha betydelse för beräkningen av summan. Av sex ursprungliga uppskattningsfel ha vi sålunda genom summeringen befriat oss från fyra, medan två kvarstå. Vi kunna härav draga slutsatsen, att även siffran 7,9 är för hög, om vi betrakta den som mått på medelavvikelsen mellan verkligheten och enligt funktionerna beräknade tillväxtsummor för fem perioder.

### 19.4. Värdetillväxten

Med hänsyn till produktionsforskningens praktiska syften var det angeläget att även få ett grepp på värdetillväxten. Härför krävdes kännedom om beståndsutvecklingens detaljer. Som hjälpmedel användes materialets gallringsuppgifter. För de vid varje gallring uttagna träden beräknades dels stamfördelningen på diameterklasser och dels grundytemedelstammens diameter  $Dmg$ . Stamfördelningarna sorterades över heltal av  $Dmg$  och i varje  $Dmg$ -grupp beräknades en medelfördelning, som omräknades till procent av grundytan. På samma sätt utarbetades procentserier även för slutavverkningarna.

Med stöd av dessa procentserier kunde grundytetabellernas avkastningar dimensionsfördelas. Sådana siffror, avseende totalproduktionen vid 100 år i 16 av de produktionstabeller, som återopades i »Utvecklingsprognoser», tab. 7, framlades i ett föredrag inför exkursion II av 1937 års nordiska skogskongress.

### **19.5. Sammanfattning**

De i detta kapitel beskrivna metoderna började med helheten och sökte sig fram till delarna. Man angrep problemet utifrån. Detta medförde god kontroll av totalproduktionen, men en markerad osäkerhet i detaljerna. Emellertid fingo detaljerna ökad betydelse i den mån värdet kom i förgrunden. Då omlades arbetssättet: man började inifrån och byggde upp helheten som en summa av delarna. Denna åskådning har präglat den nu framlagda undersökningen.

## **Kap. 20. Brösthöjdsdiameterens tillväxt**

### **20.1. Inledning**

Det program, som antydde i 19.5, ställer brösthöjdsdiameterens tillväxt i förgrunden. Vi skola i de följande kapitlen se, hur beståndsutvecklingen bygges upp från denna utgångspunkt. Dessförinnan bör emellertid själva beräkningen av tillväxten diskuteras.

### **20.2. Beräkningen**

sker genom regressionsanalys. Denna omfattar två mycket olikartade moment: variabelvalet och sambandsundersökningen. Det senare momentet är starkt lagbundet och behöver ej diskuteras i alla förekommande fall. I detta avseende hänvisas endast till framställningen i kap. 6. Däremot måste valet av variabler övervägas för varje nytt problem eller åtminstone för varje nytt slag av problem.

### **20.3. Variablerna**

Vi skilja på verkliga eller reala variabler och omformade eller transformerade variabler. Innebörden av begreppet verkliga variabler framgår kanske bäst av den tänkta gruppindelningen i kap. 5. De verkliga oberoende variablerna äro gruppdefinierande och den verkliga beroende variabeln är den faktor, som man söker bestämma för varje grupp. Om det partiella sambandet mellan den beroende variabeln och någon oberoende variabel blir krökt, kan rätlinjigt samband erhållas genom transformering av den oberoende variabeln. I vissa fall är det fördelaktigt att transformera den beroende variabeln (jfr kap. 6).



#### 20.4. Enskilda träd eller medelträd för bestånd

Vid valet av beroende variabel möta vi en viktig principfråga. Det har redan framhållits, att vi söka brösthöjdsdiameterns tillväxt, som alltså skall vara beroende variabel. Men hittills har lämnats öppet, om observationen skall avse enskilda träd eller medelträd för bestånd. Vi återopa i det följande det första alternativet som metoden »Enskilda träd» och det andra alternativet som metoden »Medelträd».

På valet av metod inverka materialets beskaffenhet och undersökningens syfte. Å produktionsytorna har tillväxten bestämts genom upprepad diametermätning på bark. Dessa mått äro tämligen oskarpa, men felen ha en tendens att utjämnas i medeltillväxten för hela provytan, vilket utgör ett skäl för metoden »Medelträd». I detta sammanhang bör framhållas, att ytrevisionerna på grund av personalbrist måst delvis företagas även under vegetationstiden, varför den tid, som den uppmätta tillväxten motsvarar, är osäkert bestämd. Härav föranledda fel drabba emellertid även medeltillväxten, och de inverka sålunda icke på metodvalet.

Viktigare än de anförda synpunkterna är emellertid hänsynstagandet till undersökningens syfte. Av 17.4 framgår, att utgångsbeståndet indelas i relativa diameterklasser, som kallats  $\varphi$ -klasser. Dessa sammanhållas under hela livstiden, så att in- eller utväxande av stammar ej förekommer. På grund härav bestämmes den totala beståndsutvecklingen av tillväxten i  $\varphi$ -klasserna. Vid upprättandet av en produktionstabell skall vid varje gallringstillfälle diametern beräknas för varje  $\varphi$ -klass.

I metod »Enskilda träd» erhållas dessa siffror direkt genom regressionsfunktionen, som för detta ändamål måste innehålla särskilda variabler. Metoden »Medelträd» bestämmer däremot endast en hjälpfaktor, beståndsmedelträdet tillväxt, varefter  $\varphi$ -klassernas tillväxter erhållas genom konstruktion.

Vilken metod, som är fördelaktigast, beror på omständigheterna. Analysen av enskilda träd är den enda användbara i starkt heterogena bestånd. I måttligt heterogena bestånd kunna båda metoderna användas. Samma möjlighet finnes i homogena bestånd, men där bli konstruktionens företräden så framträdande, att metoden »Medelträd» i regel måste anses överlägsen.

#### 20.5. Valet av verklig beroende variabel

Produktionstabeller avse, såsom förut framhållits, möjligast homogena bestånd. Skäl finnas därför att ge företräde åt metoden »Medelträd».

Den observerade tillväxtperioden har å försöksytorna varit omkring fem år. Då ett årligt genomsnitt endast gäller för perioder av denna längd, ha alla tillväxter omförts till att motsvara fem år.

I enlighet med förestående har som verklig beroende variabel valts tillväxten för fem år av medeldiametern på bark.

## 20.6. Omformning av den beroende variabeln

Efter olika försök har sistnämnda tillväxt omförd till procent av medeldiametern på bark vid periodens början. Denna procent har betecknats  $p_5$ . Som slutligt uttryck för den beroende variabeln har i regressionsanalysen införts  $\log p_5$ . Skälen för den sista omformningen behandlas i 20.7 med hänsyn till samtliga variabler, både den beroende och de oberoende.

## 20.7. Logaritmisk omformning

Vi utgå från en vanlig regressionsfunktion av enklaste typ, alltså

$$y = a + bx_2 + cx_3, \dots \dots \dots (20.7.1)$$

där de små bokstäverna  $x$  och  $y$  beteckna ursprungliga variabler och alltså ej avvikelser från respektive medeltal, såsom i 6.7.

Sedan koefficienterna  $a$ ,  $b$  och  $c$  bestämts, tages i varje element skillnaden mellan det observerade och det beräknade värdet av  $y$ . I vissa fall äro dessa differenser (residualerna) tillfredsställande låga, och då kan funktionen accepteras. Men ofta blir passningen ej nöjaktig. En vanlig utväg är då, att något  $x$ , t. ex.  $x_2$  ersättes med en lägre eller högre potens. Vi få exempelvis

$$y = a + bx_2^2 + cx_3 \dots \dots \dots (20.7.2)$$

Prövningen sker på samma sätt som i 20.7.1. Om resultatet icke är tillfredsställande försökes en annan potens av  $x_2$  eller en ändring av  $x_3$ . Även i detta lilla exempel finnas så många tänkbara variabeluppsättningar, att det försöksvisa arbetet synes föga rationellt. Vi känna behov av ett sätt att räkna oss till de rätta exponenterna.

Låt oss nu betrakta en annan enkel funktion:

$$y = a \cdot x_2^b \cdot x_3^c \dots \dots \dots (20.7.3)$$

För att kunna hantera funktionen logaritmera vi och få

$$\log y = \log a + b \log x_2 + c \log x_3 \dots \dots \dots (20.7.4)$$

Räkningen genomföres på samma sätt som i 20.7.1. Funktioner av typen 20.7.4 användas normalt för att bestämma  $\log y$ , varav sedan  $y$  kan beräknas. Emellertid har funktionen här anförts för att belysa variablernas form i 20.7.3. Vi ha fått fram de sökta exponenterna  $b$  och  $c$  som koefficienter till de logaritmiska variablerna. Men dessa exponenter gälla för 20.7.3, där de oberoende variablerna bilda en produkt, och det är osäkert, om de kunna utnyttjas i funktioner av typen

$$y = \alpha + \beta x_2^b + \gamma x_3^c \dots \dots \dots (20.7.5)$$

Det kan likväl vara motiverat att göra ett försök. Vanligen avrundar man därvid  $b$  och  $c$  till heltal eller inverterade heltal. Räkningen utföres därefter som i 20.7.2. Det hela förblir dock ett försök. Vår önskan att kunna bestämma variabelernas form genom räkning har ej realiserats, i varje fall ej helt.

Förestående resonemang har utgått från 20.7.3. Vi upplösa nu detta sammanhang och betrakta härefter de logaritmiska variablerna enbart som krökta samband. Det blir då en lämplighetsfråga, om man vill uttrycka en viss variabel genom en logaritm eller t. ex. genom en hyperbel. Det finns intet som hindrar, att enskilda variabler i samma funktion uttryckas på olika sätt. Den uppnådda passningen blir det avgörande kriteriet.

## 20.8. Exempel på variabler för beräkning av brösthöjdsdiameterens tillväxt

De regressionsfunktioner, som vid utarbetandet av produktionstabeller använts för beräkning av brösthöjdsdiameterens tillväxt, redovisas i funktionsbilagorna. Följande diskussion bygger på funktionen för Tall, Norra Sverige, icke planterad, (se tab. FI).

Beteckningar:

$p_5$  = medeldiameterens tillväxtprocent för 5 år

$w$  = diametersumman på bark i meter per hektar före första gallringen

$z+t$  = ålder vid periodens början

$E$  = år efter första gallringen till periodens början

$Seb$  = stamantal per hektar efter gallringen vid periodens början

$Meb$  = medeldiameteren på bark i centimeter efter gallringen vid periodens början

Diskussion:

Variablerna  $x_0 = \log p_5$

$x_2 = \log w$  och

$x_3 = \log (z+t)$

ha bildats enligt resonemanget till 20.7.4. Beträffande variabel  $x_2$  framhålls följande:

Diametersumman  $w$  är proportionell mot omkretssumman vid brösthöjd och approximativt proportionell mot kambiesumman vid brösthöjd, allt per hektar. Vi ha förut studerat variabeln  $\sqrt{St} \cdot \sqrt{G}$  i 19.2, vilken också — ehuru med något mindre rätt — betraktades som approximativt proportionell mot kambiesumman. Verkningarna av  $\sqrt{St} \cdot f.g. \cdot \sqrt{G} \cdot f.g.$  vid 1:a revisionen (se »Utvecklingsprognoser», tabell 4) bidraga därför till att kasta ljus även över  $w$ .

I 19.2 var grundytetillväxten per hektar beroende variabel. Man kunde lätt förstå, om denna tillväxt påverkades positivt av det växande organets

storlek. Men den positiva effekten av tätheten före den första gallringen kvarstod även efter flera gallringar: det avgörande syntes därför vara, att kambiesumman varit stor.

I 20.8 är den beroende variabeln en transformerad diametertillväxtprocent. Denna kan i stort sett väntas bli större i glesare bestånd. Emellertid innehåller funktionen uttryck för medeldiametern och stamantalet, som upptaga denna effekt. Om alla variabler utom  $x_2$  hållas konstanta blir — eftersom koefficienten för  $x_2$  är positiv — tillväxtprocenten större i sådana fall, där kambiesumman varit större än i andra jämförda fall. Vid den angivna förutsättningen betyder emellertid större diametertillväxtprocent också större grundytetillväxt, varför resultatet stämmer med 19.2.

Dylika resonemang äro icke bevisande. Man för dem för att få synpunkter på problemen. Det faktiska i 20.8 är att diametertillväxtprocenten har ett beräkningsbart samband med diametersumman före den första gallringen. Det är också faktiskt, att kambiesumman har ett starkt samband med diametersumman. Men det är icke säkert, att diametersummans betydelse beror på detta samband.

Variabel  $x_6 = f(Seb)$ . Vi möta här en omformning, som ofta gör goda tjänster för orientering i nya problem. Enligt definitionen är  $Seb$  = stamantalet per hektar efter gallringen vid periodens början. Ett enkelt resonemang säger oss, att variabeln kan ha formen  $\log Seb$  (med negativ koefficient), men vi anse det möjligt, att ett uttryck  $\log (Seb + \Delta)$  är bättre. I regressionen införes variabeln  $\log Seb$ , och dessutom medtages för kontroll variabeln  $Seb$ . Systemet reduceras, och den minskning av kvadratsumman, som åstadkommes av  $Seb$ , beräknas. Metoden går ut på att såvitt möjligt borttaga kontrollvariabelns effekt genom ändring av  $\Delta$  i huvudvariabeln  $\log (Seb + \Delta)$ . Erfarenheten har visat, att man snart lär sig bedöma den behövliga ändringens riktning och storlek. Rätt  $\Delta$  signaleras av att kontrollvariabelns effekt försvinner.

Härtill bör fogas, att den definitiva prövningen av variabelernas form sker genom kvadratsumman. Kontrollvariabeln hjälper oss att relativt snabbt komma fram till en sannolikt acceptabel variabelform.

Variabel  $x_7 = f(Meb)$ . Enligt definitionen är  $Meb$  = medeldiametern på bark i centimeter efter gallringen vid periodens början. Variabelns grundform antages vara  $\frac{1}{Meb}$  (med positiv koefficient). Behovet av tillägg till  $Meb$  undersökes på liknande sätt som för  $x_6$  genom kontrollvariabeln  $Meb$ .

Variabel  $x_4 = f(E)$ .  $E$  betecknar antal år efter första gallringen. Variabelns grundform antages vara  $\frac{1}{E}$ , med eventuell omformning till  $\frac{1}{E + \Delta}$ . Resonemanget följer samma linjer som beträffande  $x_7$ .

I variabelförteckningen har angivits

$$x_4 = \frac{1}{E + 30}.$$

Variabel  $x_5 = f(E)$ . Vid granskning av residualerna framkom en tendens till kulmination över  $E$ . Därför gjordes försök att komplettera  $x_4$  med variabeln

$$x_5 = \frac{\log(E + 30)}{E + 30}$$

I denna variabel accepterades utan prövning det för  $x_4$  funna värdet av  $\Delta = 30$ . Av variabelförteckningen framgår, att  $x_5$  blev positiv och  $x_4$  negativ. Variablerna voro jämnstarka (se  $\varepsilon \%$ ). Gemensamma effekten av  $x_4$  och  $x_5$  kulminerade vid  $E = 7,9$ .

### 20.9. Korrektion av medeldiameterns tillväxt

Föregående delar av kap. 20, fr. o. m. 20.6, röra beräkningen av medeldiameterns tillväxtprocent  $p_5$ . Vid tillämpningen bildas härav faktorn

$$R = 1 + \frac{p_5}{100}, \quad \dots\dots\dots (20.9.1)$$

varav enligt 11.6 för en femårsperiod

$$MsI = R[Ms2] \quad \dots\dots\dots (20.9.2)$$

Funktionerna för beräkning av  $p_5$  ha tillpassats till materialet enligt metoder, som beskrivits i det föregående, särskilt i kap. 6. Detsamma har skett beträffande övriga variabler, som uttrycka beståndsutvecklingen. Med hjälp av dessa funktioner ha produktionstabeller uppbyggts för olika typfall, på sätt som beskrives i kap. 21—29.

Produktionstabellerna äro undersökningens praktiska resultat. Vi ha därför stort intresse av frågan: i vilken mån äro tabellerna tillförlitliga? Även om de enskilda funktionerna äro tillfredsställande, kan man vara tveksam om resultatet av deras samverkan. Och framför allt: äro de olika typfallen tillräckligt representerade i materialet?

Emellertid är det för sent att väcka dessa frågor, när tabellerna färdigställt. Om resultatet då ej kan godkännas, måste arbetet göras om. Det är visserligen sant, att undersökningen kan slutbedömas först när den är färdig, men detta slutomdöme måste föregripas genom subjektiva överväganden mycket tidigare, då en korrigering ännu är möjlig.

Uppgiften torde bli klarare, om vi först diskutera några exempel på slutomdömen. Vi möta därvid olika svårigheter, men alla ha samma orsak, nämligen brist på säkra kriterier.

Då materialet insamlats utan tanke på statistisk bearbetning, kan det här

icke bli fråga om någon siffermässig säkerhetsbestämning. Likväl bör erkännas, att den statistiska metoden erbjuder en betydande trygghet, under förutsättning att dess regler noggrant följas. En viktig regel är, att resultaten av dylika analyser endast gälla inom materialets gränser. Det innebär en svaghet hos föreliggande undersökningar, att detta villkor ej alltid kunnat följas. Vårt mål är att upprätta produktionstabeller, som visa hela utvecklingsförlopp från första gallringen till slutavverkningen. Då försöksytorna observerats endast en bråkdel av denna tid, har det ej kunnat undvikas, att resultaten tillämpats utanför vissa materialgränser.

Ett dylikt gränsöverskridande har ägt rum i fråga om variablerna  $x_4$  och  $x_5$  i 20.8. Den tid  $E$ , som förflutit sedan första gallringen, är i materialet begränsad till högst 30 år, medan den i produktionstabellerna kan överstiga 80 år. Funktionens tillämpning innebär därför en våldsamt extrapolering av dessa variabler. Frågan kan ej lösas genom att negligera  $x_4$  och  $x_5$ , ty i så fall läser man dem vid de medelvärden, som de ägde under den korta observationstiden. Redan vid nästa bearbetning av detta material blir bestämningen säkrare, men extrapoleringsrisken måste hållas under observation ännu i många år.

På grund av denna och liknande felkällor har jag sökt stöd av kriterier utanför materialet. Denna fråga diskuteras i kap. 29 och 37. Därav framgår, att slutbedömningen av en produktionstabell ofta kan innebära svåra problem. Man är ibland ej i stånd att uttrycka jämförelsen i siffror, utan måste begränsa den till ett angivande av tendenser. Än mer blir detta fallet, då det handlar om förbedömning.

En sådan bedömning bör på ett tidigt stadium klargöra, om medeldiameterns beräknade tillväxtkvot  $R$  behöver korrigeras. Behov härav kan uppkomma, om den avsedda användningen ej korresponderar med materialet. I dylika fall finnas så få hållpunkter, att det ej kan bli fråga om någon rikare nyansering. Om korrektion erfordras, måste den få en tämligen generell form.

I denna undersökning föregicks beslutet om korrektion av följande resonemang. Äldre produktionstabeller visa (jfr SCHWAPPACH, 1923), att volymtillväxtprocenten, beräknad för perioden mellan två gallringar, är påfallande oberoende av boniteten. Denna stabilitet beror väsentligen på vissa förutsättningar för tabellbyggandet, som gälla ännu i dag. Under utvecklingen genom åldrarna tillhör ett tabellbestånd samma bonitet och det skötes enligt ett mer eller mindre lagbundet program. Beståndets tillstånd vid början av en gallringsperiod är därför en följd av de faktorer, boniteten och gallringsprogrammet, som ha ett avgörande inflytande på tillväxten under perioden. I goda boniteter bli både tillväxt och virkesförråd stora och i dåliga boniteter bli de små, men förhållandet mellan dem, uttryckt genom tillväxtprocenten, har framkommit som i huvudsak en funktion av åldern.

En klimatförbättring, som på en gång höjer boniteten, kräver därför ej någon korrigering av  $R$  vid beräkningar på längre sikt. En viss ståndort tillföres genom ändringen en högre bonitet, men produktionstabellen påverkas ej. Annat blir förhållandet, om ändringen träffar ett redan befintligt bestånd. Det förutvarande beståndet kvarstår då som resultat av den tidigare boniteten, men tillväxten präglas övervägande av den nya. Tillväxtprocenten stiger och  $R$  behöver korrigeras under en övergångstid. Så småningom uppnås ånyo balans mellan tillväxt och förråd, varigenom den okorrigerade produktions-tabellen återfår sin giltighet.

På liknande sätt inverka andra förändringar, som ha betydelse för tillväxten. En stark hämning i ungdomen kan förorsakas av ogynnsamt marktillstånd (t. ex. vid granplantering på ljunghärad), överskärning av annat trädslag (t. ex. då gran uppkommer under björk) samt extrema kalamiteter. När hämningen upphör, bär beståndet ännu prägel av densamma, medan tillväxten blir normal eller, i vissa fall, övernormal. Tillväxtprocenten stiger och  $R$  behöver korrigeras under en övergångstid.

I anslutning till förestående synpunkter bedömdes korrektionsbehovet i produktionsundersökningen. Därvid förutsattes, att regressionsanalysens resultat voro giltiga inom materialets gränser för den tid, som undersökningen omfattade, alltså till 1939 för tall och 1940 för gran. Korrektionen avsåg tabellernas sannolika användningstid, som anslogs till ett par decennier framåt. Observera, att det här gällde en förbedömning, som måste grundas på osäkra indicier. Frågan, huruvida därav föranledda korrektioner voro befo-gade, måste hänskjutas till slutbedömningen av tabellerna, sedan dessa färdig-ställts. Härtill återkomma vi i kap. 29 och 37.

Förbedömningen utföll sålunda:

Tall, Norra Sverige, icke planterad. Med icke planterad förstås i denna grupp endast självsådd skog. Materialet består helt av bestånd, som uppkommit efter brand. Bestånden äro i regel täta och tillhöra ofta den typ, som kallats »översluten». Då försöksytorna utlagts i alla åldrar, har första gallringen genomsnittligt kommit mycket sent.

Då produktionstabellerna begränsats till de åldrar, som ha praktiskt intresse, kunna jämförelser med tabellen endast förekomma beträffande de yngre försöksytorna. Dessa ha i regel varit starkt hämmade i ungdomen, varför den senaste utvecklingen på ytorna torde uppvisa större tillväxt än tabellbestånden. Då vi önska anknyta till den faktiska utveckling, som kan förväntas en tid framåt, är en korrektion motiverad. Från den just nu avhandlade synpunkten hade det legat närmast att korrigera höjduutvecklingen, men vid arbetets utförande följdes det allmänna resonemanget, som ledde till höjning av  $R$ .

Enligt ÅNGSTRÖM (1939) har årstemperaturen i Stockholm ökats med

0,5° från 1800-talets början. Mot norr har ökningen varit större, mot söder mindre. Frågan om temperaturändringens inverkan på skogsväxten har ännu ej tillräckligt undersökts. Det synes dock antagligt, att en förbättring av tillväxten förekommit och i stort sett ännu fortgår, åtminstone i Norrland, vilket talar för höjning av *R*.

När större delen av försöksytorna anlades, hade gallringen ännu knappast vunnit insteg i Norrland. I ung och medelålders skog blev gallringen på ytorna den enda avverkningen på trakten. Gallringsvirket kunde ej avsättas och det blev ej sällan kvarliggande på ytan. Allt detta skapade förutsättningar för angrepp av mörghjortar, som kunna ha nedsatt den observerade tillväxten. Själv såg jag de flesta försöksytorna först mot slutet av 1920-talet. Mitt intryck, som jag ofta uttalade, var att konditionen på många ytor var dålig. Efter några år förbättrades emellertid tillståndet och bilden blev normal. Dessa reflexioner och iakttagelser ha övertygat mig om att tillväxten varit nedsatt under observationstiden. Inom en därpå följande övergångstid torde *R* behöva höjas genom korrektion.

Tall, Södra Sverige, icke planterad. Gruppen består av själv-sådda, bredsådda och rutsådda bestånd. De hämningar, som diskuterats för Norra Sverige, förekommo även här, men i mindre grad. I ett avseende har dock denna grupp större korrektionsbehov än Norra Sverige. Inblandning av gran på tallytorna förekommer oftare och har inom den tillåtna marginalen större omfattning. Sådana insprängda granar ha överallt i undersökningen negligerats. För det så konstruerade rena tallbeståndet ha tillväxtens förutsättningar angivits korrekt, men den observerade tillväxten har varit något lägre än den skulle ha varit, om granarna faktiskt varit borta. Granarna ha snarast möjligt fallit i gallringen; emellertid ha de åstadkommit tillväxthämning under en övergångstid, så länge de kvarstått. De anförda synpunkterna torde motivera att den beräknade tillväxten höjes.

Gran, Södra Sverige, planterad. Gruppen saknar verkligt överåriga försöksytor. De undersökta bestånden ha vanligen uppdragits i mycket täta förband och den första gallringen har enligt nuvarande uppfattning kommit alldeles för sent. Som en följd härav böra de ha en tendens att närmare slutåldern växa bättre än den observerade bonitetens bestånd.

Gruppen utmärkes av hög och anmärkningsvärt uthållig höjd- och volymtillväxt. Härtill kan den tidigare hämningen ha medverkat. Det är möjligt, att denna ökning i viss utsträckning beror på någon klimatändring, vars verkningar ännu ej utretts. Likväl torde det vara mera troligt, att ökningen framkallats av markprocesser, som ha engångskaraktär och sammanhänga med att de studerade bestånden utgöra första grangenerationen på platsen.

I detta läge synes det befogat, att den beräknade tillväxten höjes, dock icke så högt som till de senaste — efter materialinsamlingen gjorda — observa-



tionernas nivå. För närvarande bör endast ett steg i rätt riktning eftersträvas; det är möjligt, att ökningen bör fortsättas senare, då situationen klarnat mera.

Sammanfattning. Vi ha i alla grupper funnit skäl att under en övergångstid höja den beräknade tillväxten. I vissa fall ha dessa skäl närmast motiverat en ökning av höjdtillväxten, med indirekt verkan på volymen; i andra fall stöder resonemanget en direkt höjning av volymens tillväxtprocent, vilken kan approximativt genomföras genom höjning av medeldiameterns tillväxtprocent.

Då det här endast är fråga om en summarisk korrektion, anses det lämpligt, att den får samma form i alla sammanhang. Skälen för en korrektion äro starkast i Gran, Södra Sverige, planterad, och svagast i Tall, Södra Sverige, icke planterad. Emellertid torde även i detta avseende samma linje böra följas i de olika grupperna.

Vid bedömning av korrektionens form ligga två alternativ närmast till hands: proportionell höjning av  $R$  eller av  $p$ . Antag försöksvis

$$I \quad R' = 1.0 f R, \text{ varav}$$

$$p' = f R + p \dots\dots\dots (20.9.3)$$

$$II \quad p'' = F p \dots\dots\dots (20.9.4)$$

Om koefficienterna  $f$  och  $F$  avpassas så, att  $p'$  och  $p''$  få samma medelvärden, kommer tydligen  $p''$  att falla starkare än  $p'$ , då åldern ökas. Eftersom det behov att höja  $R$ , som framkommit i diskussionen, företrädesvis gällt utvecklingens senare delar, utgör detta ett skäl att föredraga  $p'$ .

Beträffande korrektionens storlek erinras därom, att hela ändringen ej slår igenom i resultatet. I tillväxtfunktionen ingår nämligen medeldiametern som variabel. Tillväxtprocenten minskas, då  $M$  stiger och därigenom bromsas den inledda ökningen.

Formeln 20.9.3 ger en föreställning om korrektionens övre gräns. Om för en femårsperiod  $p$  är  $= 5$ , blir  $R = 1.05$ . För  $f = 1$  är då  $p' = 6.05$ . Redan detta är en rätt kraftig korrektion. Om  $f$  i stället sättes  $= 2$ , blir  $f R = 2.10$  och  $p' = 7.10$ . Man tvekar inför en korrektion av denna storlek.

På grund av ovanstående valdes vid förbedömningen värdet  $f = 1$ , och faktorn  $R$  utbyttes överallt mot faktorn

$$R' = 1.01 R \dots\dots\dots (20.9.5)$$

## Kap. 21. Diameterutveckling

### 21.1. Inledning

Beståndsutvecklingen karakteriseras i första hand genom stamantalsutvecklingen. Man börjar med utgångsbeståndets stamantal och fördelar detta på utgångsklasser (se 4.3 och 17.4). Varje sådan  $\varphi$ -klass behålles som enhet under beståndets återstående liv. Något in- eller utväxande över klassgränserna äger ej rum.

Det är tydligt, att vi behärska hela beståndsutvecklingen om vi förmå följa utvecklingen i varje klass, sådan denna försiggår genom växelvis inverkan av gallring och tillväxt. För detta ändamål behöva vi för varje klass och vid varje gallringstillfälle bestämma dels stamantalet och dels de olika klassmedelstammar, som motsvara den aktuella frågeställningen. Formuleringen syftar på att klassmedelträden för diameter, grundyta, volym och värde icke sammanfalla. Att utreda denna fråga är emellertid ett tidsödande företag, som i detta sammanhang ej kunnat medhinnas. Grundytan, volymen och värdet ha därför provisoriskt beräknats för klassernas mittdiameterstammar. De så erhållna resultaten få framdeles korrigeras med hänsyn till de särskilda frågeställningarna. Frågan om beståndets diameterutveckling begränsas härigenom till en beräkning av  $\varphi$ -klassernas mittdiameterstammar vid varje gallringstillfälle och vid slutavverkningen.

### 21.2. Sambandet mellan senare diametrar $D$ och utgångsdiametrarna $d$

En i 11.3 återopad undersökning gav följande samband

$$D = a + bd \dots\dots\dots (21.2.1)$$

Å flertalet försöksytor var passningen mellan den räta regressionslinjen och materialet påfallande god. Denna iakttagelse lades till grund för produktionsundersökningens diameterberäkningar. Det förutsattes, att regressionslinjen skulle vara rak, och arbetet gick ut på att bestämma konstanterna i varje särskilt fall.

Enligt 11.6.2 och 11.6.3 är

$$a = (R - b) [Ms_2] \dots\dots\dots (21.2.2)$$

$$\text{och} \quad b = \varrho \cdot \frac{\sigma_{s1}}{[\sigma_{s2}]} = \varrho \cdot r. \dots\dots\dots (21.2.3)$$

Korrelationskoefficienten  $\varrho$  i 21.2.3 måste beaktas, så länge det är fråga om en samling observationer, såsom i tabell 11.6.1. I produktionsundersökningen ha vi emellertid antagit, att diametrarna utvecklats enligt 11.3.1. Alla sökta punkter ligga då på regressionslinjen, varav följer, dels

$$\varrho = 1. \dots\dots\dots (21.2.4)$$

och dels, att fördelningens form icke ändras genom tillväxt, varav

$$r = \frac{\sigma s I}{[\sigma s 2]} = \frac{\sigma_1' \sigma n I}{[\sigma_2' \sigma n 2]} = \frac{\sigma n I}{[\sigma n 2]} \dots\dots\dots (2I.2.5)$$

Härav fås i vårt fall

$$b = r = \frac{\sigma n I}{[\sigma n 2]} \dots\dots\dots (2I.2.6)$$

I det följande reserveras beteckningarna  $a$  och  $b$  för uttryck, som avse ändringen under en tillväxtperiod, utan mellankommande gallring. Där sambandet omfattar flera tillväxtperioder, såsom i 2I.2.I, användas beteckningarna  $A$  och  $B$ .

För produktionstabellerna hade utvecklingen kunnat beräknas steg för steg, alltså med  $a$  och  $b$ . Emellertid har jag föredragit, att vid varje gallringstillfälle falla tillbaka på utgångsdiametrarna, varför konstanterna betecknats  $A$  och  $B$ .

Sambandet mellan enkla och sammansatta perioder framgår av följande uppställning, där utgångsdiametrarna betecknas  $D_0$ . Vid en serie tillfällen är

$$D_1 = a_1 + b_1 D_0 = a_1 \qquad \qquad \qquad + b_1 D_0$$

$$D_2 = a_2 + b_2 D_1 = a_2 + a_1 b_2 \qquad \qquad \qquad + b_1 b_2 D_0$$

$$D_3 = a_3 + b_3 D_2 = a_3 + a_2 b_3 + a_1 b_2 b_3 \qquad \qquad \qquad + b_1 b_2 b_3 D_0$$

$$D_4 = a_4 + b_4 D_3 = a_4 + a_3 b_4 + a_2 b_3 b_4 + a_1 b_2 b_3 b_4 + b_1 b_2 b_3 b_4 D_0$$

$$\frac{D_4}{P_4(b)} = \frac{a_4}{P_4(b)} + \frac{a_3}{P_3(b)} + \frac{a_2}{P_2(b)} + \frac{a_1}{P_1(b)} + D_0$$

$$D_4 = a_4 + a_3 \frac{P_4(b)}{P_3(b)} + a_2 \frac{P_4(b)}{P_2(b)} + a_1 \frac{P_4(b)}{P_1(b)} + P_4(b) D_0$$

$$\text{Härav} \quad A_4 = a_4 + a_3 \frac{P_4(b)}{P_3(b)} + a_2 \frac{P_4(b)}{P_2(b)} + a_1 \frac{P_4(b)}{P_1(b)},$$

$$B_4 = P_4(b) \dots\dots\dots (2I.2.7)$$

och

$$D_4 = A_4 + B_4 D_0 \dots\dots\dots (2I.2.8)$$

### 2I.3. Regressionskoefficienterna $b$ och $B$

I ett tidigare stadium av detta arbete sökte jag beräkna  $r$  på samma sätt som  $R$ , alltså genom en fristående regressionsfunktion, som härleddes direkt ur materialet (jfr II.6). Försöket utföll icke lyckligt. Det visade sig svårt eller kanske omöjligt att vid detta arbetssätt samordna de båda faktorerna på ett tillfredsställande sätt. På grund härav övergick jag till att bestämma endast  $R$  genom regression. Sedan erhöles  $r$  genom att studera denna faktors relationer till  $R$ .

I tabell 11.6.1 visas ett vackert exempel på sambandet mellan  $\frac{r}{R}$  och de på försöksytorna använda låggallringsgraderna. Man får härav ett starkt intryck, att fortsatt forskning i denna riktning bör bli givande. Emellertid anser jag icke, att frågan ännu är mogen för detaljtillämpning. Dels är det oklart, i vilken mån de framkomna kvoterna sammanhånga med låggallringsmomentet eller med genomgallringsmomentet, och dessutom uppträda även här svårigheter, som bero på den korta observationstiden.

På grund härav har jag stannat för den provisoriska lösningen att hålla  $\frac{r}{R}$  konstant vid ett antaget värde. Vid valet av detta värde lämna förestående formler ett visst stöd. Här erinras, att produktionstabellerna handla om sannolika tillstånd, uttryckta genom punkter på regressionslinjerna, varför i detta fall  $b$  är  $r$  (jfr 21.2.8).

Om i 21.2.1 konstanten  $a$  sättes = 0, få alla diametrar samma tillväxtprocent. Detta stämmer ej med erfarenheten. Det är en vanlig iakttagelse, att de minsta stammarna ha större tillväxtprocent. I sådana fall måste  $a$  vara positivt.

Det skall emellertid ej förnekas, att man vid regelrätt utjämning kan erhålla negativt  $a$ . Vanligen betraktas ett sådant resultat som ett tecken på att regressionen bort vara krokig. I varje fall kunna stora negativa värden på  $a$  ej accepteras, då de lätt leda till orimliga konsekvenser.

Vid vår provisoriska bedömning av  $b$  uppställa vi därför kravet att  $a$  skall vara positivt. Detta villkor kan enligt 21.2.2 skrivas

$$b < R \dots \dots \dots (21.3.1)$$

I tab. 11.6.1 är flertalet av redovisade  $\frac{r}{R} > 1$ . Men enligt 11.6.3 är  $\frac{b}{R} < \frac{r}{R}$  varför antagandet 21.3.1 ej behöver strida mot tabellen. I frågans nuvarande läge böra emellertid de relativt höga tabellkvoterna utgöra ett skäl att ej sänka  $\frac{b}{R}$  alltför mycket under 1.

Enligt 20.9.3 har på anförda skäl  $R$  utbytts mot  $R' = 1,01 R$ . Sedan denna korrektion införts även här, avsåg bedömningen kvoten  $\frac{b}{R'}$ . Efter några alternativa försök valdes relationen

$$b = 0,96 R' \dots \dots \dots (21.3.2)$$

Sedan  $b$  bestämts för varje tillväxtperiod, beräknas fortlöpande produkten  $P(b)$ , vilken enligt 21.2.9 är regressionskoefficient för den sammansatta utvecklingen från utgångsbeståndet till det ifrågavarande tillfället.  $P(b)$  betecknas i dylika sammanhang med  $B$ .

### 21.4. Stympningsgränsen $\alpha$

Denna gräns definieras i 9.3 och diskuteras i 12.4. Så länge fördelningen är stympad är stympningsgränsen  $\alpha$  samtidigt fördelningens undre gräns. I detta utvecklingsskede rubbas gränsen ej genom gallring. Sedan fördelningen blivit normal, flyttas däremot undre gränsen åt höger genom låggallring. Emellertid förlägges  $\alpha$  även i fortsättningen — av skäl, som framhållas i 12.4 och 12.5 — till den förutvarande stympningsgränsen. Under denna förutsättning gäller det allmänt, att  $\alpha$  ej ändras genom gallring. I enlighet härmed utvecklas  $\alpha$  enbart genom tillväxt. Vi få för en period

$$\alpha = a + b [\alpha] \dots\dots\dots (21.4.1)$$

Enligt 21.2.2. och 21.3.2 är

$$a = (R' - b) [Ms_2] = 0,04 R' [Ms_2], \dots\dots\dots (21.4.2)$$

varav

$$\begin{aligned} \alpha &= R' \{0,04 [Ms_2] + 0,96 [\alpha]\} \\ &= R' C \dots\dots\dots (21.4.3) \end{aligned}$$

Sätt

$$\begin{aligned} q &= \frac{b}{R'}. \text{ Då blir generellt} \\ \alpha &= R' \{(1 - q) [Ms_2] + q [\alpha]\} \dots\dots\dots (21.4.4) \end{aligned}$$

### 21.5. Sammansatt utveckling

Enligt 21.2.8 är vid sammansatt utveckling

$$D_4 = A_4 + B_4 D_0 \dots\dots\dots (21.5.1)$$

I detta uttryck kan  $A_4$  byggas upp som en summa enligt 21.2. Man kommer emellertid lättare till målet genom att använda en ekvation, som är ett specialfall av 21.5.1, nämligen

$$\alpha_4 = A_4 + B_4 \alpha_0 \dots\dots\dots (21.5.2)$$

varav

$$A_4 = \alpha_4 - B_4 \alpha_0 \dots\dots\dots (21.5.3)$$

### 21.6. Beräkning av $A$ och $B$

De beräkningar, som diskuterats i detta kapitel, redovisas i en tablå, vars slutmål är att leverera alla erforderliga konstanter  $A$  och  $B$ . Där är enligt 21.2.7

$$B = P(b)$$

och enligt 21.5.3

$$A = \alpha - B\alpha_0.$$

Vid tablåns utarbetande är det viktigt, att gallringsintervallets längd iakttages. Gallringsprogrammets definitioner av de olika momenten (t. ex.

L5G10) avse alltid fem års intervall. Om intervallet i stället skall vara tio år, utföres t. ex. första gallringen så, att  $P(u')$  och  $P(\psi')$  erhålla de värden, som enligt grundtabellen skola uppnås genom andra gallringen (jfr 16.3 och 18.2).

Ett exempel på en beräkning enligt förestående återfinnes i metodbilagan M27. Den avser Tall, Norra Sverige, icke planterad,  $h_{100} = 20$ , gallringsprogram L5G10, 10.

### 21.7. Diametertablå

Med hjälp av de värden å  $A$  och  $B$ , som erhållits enligt 21.6, kunna vi upprätta en diametertablå, där  $\varphi$ -klassernas mittdiametrar angivas vid varje gallringstillfälle. En sådan tablå visas i metodbilagan M 28. Den avser samma typfall, som ligger till grund för den i 21.6 åberopade bilagan M 27.

Över tabellen äro införda vissa bestämmningar, som påverka diameterberäkningen, nämligen  $\varphi_0$ ,  $\sigma n_0$  och  $\alpha_0$ . Ur dessa värden har uträknats  $L_0 = \alpha_0 + \varphi_0 \sigma n_0$ . Fördelningens bas vid utgångsläget är  $L_0 - \alpha_0 = \varphi_0 \sigma n_0$ . Vid uppdelningen på 12 klasser blir klassvidden  $= \frac{\varphi_0 \sigma n_0}{12}$ . Första klassmitten

ligger en halv klassvidd till höger om  $\alpha_0$ . Därefter följa övriga klassmitten med klassvidden som intervall. Slutligen lägges för kontroll en halv klassvidd till sista klassmitten. Summan blir  $= L_0$ .

På detta sätt slås alla klassmitten i ström på maskinen, sedan den första klassmitten uträknats. De erhållna mittdiametrarna, som alla avse utgångsläget, införas på raden  $d_0$  i tabellhuvudet. De äro uttryckta i centimeter.

Själva tabellen består av två rader för varje gallringsålder. På den första multipliceras utgångsdiametrarna med konstanten  $B$  enligt 21.6 och på den andra raden ökas produkten med konstanten  $A$  enligt samma avsnitt. De så beräknade mittdiametrarna avse tillstånd efter gallringen.

Vi ha förut noga skilt på medeldiametrar före gallringen och efter gallringen. En sådan skillnad har icke gjorts inom  $\varphi$ -klasserna. Förutsättningen härför är, att de stammar, som utgallras i en  $\varphi$ -klass, äro genomsnittligt lika grova som de kvarställda i samma klass. Denna fråga diskuteras närmare i kap. 24.

## Kap. 22. Höjdutveckling

### 22.1. Inledning

Sedan mittdiametrarna bestämts i alla  $\varphi$ -klasser vid alla tillfällen, blir det vår närmaste uppgift att beräkna de höjder, som svara mot dessa diametrar. Till grund härför lägges den höjdkurva, som NÄSLUND utarbetat i samband

med primärbearbetningen av denna undersöknings tallmaterial (NÄSLUND, 1936). Funktionen har följande utseende:

$$y - 1,3 = \frac{x^2}{(a + bx)^2} \dots\dots\dots (22.1.1)$$

Den skrivs alternativt

$$\frac{1}{\sqrt{y - 1,3}} = \frac{a}{x} + b \dots\dots\dots (22.1.2)$$

Konstanterna  $a$  och  $b$  ha av NÄSLUND beräknats för varje element genom regressionsanalys (jfr NÄSLUND, 1936, Tab. III).

## 22.2. Konstruerad höjdkurva

Vid byggandet av en produktionstabell måste en höjdkurva konstrueras för varje tillfälle. Därvid är en punkt på kurvan känd, nämligen den övre höjden  $h_{3\sigma}$ , alltså höjden vid den diameter, som utgör stamfördelningens övre gräns  $L$ . I övrigt måste kurvan beräknas med stöd av erfarenhet, som inhämtats på annat sätt.

För detta ändamål insätts beteckningarna för övre höjden i 22.1.1, nämligen  $h_{3\sigma} = y$  och  $L = x$ . Sedan det visat sig, att exponenten 2 närmast är knuten till tallen, ersättes den med beteckningen  $n$ . De sökta konstanterna kallas  $A$  och  $B$ . Vi införa  $C = \frac{A}{B}$ . Formeln för övre höjden blir då

$$h_{3\sigma} - 1,3 = \frac{L^n}{(A + BL)^n} = \frac{1}{B^n} \cdot \frac{L^n}{(C + L)^n}$$

Antag 
$$K = B (h_{3\sigma} - 1,3)^{\frac{1}{n}} = \frac{L}{C + L} \dots\dots\dots (22.2.1)$$

Härav 
$$B = \frac{K}{(h_{3\sigma} - 1,3)^{\frac{1}{n}}} \dots\dots\dots (22.2.2)$$

och 
$$C = \frac{(1 - K) L}{K},$$

varav 
$$A = BC = \frac{(1 - K) L}{(h_{3\sigma} - 1,3)^{\frac{1}{n}}}$$

Vi definiera 
$$A = A' L \dots\dots\dots (22.2.3)$$

och få 
$$A' = \frac{1 - K}{(h_{3\sigma} - 1,3)^{\frac{1}{n}}} \dots\dots\dots (22.2.4)$$

### 22.3. En parentes

Enligt det föregående har storheten  $L$ , som uttrycker stamfördelningens övre gräns, en avgörande betydelse vid beräkning av den övre höjden. Genom åsiktsförskjutningar, som knappast kunna undvikas vid framträngande på nya områden, har emellertid definitionen av  $L$  måst ändras under arbetets gång, vilket påverkat höjdberäkningen. Tre definitioner ha förekommit, som med våra nuvarande beteckningar kunna formuleras sålunda:

I.  $L = Ms + 3\sigma s$ . Det är detta uttryck, som använts av NÄSLUND (1936). Formuleringen, som ursprungligen föreslagits av mig, är missvisande i sneda fördelningar. Under ifrågavarande tid (1920-talet) hade man visserligen intresse för dessa fördelningstyper, men något för oss lämpligt sätt att i sådana fall bestämma den övre gränsen fanns veterligen icke. Definitionen betraktades som ett steg i rätt riktning.

II.  $L = Mn + 3\sigma n$ . Detta är  $\varphi$ -systemets lösning (jfr kap. 17). Den är riktig, men för att minska arbetet infördes antagandet, att utgångsfördelningens undre gräns låg i diameterskalans nollpunkt. Som en följd härav blev  $L = \varphi\sigma n$ .

III. Samma grundläggande definition som i II, men utan fastläggande av utgångsfördelningens undre gräns. Då blev  $L = \alpha + \varphi\sigma n$ . Denna formulering har använts i produktionstabellerna. Härifrån gjordes dock ett undantag, då vissa regressionsfunktioner, som utarbetats enligt II, för tids vinnande tillämpades även i III. Vi återkomma härtill i 22.4.

I alla tre fallen bestämdes stamfördelningens övre gräns av en medeldiameter plus tre gånger motsvarande medelavvikelse. På grund härav fick gränsdiametern beteckningen  $d_{3\sigma}$  och beståndets övre höjd, alltså höjden i  $d_{3\sigma}$ , beteckningen  $h_{3\sigma}$ . Senare har  $d_{3\sigma}$  ersatts med  $L$ .

### 22.4. Bestämning av $A'$ och $B$

Enligt 22.2 kunna  $A'$  och  $B$  bestämmas, om vi känna  $K$ . På grund härav beräknades  $K$  vid en tidigare bearbetning genom enkla regressioner, där  $b(h_{3\sigma} - 1,3)^{\frac{1}{n}}$  var beroende variabel och  $h_{3\sigma}$  var oberoende variabel. Konstanterna  $b$  hämtades för tallen från NÄSLUNDS i 22.1 åberopade Tab. III, medan de för gran i södra Sverige beräknades direkt ur materialet. Vidare var  $h_{3\sigma}$  höjden i  $L$  enligt definition II (se 22.3) och  $n$  sattes efter försök = 2 för tall och 3 för gran. Genom dessa funktioner erhöles i varje bearbetningsgrupp en tabell, där  $K$  angavs för olika värden på  $h_{3\sigma}$ . Ur  $K$  härleddes enligt 22.2 motsvarande värden på  $A'$  och  $B$ .

Då bearbetningen sedermera ersatte bestämningen av  $L$  enligt definition II med bestämning enligt definition III, alltså med  $\alpha$ , borde de nämnda regres-



sionerna och tabellerna helst ha omarbetats. Emellertid var tiden knapp och skillnaden i slutresultaten bedömdes som liten. Tabellen har tillsvidare be- hållits och redovisas i tabellbilagan som H 10.

Eftersom användbart material saknas i Gran, Norra Sverige, är denna grupp icke representerad i tabell H 10. I nödfall torde konstanterna för Tall, Norra Sverige, kunna tillämpas.

## 22.5. Höjdberäkning

Vi övergå nu till  $\varphi$ -klassernas höjder  $h$  vid olika tillfällen. Antag, att ut- gångsåldern är 38 år. Övre höjden  $h_{3\sigma}$  vid detta tillfälle erhålles genom inter- polation i tabell H 3a. Mot detta  $h_{3\sigma}$  svarande  $A'$  och  $B$  interpoleras i tabell H 10. Övre gränsdiametern  $L$  och mittdiametrarna  $d$  framgå av diameter- tablån. Vi få i varje klass

$$\frac{1}{(h - 1,3)^n} = \frac{A'L}{d} + B, \dots\dots\dots (22.5.1)$$

varav  $h$ .

Därefter fortsättes på samma sätt för övriga tillfällen.

# Kap. 23. Volymutveckling

## 23.1. Inledning

Kap. 21 och 22 utmynna i tablåer, som från olika synpunkter beskriva be- ståndsutvecklingen i en produktionstabell. I kap. 21 sökas mittdiametrarna i alla  $\varphi$ -klasser vid alla tillfällen och i kap. 22 beräknas de mot dessa diametrar svarande höjderna. Därmed har möjlighet vunnits att bestämma mittstam- marnas volymer enligt NÄSLUNDS mindre funktioner med därtill hörande ta- beller (NÄSLUND, 1934, 1940 och 1947). I de citerade arbetena har NÄSLUND även framlagt volymfunktioner, som utom diametern och höjden även inne- hålla barkprocenten vid brösthöjd och kronförhållandet. För dessa funktioner ha hjälptabeller publicerats av NÄSLUND och HAGBERG (1950 och 1952). Det skulle givetvis vara fördelaktigt, om de större funktionerna kunde användas i produktionstabellarbetet. Men i så fall måste — utom diametern och höjden — även barkprocenten vid brösthöjd och kronförhållandet beräknas för mitt- stammarna i alla  $\varphi$ -klasser vid alla tillfällen. Därvid stöter man på en del pro- blem, som ännu äro olösta. Emellertid har den enklare vägen valts i före- liggande undersökning.

### 23.2. Med eller utan bark

Då i mitt material alla diametrar räknats på bark skulle det legat närmast till hands att redovisa även volymerna på bark. Häremot talade, att undersökningen hela tiden syftat till beräkning av värden, och för detta ändamål behövdes volymen under bark. Det återstod endast att avgöra, om volymen på bark skulle beräknas dessutom.

Från produktionsforskningens egna synpunkter fanns knappast något skäl härför. Målet för dessa arbeten var att åstadkomma jämförelser mellan typfall, där behandlingen var olika, men övriga förutsättningar voro lika. Det var ej troligt, att ändring av jämförelseparets gemensamma barktyp skulle leda till annan rangordning mellan behandlingstyperna.

Däremot fanns ett konventionellt motiv för att medtaga volymerna på bark. Praktiken var van vid dessa siffror och önskade behålla dem. På grund härav skulle jag gärna ha kompletterat tabellerna med volymer på bark, men tiden medgav ej detta. Som en kompromiss meddelas barkkvoten mellan volymer på och under bark i metodbilagen M 35.

### 23.3. Beräkning av volymen under bark

Som första steg i detta arbete beräknades funktioner för sambandet mellan dubbla barktjockleken och diametern på bark. Därvid använde vi samma material och samma uppdelning på fyra grupper, som ligga till grund för NÄSLUNDS tabeller. Funktionerna återfinnas i bilagan »Funktioner» under numren F 1.5, F 3.5, F 5.5 och F 8.5.

Därefter upplades en hjälptabell för var och en av de fyra grupperna (Tall i Norra och Södra Sverige samt Gran i Norra och Södra Sverige). Som ingångar användes diametern på bark, uttryckt i hela centimeter, och höjden, uttryckt i hela meter. Med hjälp av barkfunktionerna omfördes alla ingångsdiametrar till mått under bark. Dessa diametrar insattes jämte höjden i NÄSLUNDS volymfunktioner under bark. De så erhållna volymerna uppfördes i hjälptabellerna, som alltså visade volymen under bark för kombinationer av höjd och diameter på bark. Dessa tabeller gjorde god tjänst i produktionsundersökningen, där barkfunktionerna voro givna. I andra arbeten vill man ofta variera barkfunktionen, vilket utesluter tillämpning av mina tabeller. På grund härav ha dessa ej publicerats här.

Vare sig man använder NÄSLUNDS tabeller eller min omformning av dessa kan följande vara av intresse. Tabellernas ingångar äro såsom nämnts, uttryckta i hela centimeter och meter. Vid volymberäkning i en produktions-tabell förekommer åtminstone en decimal i såväl diametern som höjden. Här fordras alltså dubbel interpolation. Denna verkställes bekvämt enligt det schema, som visas i bilagan M 29.

### 23.4. Beräkning av formkvoten

Med formkvot förstås här förhållandet mellan diametrarna vid 60 och 20 procent av trädets höjd, alltså  $\frac{d_{60}}{d_{20}} = F$  (jfr EDGREN och NYLINDER, 1949—1950). Detta begrepp skall av oss användas först då vi övergå till stammarnas aptering och värdering, och det tillhör därför strängt taget ej denna publikation. Emellertid hänger formkvotens beräkning så nära samman med volymberäkningen, att ett kort omnämnande torde vara på sin plats.

Beräkningen av formkvoten grundades på samma diametrar på och under bark och samma höjder, som användes för volymtabellen. I stället för NÄSLUNDS mindre funktioner för volymen under bark tillämpades i detta fall hans motsvarande formtalsfunktioner. Härigenom erhöles formtalen under bark för kombinationer av höjd och diameter på bark

Dessa formtal användes som stöd vid beräkning av formkvoterna. De av mig utarbetade regressionsfunktioner, som åberopats av EDGREN och NYLINDER i deras Tab. 8, innehålla som beroende variabel formkvoten och som oberoende variabler höjden, diametern under bark och formalet under bark.

Med hjälp av dessa funktioner utarbetades en formkvotstabell med samma ingångar som volymtabellen. Liksom denna var även formkvotstabellen knuten till produktionsundersökningens speciella barkfunktioner, varför publicering ej ansetts motiverad. För uppgifter, där barkfunktionen avviker från mina, äro EDGREN och NYLINDERS tabeller de lämpligaste. Båda metoderna kräva dubbel interpolering, som med fördel utföres enligt M 29, helst i samband med volymberäkningen.

## Kap. 24. Individuellt urval

### 24.1. Inledning

Vid låggallring uttagas träd, vilkas medeldiameter är mindre än beståndets medeldiameter. Följaktligen ökas denna genom själva gallringen, vilket något oegentligt blivit kallat oäkta tillväxt. Dessa språng i medeldiameterens utveckling behärskas fullständigt genom  $\varphi$ -systemet, och de ha ej vållat besvär i denna undersökning.

På samma sätt ökas medeldiametern i varje  $\varphi$ -klass genom låggallring. Även denna ändring kan beräknas enligt  $\varphi$ -systemet, ehuru med mer arbete än för hela fördelningen. Denna möjlighet har dock ej behövt tillgripas, då undersökningen är byggd på  $\varphi$ -klassernas mittdiametrar.

I dessa två fall ha uttagen karakteriserats genom ändring av stamfrekvensen i diameterklasser. Det som åsyftas i detta kapitel är något annat. Vi önska klargöra verkningarna av ett individuellt urval bland träd med samma diameter.

## 24.2. Urvalets verkningar

De gallringsprogram, som provas i produktionstabeller, äro definierade genom regler för stamantalets minskning i diameterklasser. Vid varje gallringstillfälle och i varje diameterklass, absolut eller relativ, uttages en viss, enligt dessa regler bestämd kvot av stamantalet. Däremot säger programmet intet om valet av de träd, som skola uttagas.

Med tanke på den omsorg, som i skogsvården ägnas åt det individuella urvalet, kan denna brist synas betänklig. Låt oss därför närmare jämföra produktionstabellen med de försöksytor, på vilka den stöder sig. Vid gallring av försöksytorna har man eftersträvat att ställa kvar de ur alla synpunkter bästa och bäst placerade stammarna. Detta urval har haft verkningar både för de utgallrade träden och för de kvarställda.

Beträffande de avverkade träden ha tillväxtförmågan och placeringen ingen betydelse. I den mån urvalet bestämts av dessa faktorer kan det saklöst förbises vid beräkning av gallringsvirket. Däremot finnas stammar, som utgallras på grund av krökar, röta och andra kvalitetsfel. Sådana stammar ha ungefär samma volym som diameterklassens genomsnitt, men deras värde kan vara mycket lägre. Negligerandet av dessa urvalsorsaker har till följd att tabellens gallringsvärden bli mer eller mindre för höga. Det bör emellertid observeras, att förekomsten av kvalitetsfel är ovanligt låg på försöksytorna. För de beståndstyper, som produktionstabellerna representera, kan denna urvalseffekt betraktas som obetydlig.

Däremot har urvalet otvivelaktigt stort inflytande på beståndets fortsatta utveckling. Det påverkar försöksytorna och därigenom de tillväxtfunktioner, som härledas ur ytorna. På detta sätt överföras den individuella granskningens resultat till produktionstabellerna, som följaktligen representera ett urval av samma grad som det på försöksytorna tillämpade. I och för sig ligger detta urval på en mycket hög nivå, men tyvärr begränsas dess verkningar av den korta observationstiden. Emellertid torde tabellerna få anses förutsätta ett fullt normalt individuellt urval.

## **V. Homogena bestånd. Metodik**

### **Kap. 25. Undersökningens uppläggning**

#### **25.1. Inledning**

Hela den föreliggande undersökningen handlar om homogena bestånd. I kapitlen 9 t. o. m. 24 ha vi studerat detaljer av sådana bestånds utveckling. Vi övergå nu till att betrakta de totala utvecklingsförlopp, som uppkomma genom samverkan mellan detaljförloppen. Därvid ägnas kapitlen 25 t. o. m. 29 åt homogena bestånd.

Det ligger i sakens natur, att framställningen i de återstående kapitlen, alltså f. o. m. kap. 25, måste bli mera resonerande än i de kapitel, som syssla med beräkningsmetoder. Jag föreställer mig, att det finns läsare, som intressera sig för tankegången, men icke för detaljerna. Man kan vänta, att sådana läsare gå förbi större eller mindre delar av de föregående kapitlen och börja den sammanhängande läsningen med kap. 25. Med tanke härpå ha åtskilliga i tidigare kapitel anförda synpunkter, som ansetts ha betydelse för de allmänna resonemangen, inarbetats i den följande framställningen.

#### **25.2. Målsättning**

Den skogliga produktionsforskningen syftar till att lära känna skogsbeståndens utveckling och avkastning under olika naturliga betingelser och vid olika behandling. Eftersom virkesskörden från ett bestånd utfaller dels genom gallringar under utväxandet och dels genom slutavverkning, och då slutavverkningens storlek och sammansättning är beroende av gallringarnas storlek och sammansättning, är det nödvändigt att betrakta hela utvecklingsförlopp ända fram till slutavverkningen. Den utvecklingstid, som sålunda behöver överblickas, omfattar åtskilliga decennier och den uppnår ofta hundra år.

För den skogliga produktionsforskningen är det av stort värde, om den har tillgång till observationer och beskrivning av sammanhängande utvecklingsförlopp, vilka helst böra begynna något före den ålder, då första gallringen vanligen utföres, och sträcka sig något längre än till vanlig slutålder. På grund av den långa observationstiden måste dylika arbeten anförtros åt permanenta institutioner.

I vårt land svarar Statens skogsforskningsinstitut bland mycket annat för insamling och bearbetning av produktionsmaterial. Under åren 1902—1925 anlade institutet ett stort antal försöksytor, vilka emellertid — på grund av inriktning mot delvis andra mål än de här uppställda — fördelades på alla åldrar. Tidigt påbörjade gallringsserier blevo därför fåtaligt representerade.

Emellertid närma sig några av de först anlagda ytorna i södra Sverige nu det stadium, som motsvarar begreppet »helt utvecklingsförlopp». I Norrland dröjer det flera årtionden, innan vi komma så långt. Den föreliggande undersökningen har varit helt hänvisad till att arbeta med korta utvecklingsfragment. Av olika skäl, till vilka vi återkomma, torde detta arbetssätt bli dominerande även i framtiden. Trots detta har föreställningen om hela utvecklingsförloppet en grundläggande betydelse för produktionsforskningen. Vi löpa mindre risk att feltolka de korta fragmenten, om vi städse tänka på hela utvecklingen.

Emellertid motsvara de verkliga utvecklingsförloppen icke fullt vad vi söka. De redovisa i detalj den utvecklingsgång, som i förfluten tid blivit en följd av verklighetens skiftande förutsättningar. Produktionsforskningens resultat äro däremot avsedda för tillämpning framåt, och beträffande framtiden kunna vi blott bedöma den sannolika utvecklingen av typfall. Våra observationer i verkliga skogsbestånd måste därför generaliseras till typfall. Dessa redovisas genom produktionstabeller.

### 25.3. Typfall

Ett äkta typfall är grundat på observationer, som utgöra dess material. Vår definition av typfallet kan därför börja med en definition av materialet.

Föreliggande tabeller bygga på försöksytor, som anlagts över hela landet i homogena bestånd. Vid bearbetningen har materialet fördelats på åtta schematiskt avgränsade grupper, nämligen:

Grupp	I	Tall	Norra	Sverige	icke planterad
»	II	»	»	»	planterad
»	III	»	Södra	Sverige	icke planterad
»	IV	»	»	»	planterad
»	V	Gran	Norra	Sverige	icke planterad
»	VI	»	»	»	planterad
»	VII	»	Södra	Sverige	icke planterad
»	VIII	»	»	»	planterad

Som synes lämna dessa grupper plats för alla homogena bestånd av tall eller gran i Sverige. Emellertid har frekvensen varit mycket olika. Endast i grupperna I, III och VIII har materialet räckt till för självständig bearbetning, medan andra utvägar måst tillgripas för övriga grupper (jfr 3.4).

De åtta grupperna äro alltså materialklasser. Genom att varje typfall tillhör en bestämd materialgrupp, överföres dennas definition till typfallet såsom primärt villkor.

Materialgrupperna utgöra enheter vid den statistiska bearbetningen. Därvid undersökes varje grupp genom regressionsanalys av samband, som ha betydelse för tabellarbetet. På detta sätt erhållas sambandsfunktioner,

vilka gälla för hela gruppen. I förhållande till gruppens typfall betrakta vi funktionerna som sekundära villkor.

Slutligen definieras enskilda typfall dels genom gruppens primära och sekundära villkor och dels genom för typfallet gällande tertiära villkor, såsom boniteten, klimatet, utgångslägets grunddefinition och gallringsprogrammet.

#### 25.4. Sannolik utveckling

Ett bestånds utveckling bestämmes av utgångstillståndet samt av gallringen och tillväxten, vilka ingripa i förloppet växelvis. Vid utarbetandet av produktionstabeller få vi att göra med utgångsbestånd, som äro sannolika eller valda; gallringar, vilka likaledes äro sannolika eller valda, och tillväxter, som äro sannolika, men aldrig valda.

Vi stanna ett ögonblick vid begreppet sannolik. Det finns givetvis ingenting, som är sannolikt i största allmänhet, utan ett sådant omdöme måste bygga på vissa förutsättningar. Om det frågas efter sannolik tillväxt måste vi få veta, vilken tillväxt det gäller, exempelvis ökning i diameter, höjd eller volym, vad det är som växer, såsom självsådd tall i norra Sverige, bonitet  $h_{100} = 20$  osv., och vilka särskilda förhållanden, som väntas påverka denna tillväxt.

Den sannolika tillväxten kan med växlande grad av säkerhet bestämmas genom undersökning. Därvid beräknas sambandet mellan en beroende variabel, t. ex. medeldiameterens tillväxt under fem år, och ett antal oberoende variabler, som jämte vissa gruppdefinitioner (jfr 25.3) ange tillväxtens förutsättningar. Sambandsberäkningen sker genom regressionsanalys, vilken utförligt beskrivits i kap. 6. Vi förbigå själva beräkningen, men fastslå, att den resulterar i utjämningsfunktioner, med vilkas hjälp den beroende variabelns sannolika värde kan approximativt beräknas för varje kombination av oberoende variabler.

Man får en föreställning om sambandets karaktär genom att något modifiera föregående exempel. Där representeras materialets förutsättningar av punkter. Om de oberoende variablerna i stället tänkas klassindelade, kommer varje försöksyta att tillhöra en klassdefinierad undergrupp, som, därest materialet är stort, kan inrymma observationer från ett flertal försöksytor. Dessa ha samma gruppdefinition och deras oberoende variabler äro nästan lika, men i övrigt kunna de variera fritt. Av tillväxtobservationerna inom en sådan undergrupp beräknas medelvärde och spridningen. På statistiska grunder betrakta vi medelvärde som en uppskattning av undergruppens sannolika tillväxt. Med hjälp av spridningen kan uppskattningens säkerhet beräknas.

Vi återgå till utjämningsfunktionen. Dess resultat kunna avvika från materialpunkterna eller, om vi förutsätta klassindelning, undergruppernas medelvärden av den beroende variabeln. Utjämnningen, som är ett ofrånkomligt led i analysen, har både goda och dåliga sidor. Den innebär förbättringar, då den borttager tillfälliga avvikelser från de rätta gruppmedeltalen. Däremot blir utjämnningen skadlig, om den medför systematiska avvikelser från de sanna värdena. Dylika avvikelser, vilka uppkomma genom funktionens stelhet, äro mer eller mindre oundvikliga. Det är vår uppgift att begränsa dem så mycket som möjligt.

Det här förut förda resonemanget gällde beräkning av en sannolik tillväxt. Emellertid framgår av 25.4, första stycket, att produktionsforskningen också måste syssla med sannolika tillstånd (utgångsbestånd) och annan sannolik tillståndsändring än genom tillväxt (gallring). Båda dessa fall förekomma i självsådda bestånd, där såväl utgångsbeståndets sammansättning som den hela livet fortgående självgallringen bestämmes av naturliga processer, varför de icke kunna väljas fritt.

Begreppet sannolikt utgångsbestånd kan förekomma även i kulturbestånd. Antag en samling bestånd, som på ståndorter av visst slag planterats enligt ett visst program. I ett sådant fall blir utgångsbeståndets sammansättning beroende av en naturlig utveckling från planteringsåret till gallringens utgångsålder.

Exemplen kunna mångfaldigas. Vid behandling av dylika problem användes i tillämpliga delar samma metodik, som beskrivits för tillväxten.

Vi återkomma i det följande till olika sidor av dessa beräkningar. Här skall endast framhållas, att undersökningens möjligheter starkt begränsas av materialet. På grund härav är det angeläget, att materialinsamlingen och den blivande bearbetningen planläggas samtidigt.

Beträffande den föreliggande undersökningen har detta önskemål ej kunnat beaktas. Under den tid, då försöksytorna anlades och gallringsprogrammen utformades, var den nu använda bearbetningsmetoden ännu ej påtänkt. Detta förhållande har medfört vissa motsättningar i framställningen. Å ena sidan har det ansetts önskvärt att i stora drag meddela, hur bearbetningen faktiskt utförts. Men å andra sidan måste det på något längre sikt anses viktigare, att frågan om den bästa uppläggnings av en sådan undersökning blir såvitt möjligt klarlagd. På grund härav har principlösningen i regel behandlats först. Då större avvikelser härifrån förekommit i den faktiska undersökningen har detta påpekats.



### 25.5. Homogena och heterogena bestånd

Av rubriken till del V framgår, att framställningen begränsats till homogena bestånd. Såsom närmare utvecklats i 3.3 förstås därmed likåldriga, rena bestånd med jämn ytfördelning, allt taget med vissa toleranser, som visat sig nödvändiga vid anläggningen av försöksytor. I den föreliggande undersökningen har begränsningen till homogena bestånd varit självfallen, eftersom det tillgängliga materialet bestått av observationer i sådana bestånd. Men även principiellt måste det anses lämpligt, att produktionsforskningens metodik i första hand anpassas till dylikt material. Det blir en senare fråga att utsträcka de därvid vunna erfarenheterna till de icke homogena, alltså de heterogena bestånden. Därvid uppkommande metodfrågor beröras i del VI.

Eftersom de homogena bestånden upptaga endast en ringa del av våra skogsmarker kan det synas orealistiskt att så mycket syssla med dem. Ett skäl är emellertid närliggande: beståndsutvecklingen och produktionen äro vida lättare att beräkna i homogena bestånd än i de heterogena. Det måste vara praktiskt att börja med de enklare fallen och att först därefter, med stöd av vunnen erfarenhet, övergå till de svårare.

De homogena tabellbeståndens enkla struktur underlättar tillämpningen, även då det gäller bedömning av heterogena bestånd. Jämförelsen mellan ett väl definierat och ett svagare definierat fall blir säkrare än jämförelser mellan två svagt definierade fall.

Härtill kommer ännu ett skäl, som har stor betydelse. Produktionstabellernas huvudsyfte är att hjälpa oss bedöma framtidens bestånd. Dessa komma att präglas av våra föröyrings- och beståndsvårdsåtgärder. Det är icke troligt, att vi överallt komma att eftersträva homogena bestånd, men det är säkert, att dessa få en mycket större utbredning än nu.

## Kap. 26. Materialet

### 26.1. Materialets gränser

I produktionsforskningens sambandsundersökningar definieras försöksytorna dels genom en gruppdefinition, t. ex. Tall, Norra Sverige, icke planterad, och dels genom oberoende variabler, såsom åldern, stamantalet, stamfördelningen, medeldiametern och övre höjden. Vid undersökningar av detta slag måste de definierande egenskaperna observeras. Därjämte observeras på varje yta en beroende variabel, vilken uttrycker den sökta faktorn, t. ex.

medeldiameterns tillväxt. Samtliga observationer utgöra undersökningens material.

Sedan vi understrukit, att materialet utgöres av observationerna, ej av de undersökta föremålen, bör det emellertid betonas, att det är fråga om observationer i kända bestånd, i nyssnämnda fall på försöksytorna.

Tydligen gälla de funna sambanden i första hand endast för de observerade försöksytorna. Genom att dessa, såsom vi förutsatt, tillhöra en gemensam grupp, kunna resultaten med visst förbehåll tillämpas även på gruppmedlemmar, som icke ingått i undersökningen. Förbehållet avser odeklarerade egenskaper hos de undersökta försöksytorna, vilka kunna sätta dessa i särklass. I sådana fall borde tillämpningen begränsas till bestånd, som äro särpräglade på samma sätt. Som exempel kan framhållas, att samtliga försöksbestånd i gruppen Tall, Norra Sverige, icke planterad, ansetts ha uppkommit på brandfält. Det är möjligt, att förutsättningarna för tillväxt bli andra i bestånd, som uppväxt på obränd mark.

Beträffande beståndskaraktärer, som uttryckas genom variabler, ligga de sökta tabellvärdena ofta mellan de observerade materialpunkterna. Enligt den statistiska metodens natur kunna de betraktas som interpolerade med beräkningsbar säkerhet. Däremot ta vi ett steg ut i det okända, då vi extrapolera. På grund härav önska vi ej överskrida materialets gränser. Det kan i komplicerade fall vara svårt att klargöra den strikta innebörden av detta begrepp. Emellertid nöjer man sig vanligen med det enklare villkoret, att varje oberoende variabel skall i tillämpningsfall hållas inom samma variabels gränser i materialet.

Vid planläggning av en produktionsundersökning bör man göra klart för sig, vilka produktionstabeller som eftersträvas. Dessa tabeller böra rymmas inom materialets gränser. Den grundläggande frågan blir sedan, om erforderligt material finnes eller kan anskaffas.

## 26.2. Tidsbetonat material

Det i 26.1 anförda exemplet, rörande skog på brandfält, ger oss anledning att tänka på, hur tidsbetonade våra skogar i allmänhet äro. Skogseldarna, som tidigare gått över praktiskt taget alla Norrlands tallmarker, ha numera nästan upphört. Verkningarna härav kunna ännu ej överblickas, men de bli säkerligen genomgripande. Emellertid är det endast en del av dessa verkningar, som har betydelse för produktionsforskningen. Denna del kan kallas den specifika. Därmed antydes, att t. ex. åldersfördelningen, som starkt påverkas av skogseldarna och i sin tur påverkar den absoluta produktionen, saknar inflytande på vårt problem. Det vi söka kan med stor förenkling anges som produktionen per hektar i varje åldersklass.

Frågan gäller alltså — med bibehållen förenkling — huruvida produktionen per hektar i åldersklasserna är olika i bestånd på brandfält mot i bestånd, som uppkommit på obränd mark. Därvid måste uppmärksammas, att boniteten kan ha ändrats genom branden, vilket blir svårt att konstatera. En lockande utväg är regressionsanalys av sambandet mellan uppskattad bonitet och observerade ståndortsegenskaper på bränd och obränd mark. Emellertid bortfaller denna möjlighet, om jämförbara och för bonitering tillräckligt gamla bestånd saknas på obränd mark.

En annan faktorgrupp, som kan skapa motsättning mellan förfluten och kommande tid, är den klimatiska. I fråga om framtiden torde vi få nöja oss med något medeltal av en gången period, såvida ej fri bedömning föredrages. Materialets klimat karakteriseras genom tillgängliga data för ifrågavarande tid (jfr kap. 8). Framtidens resultat erhållas genom att i utjämningsfunktionerna utbyta materialets data mot det för tabellen valda medelvärdet.

Mest tidsbetonade äro emellertid de mänskliga åtgärderna. Detta förhållande framträder särskilt i Norrland. Med undantag för skogar med speciella avsättningsmöjligheter har i Norrland gallring icke pågått mer än några få årtionden. De bestånd, där första gallringen utförts vid härför normal ålder, ha ännu en lång gallringstid framför sig, innan de äro mogna för slutavverkning. Det finns inga gamla bestånd, som gallrats ända från normal ålder för första gallring. Kulturbestånden äro i Norrland få och unga, varför deras utvecklingsgång ännu är föga känd.

I Södra Sverige har granen ofta genomgått en utveckling, som icke återkommer. Den har kämpat sig upp under björken i de igenväxande hagmarkerna, vilket satt sin prägel på bestånden.

Dessa exempel ha framhållits för att påminna om hur bundna våra undersökningar äro av det skogliga underlaget. Tidsinflytandet är starkt skönjbart: dess vågor ha omfattat årtionden och sträckt sig över hela landsdelar. Verkingarna härav försvåra produktionsforskningen, därför att materialet alltid avser förfluten tid och användningen alltid framtiden.

I detta läge föra vi följande resonemang: Regressionsanalysen måste grundas på materialet, eljest blir den meningslös. De erhållna funktionerna komma då att avse förfluten tid. Men produktionstabellerna syfta på framtiden och böra därför anpassas till dennas förhållanden. I den mån framtiden kan karakteriseras genom beräknade eller bedömda värden å utjämningsfunktionens oberoende variabler, sker tillpassningen genom funktionen. Om emellertid läget kräver en ny gruppdefinition och korrektion härför anses behöfvig, sakna vi underlag för en beräkning av korrektionen. Däremot finnas många hållpunkter för bedömning (jfr kap. 37). Med hänsyn till resultatets osäkerhet är det lämpligt, att denna göres enkel och får karaktären av en överslagsberäkning.

### 26.3. Fasta försöksytor, som observeras fortlöpande

Den föregående framställningen har närmast knutits till den klassiska metoden för anskaffande av produktionsmaterial, nämligen observation av fasta försöksytor. Det kan ha sitt intresse att här erinra om metodens fördelar och nackdelar.

*I. Fördelar.* Den dominerande fördelen ligger i sammanhanget. Vår uppgift är att studera beståndsutvecklingen, och det är därför av stort intresse att kunna följa så långa utvecklingsförlopp som möjligt. Ju äldre beståndet blir, desto värdefullare blir det att känna dess historia. Händelser, som beståndet tidigare genomlevt, kunna ha stor betydelse för dess nuvarande tillstånd, fast de nu ej kunna konstateras.

I kap. 24, angående individuellt urval, dragas rätt vittgående slutsatser av vår vetenskap om att försöksytorna gallrats omsorgsfullt och under ständig strävan att gynna de bästa och bäst placerade stammarna. Det är här fråga om behandlingsnyanser, som icke kunna utredas efteråt.

Helt allmänt kan nog sägas, att de fasta försöksytornas största fördelar ligga på skötselsidan.

*II. Nackdelar.* Dessa äro tyvärr många. Diametertillväxten mätes genom klavning på bark vid revisioner med ungefär fem års intervall. Denna mätning är i och för sig osäker, och den har vid föreliggande undersökning ytterligare försvagats. På grund av tidigare personalbrist var det nämligen ej möjligt att alltid förlägga revisionerna till trädens viloperiod eller åtminstone till samma del av året vid alla revisioner på samma yta. I sådana fall motsvarar alltså den mätta tillväxten ej det nominella antalet vegetationsår.

På ytor, som skola kvarstå, kunna representativa provträd ej fällas. Frågor om trädens höjdtillväxt samt om deras stamform och förgreningstyp kunna därför ej avgöras på ett tillfredsställande sätt.

Slutligen, men icke minst, äro försöken på fasta ytor mycket tidskrävande. Ett fullt genomfört försök — från föryngringen till slutavverkningen — tar ju en hel omloppstid. Under en så lång väntetid riskerar man, att det skötselprogram, som försöket skall belysa, blir inaktuellt, så att resultaten, då de äntligen föreligga, ej längre intressera. Emellertid bör framhållas, att väntetiden kan förkortas genom kompromisslösningar, men då minskas också det värde, som vi tillmätt de långa utvecklingsförloppen.

Till denna fråga återkomma vi i 26.6.

### 26.4. Engångsundersökning

*I. Fördelar.* Vid engångsundersökning behöver hänsyn ej tagas till därav vållade skador. Diametertillväxten undersökes genom borrhning, vilket medför exaktare mätning och säkerställer, att avsedda årsringar bli mätta. Re-

presentativa provträd kunna fällas i önskad utsträckning. I bestånd, där båda metoderna kunna användas, är tidsåtgången vid engångsundersökning alltid mindre, ofta mycket mindre, än vid fortlöpande observation av fasta försöksytor.

*II. Nackdelar.* Metodens svagheter gälla nästan helt den tidigare utvecklingen. Man kan genom att observera stubbarna få en föreställning om den närmast föregående gallringen. Om gallringar därförut står knappast någon upplysning att få och beståndets öden före den första gallringen äro än mer höljda i dunkel. Det är möjligt, att dessa brister ej betyda så mycket, men tillsvidare, till dess klarhet härom vunnits, torde det vara nödvändigt att uppmärksamma dem.

### 26.5. Valet av observationsmetod

Man kan självfallet ej undersöka något, som ej existerar. Produktionsforskningen är därför hänvisad till de beståndstyper, som nu finnas i skogen eller som komma att finnas inom en acceptabel väntetid. Till vårt förfogande stå dessutom beståndstyper, vilka funnits tidigare och då blivit på ett tillfredsställande sätt observerade.

På grund av dessa förhållanden kan metodvalet utfalla olika under skilda skogsbruksepoker. Antag, liksom förut i kap. 1, att ett stort skogsområde sedan många år gallrats svagt, men att en omläggning överväges. Vi önska upprätta produktionstabeller för framtidens gallring. Låt oss se, hur metodfrågan ter sig vid tre gallringsalternativ.

*I. Gallringen förblir svag.* I sådant fall kan hela skogen användas som material. Vi kunna beräkna den sannolika utvecklingen genom att i bestånd av alla åldrar observera tillväxten under t. ex. närmaste tio år. Detta kan ske genom att undersöka beståndet nu och om tio år eller också genom att observera de tio senaste årens tillväxt på borrhå. Båda de här jämförda metoderna kunna användas, men fortlöpande observationer — i detta fall endast två — ta tio år längre tid, alltså ett gallringsintervall mer. Vid antagna förutsättningar har alternativet »fortlopande» föga som motväger engångsalternativets tidsvinst och övriga fördelar, varför sistnämnda metod bör föredragas.

Beståndstyper, som utgöra extrema fall av förblivande svag gallring, uppträda i den orörda skogen. Skogsforskningsinstitutets nyligen företagna undersökning av orörd skog har i överensstämmelse härmed utförts genom engångsobservationer.

*II. Den nya gallringen blir stark.* Första gallringen tages vid utgångsåldern. Det dröjer då en hel gallringstid, alltså växttiden minus utgångsåldern, innan allt för produktionstabellen behövt material finnes på skogen. Så länge detta behov ej fyllts kan ingen metod åstadkomma ett helt tillfredsställande resul-

tat. Det är klokt att utnyttja den ofrånkomliga väntetiden genom fortlöpande observation å fasta försöksytor av den nya gallringen. Materialet kan då föreligga färdigt vid väntetidens slut.

Vid denna tidpunkt ändras situationen på ett betydelsefullt sätt. På skogen finnas då bestånd i alla åldrar och boniteter, vilka utvecklats under påverkan av stark gallring. Ingenting hindrar, att produktionstabeller för stark gallring upprättas genom engångsundersökning.

*III. Den nya gallringen blir av olika typer, från svag till extra stark.* Den varierar mellan bestånden, men hålles konstant inom dem. Även i detta fall åtgår en hel gallringstid, innan allt för produktionstabellerna behövtligt material finnes på skogen. Slutsatserna bli desamma som under *II*. Situationen vid väntetidens slut tillåter att produktionstabeller för olika starka gallringar upprättas genom engångsundersökning. Detta läge kan komma att bestå för framtiden, så länge ej gallringen standardiseras på nytt.

## 26.6. Materialfrågans nuvarande läge

Materialet för produktionsundersökningar har i huvudsak anskaffats efter två olika linjer, nämligen jämförande gallringsförsök och produktionsytor i alla åldrar. Båda metoderna användes tidigt i föregångsländerna på detta område, och då vår försöksanstalt inrättades 1902 upptogs de på anstaltens arbetsprogram.

*I. Jämförande gallringsförsök* omfatta ytor, som anläggas i samma bestånd, helst intill varandra, och gallras efter olika principer. Parallelltyornas belägenhet och åtgärdernas samtidighet ha betraktats som garantier för lika utgångstillstånd. Emellertid har man funnit, att likhet mellan utgångsbestånden är svår att åstadkomma. Jämförelsen göres därför hellre mellan produktionstabeller, vilkas utgångstillstånd äro exakt lika.

I jämförande gallringsförsök utföres första gallringen vid den ålder, som bedömes vara lämpligast härför. Denna ålder blir utgångsläge för produktionstabeller, som generalisera försöket. Det dröjer många decennier, innan man kommer fram till tabellernas slutåldrar.

*II. Produktionsytor i alla åldrar. Äldre bearbetningsmetod.* För att få en överblick av produktionen under beståndens hela liv har man i alla intresserade länder utfört särskilda undersökningar. Därvid har det ansetts nödvändigt att betydligt nedbringa den väntetid, som skulle erfordras enligt 26.5. Detta har skett genom att anlägga många försök samtidigt i alla åldrar. Efter ett par årtionden ha observationerna bearbetats, vilket vanligen skett grafiskt.

I kap. 1 framhölls, att detta förfarande kunde anses försvarligt, om gallringen i försöket endast måttligt avvek från den förutvarande behandlingen. Detta villkor uppfylldes i regel av de produktionstabeller, som i olika länder

publicerades kring sekelskiftet. Gallringen före denna tid hade varit svag och den nya gallring, som prövades på försöksytorna, var enligt nuvarande begrepp måttlig. I Sverige blevo emellertid de nya gallringarna till stor del så starka, att kontinuiteten bröts vid försöksytornas anläggning. Sådana kontinuitetsbrott inträffade även längre fram. Under försöksverksamhetens första årtionden växte alltmer intresset för starka gallringar, och detta ledde till, att många ytor, som anlagts för svag gallring, successivt omfördes till stark och extra stark gallring.

I förra stycket underströks, att produktionsförsök med förkortad observationstid kunde bearbetas enligt den traditionella metoden, om gallringen ej skärptes mer än måttligt. Här kan tilläggas, att ifrågavarande metod är användbar även vid stark skärpning av gallringen, om observationstiden ej förkortas. Svårigheter uppstå däremot, om förkortad observationstid kombineras med stark skärpning. Vid bearbetning av de svenska produktionsförsöken måste vi därför avstå ifrån att använda den traditionella metoden.

*III. Produktionsytor i alla åldrar. Ny bearbetningsmetod.* På grund av skäl, som anförts under *II*, har det svenska produktionsmaterialet bearbetats enligt nya linjer. Genom de förut omnämnda programbytena, vilka mest drabbade våra äldsta försöksytor, hade ytans betydelse som undersökningsenhet försvagats. I samma riktning verkade omläggningen av uppskattningsmetoderna och klimatiska ändringar. Första steget blev därför att uppdelade de observerade utvecklingsförloppen i korta fragment, vardera omfattande tiden mellan två gallringar. Dessa delförlopp betraktades sedan som fristående element i en undersökning, där man sökte utröna sambanden mellan tillväxten under intervallet och beståndets tillstånd vid intervallets början. Sådana beräkningar utfördes genom regressionsanalys (jfr kap. 6).

Denna uppläggning av produktionsforskningen torde komma att bestå. Även för framtiden måste vi räkna med åsiktsväxlingar rörande skogens vård. Sådana opinionsändringar följa kalendertiden och drabba därför samtidigt bestånd av alla åldrar. På samma sätt verka klimatändringar och nya undersökningstekniska metoder. Allt detta gör, att en ytas gallringsintervall blir ett bättre undersökningselement än ytans utveckling under längre perioder.

Sedan detta understrukits kan det vara berättigat att uttala en varning för den motsatta överdriften, nämligen att alldeles försumma det korta intervallets ställning i hela beståndsutvecklingen. Mycket av det som sägs i kap. 25 t. o. m. 29 syftar till att lämna hållpunkter för ett hänsynstagande till det totala förloppet.

## 26.7. Materialkritik

Som en allmän regel gäller, att statistiska funktioner ej böra tillämpas utanför materialets gränser. Detta krav har tolkats så, att varje oberoende

variabel skall i tillämpningsfall hållas inom samma variabels gränser i materialet (jfr 26.1). Denna fordran kan behöva diskuteras, då det blir fråga om produktionstabeller.

En sådan tabell uppbygges från ett sannolikt utgångsbestånd, som inom vissa gränser kan modifieras genom fritt val. I varje fall påverkas vår bild av utgångsbeståndet av statistiska funktioner, vilka härledas ur materialet. Detta bestånd omformas genom gallring enligt ett givet program och får sedan växa under ett intervall. Därvid utvecklas beståndets diametrar, höjder och stamvolymer på ett sätt, som beräknas genom särskilda funktioner. Sedan följer ny gallring och därefter ny tillväxtberäkning med hjälp av samma funktioner som i första intervallet, men med nya värden på flertalet oberoende variabler. Som resultat av dessa beräkningar framgår slutligen en produktions-tabell.

Nu frågas: Hur ligger denna tabell i förhållande till materialets gränser? I denna avhandling har på flera ställen uppställts villkoret, att produktions-tabellen skall rymmas inom materialets gränser. Detta är givetvis ett förkortat skrivsätt. Vad betyder det?

Produktionstabellen har ofta liknats vid en byggnad. Den rymmes inom materialets gränser, om den steg för steg kunnat uppföras utan att dessa gränser överskridits. Gränskravet gäller därför användningen vid alla tillfällen av var och en av de statistiska funktionerna.

Särskilt i tveksamma fall har det stort intresse att genomföra en dylik detaljkontroll. Emellertid kan man ofta få önskat besked fortare — och från vissa synpunkter även säkrare — genom att realt pröva tabellbeståndens existens (jfr 26.5). Frågeställningen belyses i det följande genom ett par exempel.

*Exempel I.* Materialets fördelning på åtta grupper, som refererats i 25.3, bör uppfattas som en grovsortering. Den för en grupp angivna definitionen gäller för varje medlem av gruppen, men definitionens ram är så vid, att mycket olika fall kunna rymmas inom den. Då produktionstabeller skola upprättas för t. ex. grupp I, sker detta med stöd av gruppens material. Härav framgår, att tabellerna nominellt representera gruppen, medan de reellt representera gruppens material. Om materialet är begränsat till viss del av gruppen, blir också produktionstabellernas räckvidd begränsad. Låt oss från denna synpunkt betrakta de tre grupper, som bearbetats programenligt.

*Grupp I. Tall, Norra Sverige, icke planterad.* Bakom det vida begreppet »Tall» står i materialet en ganska enhetlig grupp, nämligen tall, som självsåts på brandfält och sålunda tillhör ortens proveniens. »Norra Sverige» representeras nästan uteslutande av trakter i låga eller medelhöga lägen, och villkoret »icke planterad» är betydligt vidare än den faktiska materialkaraktären »självsådd, ej röjd».



*Grupp III. Tall, Södra Sverige, icke planterad.* I gruppen ingår såväl självsådd som bredsådd och rutsådd. Genom kulturinslaget är materialets härstamning osäker. Vid gemensam bearbetning av hela gruppen komma produktionstabellerna att representera ett blandat material.

*Grupp VIII. Gran, Södra Sverige, planterad.* En stor del av granen i denna grupp torde ha tysk härstamning. »Södra Sverige» representeras alldeles övervägande av de sydligaste landskapen. Gruppens nu medelålders bestånd ha planterats i täta förband och lämnats ogallrade längre än som nuförtiden anses lämpligt. Kronorna ha körts upp till en höjd, som man numera söker undvika.

*Sammanfattning av exempel I.* På grund av angivna ensidigheter hos materialet kan man tänka sig många typfall, vilka ostridigt tillhöra någon av de diskuterade grupperna, men likväl ligga helt utanför gruppens material. Ett sådant typfall borde rätteligen ej konstrueras med hjälp av gruppens funktioner, utan medelst funktioner, som härletts ur det saknade materialet. De sistnämnda funktionerna, som här kallas de »rätta», kunna vi emellertid ej komma åt. Mycket vore dock vunnit, om vi kunde lära oss att mera allmänt urskilja sådana fall, där gruppfunktionerna och de »rätta» funktionerna äro så lika, att de förra kunna användas. Sådan kunskap kan vinnas genom specialundersökningar.

*Exempel II.* I 26.5 och 26.6 ha vi betraktat den övergång till starkare gallring, som under 1900-talets första årtionden genomförts på en gång i alla åldrar. Vi konstaterade, att det — från omläggningen räknat — måste dröja en hel gallringstid, alltså växttiden minus utgångsåldern, innan allt för en produktionstabel behövt material kunde finnas på skogen. Så länge detta behov ej fyllts kunde ingen metod åstadkomma ett helt tillfredsställande resultat.

Ur detta dilemma finnes ingen annan utväg än att sänka anspråken eller vänta. Bäst är nog att använda båda metoderna. Med andra ord: undersökningen bör uppläggas så, att den framdeles, då tiden härför är inne, kan ge fullgoda resultat. Under väntan på denna situation få vi hjälpa oss fram med kompromisslösningar.

Denna attityd är särskilt befogad i vår tid. Det avgörande i denna fråga är — såsom här framhållits — de beståndstyper, som finnas i skogen. Under tiden närmast före det smärre gagnvirkets genombrott, alltså kring sekelskiftet, rådde gynnsamma förutsättningar för att upprätta produktionstabeller över den behandling, som då eftersträvades. Ett par årtionden senare var situationen totalt förändrad. Man önskade införa starkare gallringar, men erfarenheten av deras verkningar var begränsad till något årtionde. Detta var produktionsforskningens svåraste tid. Sedan dess ha denna forsknings möjligheter oavbrutet förbättrats. I de högsta åldrarna råder ännu — särskilt i Norrland — brist på bestånd, som gallrats starkt ända från ungdomen,

men denna brist minskas för varje år som går. Samtidigt har typvariationen ökat, vilket är förmånligt för statistisk produktionsforskning.

### **26.8. Gradering av produktionstabellerna**

Till avhandlingen äro fogade 100 produktionstabeller. Dessa ha sorterats över tre gradbeteckningar, varav A anger beräknade tabeller, C bedömda tabeller och B en mellangrad. Till A ha förts tabeller, där diameterutvecklingen beräknats med regressionsanalys av eget material och övre höjdens utveckling beräknats ur direkta observationer. C innehåller formella tabeller, där en faktor ändrats i studiesyfte, samt tabeller, som härletts ur främmande material eller på annat sätt ansetts svagt grundade.

## **Kap. 27. Funktioner**

### **27.1. Val av funktionstyp**

Under ett tidigare stadium av denna undersökning nedlades mycket arbete på valet av funktionstyp. Det visade sig — såsom var att vänta — att man på olika vägar kunde komma fram till ungefär samma minskning av kvadratsumman (jfr 6.14). Med en viss uppsättning oberoende variabler ledde en första omformning ofta till avsevärd nedgång av kvadratsumman. Därefter kunde endast smärre vinster uppnås genom fortsatt omformning. På grund härav blevo de använda funktionerna tämligen enkla.

### **27.2. Tillpassning**

Funktionens tillpassning till gruppens material kontrolleras av kvadratsumman. Emellertid är det osäkert, huruvida gruppens material kan ersätta typfallets »rätta» material (jfr 26.7). Denna ovisshet utgör ett skäl att ej driva passningen till gruppens material alltför långt; vilket också talar för relativt enkla funktioner.

Detta resonemang kan synas motsäga den grundliga diskussionen i kap. 6. Emellertid äro där anvisade metodiska finesser i första rummet avsedda för bearbetning av tillfredsställande material.

De funktioner, som använts vid utarbetandet av produktionstabellerna, återfinnas i del XII. »Funktioner».

## Kap. 28. Bearbetning

### 28.1. Utgångsbestånd

Produktionstabeller börja i regel vid tiden för den första gallringen. Efter-  
som gallringsbehovet och sortimentsutfallet närmast sammanhånga med höj-  
den brukar första ingreppet göras vid ungefär samma höjd i alla boniteter. I  
denna undersökning definieras utgångsbeståndet som det utvecklingsstadium,  
då övre höjden uppnår 8 m. Utgångsålder blir i varje bonitet det hela årantal,  
som ligger närmast åldern vid 8 m.

Särskilt för Norrland torde utgångshöjden 8 m anses låg. Emellertid är det  
tabellens uppgift, bland mycket annat, att utreda effekten av olika utgångs-  
höjder, och därför måste tabellen börja vid lägre höjd än den som förmodas  
vara lämpligast.

Enär försöksytorna i regel anlagts senare än vid tabellernas utgångsålder,  
finnas i materialet endast några få direkta observationer, som röra detta ut-  
vecklingsskede. I ett sådant läge kan man ej redovisa nyanser, utan man  
tvingas att schematisera. Detta kan vara en olägenhet, men schematiseringen  
medför också fördelen, att utvecklingens huvuddrag framträda tydligare.

I metodbilagan M 30 redogöres utförligt för bestämningen av utgångsbe-  
ståndet. Vi begränsa oss här till ett exempel, som visar beräkningens utförande  
i gruppen Tall, Norra Sverige, ej planterad.

Det konstaterades i detta fall, att gruppens försöksytor uppkommit genom  
självsådd på brandfält. De voro ej röjda och vid utgångsläget så täta, att själv-  
gallring pågick. I bestånd av denna typ måste stamfördelningen vara starkt  
stympad (jfr kap. 17). Med hänsyn härtill bedömdes  $\varphi$  till värdet 3.

Beräkningen genomfördes först för boniteten  $h_{100} = 20$ . Åldern, 38 år, erhöles  
genom att interpolera 8 m i höjdutvecklingen för Tall, Norra Sverige, icke plan-  
terad,  $h_{100} = 20$  (se tab. H 3 a). Den mot åldern 38 år och övre höjden 8 m  
svarande medeldiametern  $M_{SI}$  beräknades genom regressionsanalys (se tab.  
M 30.3.1). Härav  $M_{SI} = 4,3$  cm.

Detta var den medeldiameter i utgångsbeståndet som bäst motsvarade ma-  
terialet. Om vi eftersträvat att avbilda materialets utveckling, skulle  $M_{SI} = 4,3$   
cm lagts till grund för den fortsatta beräkningen. Emellertid kunde man vid  
granskning av materialet ej undgå intrycket, att försöksytorna i stor omfatt-  
ning representerade extremt täta bestånd. Försöksbestånden kunde ha varit  
glesare, utan att programmets täthetsvillkor trätts för nära. Dessa glesare be-  
ståndstyper skulle ha erhållit större likhet med praktikens bestånd, och resul-  
taten hade därigenom fått ökat intresse. En korrektion i denna riktning måste  
anses tillåten, så länge den höll sig inom regressionsfunktionens spridnings-  
område. Som ett steg i denna riktning höjdes därför medeldiametern från be-  
räknade 4,3 cm till bedömda 5,0 cm.

Med hjälp av det sistnämnda värdet erhöles enligt F 1.1 medelavvikelsen  $\sigma_{SI} = 2,964$  och enligt F 1.2 stamantalet  $S_1 = 8\,920$ . Ur de angivna värdena på  $\varphi$ ,  $M_{SI}$  och  $\sigma_{SI}$  beräknades fördelningens undre gräns  $\alpha = 1,021$  cm och dess övre gräns  $L = 16,108$  cm (jfr M 30).

De data, som anförts i de tre sista styckena, definierade utgångsbeståndet för Tall, Norra Sverige, icke planterad,  $h_{100} = 20$ . På övriga boniteter i denna grupp tillämpades samma tankegång. Det befanns, att tillräckligt underlag saknades för nyansering av de grundläggande bedömningarna  $\varphi$  och  $M_{SI}$ . Utgångsbeståndet blev därför lika i alla boniteter. Det enda som skilde var åldern.

Denna överensstämmelse mellan boniteterna framgår ej fullt av tabellerna. Detta beror på att utgångsbestånden definieras genom övre höjden 8 meter. Däremot avse tabellbestånden de till heltal avrundade åldrarna vid 8 meter. I tabellernas uppgifter om tillståndet efter den första gallringen förorsaka dessa avrundningar smärre olikheter mellan boniteterna.

Av det föregående framgår, att tabellernas utgångsbestånd blivit starkt schematiserade. Detta har varit nödvändigt vid denna bearbetning, men det är möjligt, att framtida undersökningar kunna leda till differentiering mellan boniteterna. Därvid blir det emellertid viktigt, att boniteternas försöksytor bli jämförbara med hänsyn till tätheten. För gruppen »icke planterad» har jag sökt säkerställa detta önskemål genom villkoret, att självgallring skall pågå i utgångsbestånden. Det kan emellertid finnas andra vägar. Om tätheten blir jämförbar tror jag knappast, att boniteternas utgångsbestånd behöva differentieras.

## 28.2. Gallringsprogram

I fråga om gallringen kan fastslås, att den måste vara definierad. Hela undersökningen är ju ett försök, som avser att utröna, vilken behandling som är bäst. Försöket blir ett slag i luften, om man ej kan definiera den gallring, som under givna förutsättningar gett bästa resultatet.

På grund härav äro gallringsprogram nödvändiga. Vid fältarbete har man träden framför sig och kan bedöma deras individuella egenskaper samt deras ställning i beståndet. Programmen för sådant arbete domineras av subjektiva bedömningar på kort sikt. Däremot ge de ringa stöd för beståndsreglering på lång sikt. Att fylla denna brist är produktionstabellernas uppgift. Deras gallringsprogram äro objektiva och — enligt sakens natur — schematiska.

Tabellernas gallringsprogram äro så konstruerade, att de kunna definieras genom tre tal, vilka ange låg- eller höggallringsmoment, genomgallringsmoment och gallringsintervall. Som exempel må nämnas formeln L 5 G 10, 10,

vilken anger, att gallringen uttager 5 % av beståndet genom ett låggallringsmoment och 10 % av återstoden medelst ett genomgallringsmoment, varvid båda momenten äro beräknade per fem år. Det sista talet 10 betyder, att gallringen återkommer med tio års intervall, vilket medför höjning av uttagsprocenten (jfr 16. 8). Genom att variera de tre karaktärerna kunna mycket olika gallringstyper åstadkommas, för vilka uttagets styrka och fördelning på diameterklasser kunna beräknas (jfr 16.5, sista stycket).

Det är självfallet icke meningen, att sådana program skola ersätta den subjektiva bedömningen. Däremot får man hoppas, att de på ett värdefullt sätt skola komplettera den. De representera — kanske ofullkomligt — det stöd för en beståndsreglering på lång sikt, som saknas hos den subjektiva gallringen.

Vidare är det klart, att samma gallringsprogram ej behöver vara bäst i alla boniteter. Lämpligheten bör helst prövas i varje bonitet. Att så ej skett i denna undersökning har endast berott på att tiden ej räckt till.

Ej heller är det nödvändigt, att samma program tillämpas i hela utvecklingsförloppet. Systemet tillåter i detta avseende vilken kombination som helst. Emellertid tror jag, att ett konstant program är fördelaktigare, därför att det ger bättre överblick. Nyanseringen kan gott överlämnas åt tillämpningen.

Enligt mångas mening måste man befara, att gallringsprogrammets schematiska karaktär minskar deras värde vid användningen. Detta är ett misstag. Om vi få veta, att ett visst schematiskt program ger bättre resultat än andra schematiska program, så vinnes härigenom ett stöd, som är ytterst värdefullt även vid fri gallring.

### 28.3. Tillväxten

Vi ha nu kommit fram till tredje ledet i serien bestånd-gallring-tillväxt. Tillväxtberäkningen sker genom regressionsanalys, som utmynnar i statistiska funktioner. Med hjälp av dessa beräknas sedan tillväxten i produktionstabeller med varierande förutsättningar.

*I. Diametertillväxten.* De grundläggande funktionerna avse medeldiameterens tillväxtprocent för 5 år, vilken betecknas  $p_5$ . Härav faktorn

$$R = 1 + \frac{p_5}{100} \dots\dots\dots (28.3.1.)$$

På skäl, som anföras i 20.9, har  $R$  överallt utbytt mot

$$R' = 1,01 R \dots\dots\dots (28.3.2)$$

De särskilda diameterklassernas tillväxter ha för femårsperioder beräknats enligt formeln

$$D = a + bd, \dots\dots\dots (28.3.3)$$

där regressionskoefficienten enligt 21.3.2 provisoriskt bestämts sålunda:

$$b = 0,96 R' \dots\dots\dots (28.3.4)$$

Övriga beräkningar av diametertillväxten följa av dessa antaganden. Diskussionen kan därför begränsas till själva regressionsanalysen samt till formeln 28.3.2, 28.3.3 och 28.3.4.

Regressionsanalysen är principiellt schematisk. Dess resultat ange den sannolika tillväxten hos typfall. I detta sammanhang understrykes, att analysen ger uppskattningar av den sannolika tillväxten endast inom materialets gränser. Utanför dessa råder den risk för systematiska fel, som följer med extrapolering. I föreliggande undersökning beröras eller överskridas materialets gränser på båda flyglarna. Sålunda är i materialet övre höjden vid första gallringen med få undantag större än vår utgångshöjd 8 meter. Beträffande Tall, Norra Sverige, icke planterad, överskridas materialgränserna på högra flygeln av två variabler, som avse antal år ( $E$ ) efter första gallringen. Materialets högsta värde på  $E$  är 30, medan tabellerna omfatta mer än dubbelt så många år efter första gallringen. I detta fall ställdes bearbetaren inför valet att avstå från de extrapolerade värdena eller att behålla dem under observation. Den sistnämnda utvägen föredrogs.

Av ovanstående tre formler förefaller 28.3.3 att ha ett stabilt underlag. Det fordras ett övertygande nytt material för att ändra detta samband. Där emot veta vi redan nu, att definitionen på  $b$  i 28.3.4 är provisorisk. Den däri ingående koefficienten 0.96 bör säkerligen varieras med hänsyn till gallringen, men frågan har ännu ej ansetts tillräckligt utredd. Även definitionen på  $R'$  i 28.3.2 är provisorisk, ehuru på längre sikt. Det synes påtagligt, att ingående undersökningar krävas för att ersätta denna korrektion.

II. *Höjdtillväxten*. Utvecklingen av den övre höjden har beräknats enligt kap. 7 med hjälp av den S-formade kurvan

$$y = \left( \frac{x}{a + bx} \right)^n \dots\dots\dots (28.3.5)$$

Därvid valdes, efter bearbetning av ett stort antal observationer i orörd skog,  $n = 3$ . Kurvan omfördes i 7.5.3 till funktioner av begreppet  $\chi$ , som definieras i 7.5.2, åldern  $t$ , då övre höjden är 1,3 meter, och beståndsåldern  $x$ .

Vid upprättande av produktionstabeller är  $h_{100}$  känt. Motsvarande  $\chi_{100}$  tages ur tabell H 2. Vi få vid 100 år den för hela utvecklingen gällande konstanten

$$\beta = \chi_{100} \left( 1 + \frac{t}{100 - t} \right) = \frac{100 \chi_{100}}{100 - t} \dots\dots\dots (28.3.6.)$$

och vid varje ålder  $\chi = \beta \left( 1 - \frac{t}{x} \right) \dots\dots\dots (28.3.7.)$

varav övre höjden enligt tabell H 2.

För ett givet  $n$  och givet  $h_{100}$  bestämmes alltså utvecklingskurvan för övre höjden enbart av  $t$ . Med andra ord: vi »lägga» kurvan genom punkterna 0,0;  $t$ , 1,3 och 100,  $h_{100}$ .

Storheten  $t$  definieras som den ålder då övre höjden uppnår 1,3 meter. Den varierar i naturen högst betydligt och den förtjänar säkert att grundligt undersökas. Därvid bör emellertid ihåggkommas, att exponenten  $n$  är låst vid ett valt värde och sannolikt måste vara det. Vid sådana tillämpningar som de här behandlade är det därför icke det verkliga  $t$ , som närmast intresserar oss. Vi söka det  $t$  som erhålles, då kurvan lägges genom tre höjder och extrapoleras åt vänster, under förutsättning av det valda  $n$ -värdet. En sådan beräkning framgår av 7. 5. 11.

På detta sätt har  $t$  beräknats för vissa härskande provträd i orörda bestånd, varefter de erhållna värdena utjämnats enligt 7.5.14. Resultaten ha samlats i Tab. 7.5.17. Dessa tabellvärden representera  $t$  i orörda bestånd. För produktionstabeller, som avse planterade bestånd, har åldern vid 1,3 m försöksvis satts  $= t' = 0,7 t$ . Sannolikt kommer  $t$  framdeles att närmare avpassas till stamantalet i såväl planterade som icke planterade bestånd.

Sedan övre höjden erhållits på angivet sätt, bestämdes de särskilda diameterklassernas höjder enligt en schematisk metod, som beskrivits i kap. 22.

*III. Volymen per träd.* Genom beräkningarna enligt *I* och *II* kände vi diametern och höjden för varje »ruta» av stamantalstablan. Med stöd härav beräknades i alla rutor volymen per stam under bark enligt NÄSLUNDS mindre funktioner (jfr kap. 23). I detta sammanhang konstatera vi endast, att även detta beräkningsmoment är schematiskt.

*IV. Produktionen per hektar.* Sedan volymen per träd erhållits i varje ruta, kunde volymen per hektar beräknas genom multiplikation med rutans stamantal. Arbetet ordnades på följande sätt. Vid utgångsläget antecknades  $\varphi$ -klassernas stamantal före gallringen på ett särskilt kort. På andra kort upplades  $\varphi$ -klassernas stamantal efter gallringen vid alla tillfällen. Då stamantalet före gallringen vid ett tillfälle är lika med stamantalet efter gallringen vid föregående tillfälle kunde serien efter gallringen, med förskjutning ett steg, användas även för beräkning av volymerna före gallringen. Vid varje tillfälle utfördes multiplikationen med stamantal separat för antalen före och efter gallringen, men inom dessa serier skedde räkningen i ström, så att produktsumman samlades i maskinen.

Förutsättningen för detta arbetssätt är att rutans volym per träd är lika före och efter gallringen. Denna fråga diskuterades i kap. 24. Genom beräkningen erhöles vid varje tillfälle två volymsummor, som avsågo tillstånden före och efter gallringen. Med hjälp av dessa uppgifter kunde sedan produktionstabeller sammanställas på vanligt sätt.

## Kap. 29. Kritik av bearbetningen

### 29.1. Inledning

Grundläggande för en produktionstabell är stamfördelningens utveckling. Varje tabell har ett givet utgångsbestånd, vars stamfördelning karakteriseras genom  $\varphi$ , som betecknar en på visst sätt stympad normalfördelning. Vid genomgallring förblir utgångsbeståndets  $\varphi$  oförändrat hela livet, men vid låggallring växer  $\varphi$  genom varje gallringsuttag.

Stamfördelningar indelas i relativa diameterklasser, vilka definieras genom  $\varphi$  vid klassgränserna och därför kallas  $\varphi$ -klasser. Gränserna erhållas genom att från fördelningens  $\varphi$  successivt draga en bestämd kvot  $= \frac{\varphi}{a}$ . I denna undersökning har  $a$  vanligen valts  $= 12$ . Utgångsbeståndets  $\varphi$ -klasser kallas utgångsklasser.

Beståndsutvecklingen redovisas i utvecklingstablåer, där utgångsklasserna bilda kolumner och de olika gallringstillfällena upptaga rader. Vid gång mot senare tillfällen kunna kolumnernas  $\varphi$ -värden ändras genom låggallring, men den av utgångsbeståndet bestämda kolumnindelningen består. De stammar, som från början tillhörde en utgångsklass, kvarstanna där tills de avverkas. In- och utväxande över klassgränserna äger ej rum.

Varje kombination av  $\varphi$ -klass och tillfälle kallas en »ruta». En sådan ruta motsvarar en viss, av  $\varphi$ -värdet vid dess övre och undre gräns bestämd del av normalfördelningen. Rutans stamantal utgör därför en lätt beräknad kvot av den fördelning, som representerar beståndet vid det aktuella tillfället (se kap. 18).

Vid den fortsatta bearbetningen söka vi tabellbeståndets grundyta, volym och senare även värde, allt per hektar före och efter gallringen vid alla tillfällen. För detta ändamål önska vi beräkna medelvärden per träd av nämnda data, gällande för varje ruta.

Dessa beräkningar kunna utföras på olika sätt. I 29.2 sammanfattas, hur uppgiften lösts i detta arbete. Därefter diskuteras vissa drag av denna metod i 29.3 och 29.4. Spridningens inverkan och därav föranledd korrektion behandlas i 29.5 och 29.6. Slutligen beröres i 29.7 en metod av DWIGHT, som i viktiga stycken avviker från den här använda.

### 29.2. Den använda metoden

Metoden vilar på en undersökning i Tall, Norra och Södra Sverige, som beskrivits i 11.3. Därvid följdes diameterutvecklingen hos samma träd



från utgångsbeståndet till ett senare tillfälle. Det framgick, att sambandet kunde uttryckas genom regressionsfunktionen

$$D = a + bd \dots\dots\dots \text{(Se 11.3.1)}$$

Funktionen anger för varje diameter vid periodens början den sannolika diametern vid periodens slut. Kring regressionslinjen finnes en spridning, som beror på, att alla träd med samma utgångsdiameter ej tillväxa lika hastigt. Till denna spridning återkomma vi, men först skola vi betrakta de sannolika diametrarna.

Antag, att utgångsbeståndets stamfördelning motsvarar en stympad normalkurva, där  $\varphi$  är = 3. Av 11.3.1 framgår, att de sannolika slutdiametrarna erhållas, om varje utgångsdiameter multipliceras med  $b$  och ökas med  $a$ . Eftersom ingen av dessa operationer påverkar stamfördelningens form, bli de sannolika diametrarna vid periodens slut också fördelade som en stympad normalkurva med  $\varphi = 3$ . Så länge vi antaga, att diametrarna utvecklas enligt 11.3.1, måste vi också förutsätta, att fördelningens form icke ändras genom tillväxt.

I enlighet härmed har vid konstruktionen av typfall all formförändring av stamfördelningar förlagts till gallringstillfällena, medan tillväxtperioderna enbart redovisa storleksändringar.

Tillväxtberäkningen har skett genom regressionsanalys av observationer, som reducerats till att omfatta femåriga intervall. Den grundläggande undersökningen har gällt den aritmetiska medeldiameterns tillväxt, vilken uttryckts genom tillväxtkvoten  $R$ .

Av fig. 11.6.6 framgår, hur konstanterna  $a$  och  $b$  i funktionen 11.3.1 sammanhånga med  $R$ . Enligt en vanlig iakttagelse är diameterns tillväxtprocent större i de lägre diameterklasserna av homogena bestånd än i de högre. Härav sluta vi, att funktionens  $a$  troligen är positivt. I så fall är enligt fig. 11.6.6 konstanten  $b$  mindre än  $R$ . Å andra sidan kan  $b$ , enligt beräkningar, som åberopas i 21.3, ej gärna vara mycket mindre än  $R$ . En grundlig utredning av denna relation skulle troligen ge värdefulla hållpunkter (jfr 21.3). Då ett sådant studium ej kunde upptagas i sammanhang med huvudundersökningen, sattes vid bearbetningens början  $b = R$ .

Enligt 21.2.2 blev då  $a = 0$ . Allmänt avse konstanterna  $a$  och  $b$  femårsperioder, varför de omräknas till motsvarande konstanter  $A$  och  $B$  för hela utvecklingen från utgångsläget till det aktuella tillfället (jfr 21.6). För  $a = 0$  blev även  $A = 0$ . Med hjälp av  $B$  kunde sedan sannolika diametrar beräknas för varje läge i varje  $\varphi$ -klass vid alla tillfällen.

Med hänsyn till den föreliggande undersökningens osäkerhet i andra styc-ken valdes vid bearbetningen det minst arbetskrävande sättet för beskrivning av diameterutvecklingen. Varje  $\varphi$ -klass fick i alla avseenden representeras

av klassens mittstam. I enlighet härmed beräknades vid varje tillfälle beståndets medeldiameter, grundyta, volym och värde med hjälp av klassernas mittstammar.

På grund av materialets begränsning måste — särskilt vid bearbetningens början — stor hänsyn tagas till den praktiska erfarenhet som fanns om utvecklingen av skogsbestånd. Dock kunde i regel sådana jämförelser endast stödjas av obestämda intryck. Särskilt i Norrland, där kontroll av denna art var mest behövlig, saknades erfarenhet om verkningarna på längre sikt av de försökta behandlingsformerna. Det är uppenbart, att den praktiska kontrollen i detta läge måste handhas med försiktighet.

Av bearbetningsförsök, som utfördes enligt de i detta avsnitt anförda linjerna, framgick emellertid, att resultaten i vissa avseenden skilde sig från den erfarenhetsmässiga bedömningen. Medeltillväxten vid 100 år ville gärna bli lägre än den förväntade, medan grövsta diametern vid samma ålder visade tendenser att överstiga den gräns, som ansågs trolig.

Vid den tidpunkt, som avses i förra stycket, krävdes av praktiska skäl en stark breddning av undersökningen, så att viktigare bestånds- och skötseltyper kunde bli enhetligt belysta. Därvid eftersträvades en avvägning mellan de olika typfallen inbördes, tillsvidare utan större ändring av rådande uppfattning om produktionens medelnivå. Som en förbedömning av stor räckvidd valde jag i maj 1948 två korrektioner, som togo hänsyn till de framkomna tendenserna, nämligen

$$R' = 1,01 R$$

och

$$b = 0,96 R'.$$

Det är ännu för tidigt att slutbedöma dessa korrektioner, men hittills har ingenting inträffat, som talat emot deras behövlighet. Däremot har uppfattningen om orsakssammanhangen fördjupats, vilket kan ge upphov till differentiering av korrektionerna. I varje fall ha dessa korrektioner tillämpats i samtliga publicerade produktionstabeller, utom specialtabellerna P 68—P 79, varför de ha sin plats i denna redogörelse för »Den använda metoden».

### 29.3. Allmänna korrektioner

De i sista styckena av 29.2 berörda korrektionerna motiverades av resultaten. Sådana korrektioner äro i regel tillfälliga. De kunna föränledas av brister i materialet eller i bearbetningsmetoden. Så snart dessa brister avhjälpas upptagas korrektionens effekter av huvudfunktionerna.

Emellertid finnas fall, där en korrektion bör behållas, emedan den är det bekvämaste och bästa sättet att uttrycka ett visst samband. Vi återkomma i 29.6 till ett fall, som förmodligen har denna karaktär.

De jämförelser mellan olika korrekitioner, som åberopades i 29.2 ha sedermera kompletterats och framläggas i tabell 29.3.1. De anförda siffrorna ha hämtats från tolv produktionstabeller för Tall, Norra Sverige, icke planterad,  $h_{100} = 20$ . Av dessa produktionstabeller ha endast tre publicerats i arbetet. De övriga ha betraktats som beräkningsalternativ, vilka endast ha intresse i föreliggande sammanhang. I tabell 29.3.1 förutsätter varje beräkningsförsök en tillväxtkvot  $R'$ , som alternativt är  $= R$  eller  $1.01 R$ , och en regressionskoefficient  $b$ , som alternativt är  $= R'$  eller  $0.96 R'$ .

**Tabell 29.3.1. Inverkan av olika antaganden beträffande  $R'$  och  $b$  på medeltillväxten u. b. och grövsta diametern  $L$ , båda vid 100 år. Beteckningen  $LL$ , vilken endast förekommer vid höggallring, utmärker den diameter, som motsvarar övre höjden.**

Rad	Prod. tab.	Gallring	Antaganden		Vid 100 år		
			$R'$	$b$	medeltillväxt u. b.	$L$	$LL$
1	—	L5 G10, 10	R	$R'$	2,615	35,08	—
2	—	L5 G10, 10	R	$0,96 R'$	2,512	27,99	—
3	—	L5 G10, 10	$1,01 R$	$R'$	2,941	38,10	—
4	P 13	L5 G10, 10	$1,01 R$	$0,96 R'$	2,806	30,32	—
5	—	G15, 10	R	$R'$	2,462	35,28	—
6	—	G15, 10	R	$0,96 R'$	2,242	25,61	—
7	—	G15, 10	$1,01 R$	$R'$	2,732	37,96	—
8	P 3	G15, 10	$1,01 R$	$0,96 R'$	2,479	27,54	—
9	—	H3 G10, 10	R	$R'$	2,345	29,28	33,56
10	—	H3 G10, 10	R	$0,96 R'$	2,165	21,41	23,96
11	—	H3 G10, 10	$1,01 R$	$R'$	2,600	31,51	36,12
12	P 21	H3 G10, 10	$1,01 R$	$0,96 R'$	2,396	23,07	25,82

Vid bedömning av tabell 29.3.1 bör ihåggkommas, att undersökningsmaterialet icke innehåller någon genomgallring eller höggallring. De tabeller, som erhållit dessa beteckningar, uttrycka den beräknade utvecklingen av låggallringstabellernas utgångsbestånd, under förutsättning att dessa genomgallras eller höggallras enligt antaget program, att tillväxten försiggår enligt låggallringsmaterialets tillväxtfunktioner samt att typfallskonstruktionen i övrigt grundas på låggallringstabellernas förutsättningar.

Det är sistnämnda förbehåll, som närmast intresserar oss i föreliggande sammanhang. I genomgallringstabellen P 3 och höggallringstabellen P 21 ha de två korrekitioner tillämpats, som befunnits lämpliga vid låggallring. Det är en öppen fråga, till vilken vi strax återkomma, om denna användning av korrektionerna är befogad.

Låt oss emellertid först studera de båda korrektionerna mera allmänt. Vi börja med faktorn  $1,01$ . Dennas effekt vid låggallring erhålles genom att jämföra t. ex. rad 4 med rad 2. Korrektionen med  $1,01$  ökar medeltillväxten

med 11,7 % och  $L$  med 8,3 %. Motsvarande ökningar äro vid genomgallring 10,6 % och 7,5 % samt vid höggallring 10,7 % och 7,8 %.

Effekten vid låggallring av faktorn 0,96 framgår av jämförelse mellan t. ex. rad 4 och rad 3. Korrektion med 0,96 minskar medeltillväxten med 4,6 % och  $L$  med 20,4 %. Motsvarande minskningar äro vid genomgallring 9,3 % och 27,4 % samt vid höggallring 7,8 % och 26,8 %.

Den samlade effekten vid låggallring av faktorerna 1,01 och 0,96 kommer till uttryck genom jämförelse mellan rad 4 och rad 1. Korrektionerna öka medeltillväxten med 7,3 % och minska  $L$  med 13,6 %. Vid genomgallring ökas medeltillväxten med 0,7 % och minskas  $L$  med 21,9 %, medan vid höggallring medeltillväxten ökas med 2,2 % och  $L$  minskas med 21,2 %.

Korrektionernas samlade inverkan på medeltillväxten kan betecknas som måttlig vid låggallring och obetydlig vid genomgallring och höggallring. I motsättning härtill är minskningen av grövsta diametern  $L$  stark vid låggallring och mycket stark vid genomgallring och höggallring. Då  $L$  nära sammanhänger med totalproduktionens värde per volymsenhet är denna minskning av stort intresse. Särskilt anmärkningsvärd är den betydande minskningen av  $L$  vid genomgallring och höggallring.

Vid jämförelse mellan tabeller för olika gallringsformer har värdeproduktionen visat sig mycket högre vid låggallring än vid genomgallring och höggallring. Denna fråga tillhör avhandlingen om värdet, och den beröres här endast i förbigående. Produktionstabellerna avse homogena bestånd, och för sådana bestånd finnes ingen anledning att betvivla låggallringens överlägsenhet. Däremot kan man tveka om utslagets styrka, som till största delen beror på korrektionen 0,96. Denna korrektion synes väl anpassad vid låggallring, men det är ej säkert, att den är motiverad vid de andra gallringsformerna.

I 11.6 diskuterades sambandet mellan behandlingsmetoden och kvoten  $\frac{r}{R}$ , som nära sammanhänger med korrektionskvoten  $\frac{b}{R}$ . Därav framgick, att  $\frac{r}{R}$  fick sina lägsta värden vid extremt stark låggallring. Det är därför troligt att vår låggallringskorrektion 0,96 bör ersättas med högre värden vid genomgallring och höggallring. En jämförelse mellan raderna 11 och 12 i tab. 29.3.1 ger vid handen, att även en måttlig höjning av korrektionen kan betydligt förbättra resultatet. Emellertid förekomma genomgallring och höggallring ej i materialet, varför frågan ej kunnat lösas i denna undersökning. Den synes emellertid vara förtjänt av stor uppmärksamhet.

Det kan möjligen överraska, att minskningen av  $b$  med endast 4 % kan få så stora verkningar, som tabellen visar. Redan en ändring med 1 % skulle tydligen ge märkbart utslag. Detta beror därpå, att kvarkvoterna vid varje tillfälle multipliceras med en fortlöpande produkt av upplupna kvarkvoter.

### 29.4. Rutans medelträd

Vid aktiv gallring bestämmes stamantalet i varje ruta av utgångsbeståndet och av gallringsprogrammet. Båda äro givna och antagas felfria. Produktionsberäkningens tillförlitlighet beror då på de medelträd i rutorna, med vilka stamantalerna multipliceras.

Frågan om medelträden betraktas i detta avsnitt endast från statiska synpunkter. Diskussionen rör förhållanden inom ett tabellbestånd vid ett givet tillfälle.

I 29.1 framhölls, att rutan motsvarar en viss, av  $\varphi$ -värdet vid dess övre och undre gräns bestämd del av normalfördelningen. På grund härav äro diameterfrekvenserna inom rutan kända, vilket möjliggör en bekväm beräkning av rutans medeldiameter och medelavvikelse.

Beräkningen av medeldiameterns läge i  $\varphi$ -skalan sker analogt med beräkningen av  $M'$  i M 7.4.3. Genom att även fördelningens övre gräns göres rörlig får formeln följande utseende:

$$v_1' = M = \frac{A(i) - A(j)}{C(j) - C(i)} \dots \dots \dots (29.4.1)$$

där  $M$  är rutans medeldiameter, mätt från normalkurvans nollpunkt och uttryckt i kurvans medelavvikelse  $\sigma n$ .

Härav

$$Mr = Mn + M \sigma n, \dots \dots \dots (29.4.2)$$

där  $Mr$  är rutans medeldiameter, mätt från diameterskalans nollpunkt.

Genom att övre gränsen blir rörlig ändras även formeln för andra nollpunktsmomentet från det i M 7.4.5. givna uttrycket till

$$v_2' = \frac{iA(i) - jA(j) + C(j) - C(i)}{C(j) - C(i)}, \dots \dots \dots (29.4.3)$$

varav

$$\sigma r^2 = v_2 = v_2' - M^2, \dots \dots \dots (29.4.4)$$

där  $\sigma r$  är rutans medelavvikelse.

För hela fördelningen ha vi tidigare betecknat grundytamedelstammens diameter med  $Dmg$ , varav, enligt t. ex. 6.7.1, sambandet

$$Dmg^2 = Ms^2 + \sigma s^2 \dots \dots \dots (29.4.5)$$

Vid tillämpning på en ruta få vi analogt

$$Dmgr^2 = Mr^2 + \sigma r^2 \dots \dots \dots (29.4.6)$$

Ekvationen uttrycker det kända förhållandet, att grundytamedelstammen är grövre än aritmetiska medelstammen. Vid beräkning av medelvolymer och medelvärde per träd i varje ruta tillstöta olika empiriska faktorer, vilka måste

bedömas från fall till fall. Utgångspunkt för dessa beräkningar blir rutans grundytamedelstam. Det är påtagligt, att medelvolymer normalt är högre än grundytamedelstammens volym och att medelvärdet normalt överstiger volymmedelstammens värde.

Låt oss nu betrakta ett utgångsbestånd, där alla diametrar äro givna. De bilda en fördelning med givet  $\varphi$ . Beståndets grundyta, volym och värde kunna erhållas genom att uppskatta dessa data träd för träd och summara. Men de angivna storheterna kunna också beräknas med god approximation genom att uppskatta medelträd i  $\varphi$ -klasser (rutor).

Om vi för detta ändamål utvälja rutornas aritmetiska medelstammar bli resultaten utan tvivel för låga, men om klassvidden ej är större än de i undersökningen använda bli felen obetydliga. Vi kunna också — för att få enklare samband — grunda våra beräkningar på rutornas mittdiametrar. Dessa äro, beroende på rutans läge i normalkurvan, större eller mindre än medeldiametrarna. Övervägande äro mittdiametrarna så mycket större, att grundtytor, volymer och värden tendera till något för höga resultat. Även dessa fel bli obetydliga vid liten klassvidd.

### 29.5. Spridningens inverkan

Antag nu, att det i 29.4, sista styckena, beskrivna utgångsbeståndet får växa i fem år och att diameterutvecklingen försiggår enligt den i 29.2 åberopade funktionen 11.3.1. För varje mittdiameter i en utgångsklass ger funktionen en sannolik mittdiameter vid periodens slut. Dessa slutdiametrar representeras av punkter på regressionslinjen. Emellertid finnes kring regressionslinjen en spridning, som beror på, att alla träd med samma utgångsdiameter ej tillväxa lika hastigt. Denna spridning påverkar ej de sannolika diametrarna, men den ökar diametrarna hos motsvarande grundytamedelstammar. Sambandet återges av funktionen

$$Dmg^2 = M^2 + S^2 \dots\dots\dots (29.5.1)$$

Detta uttryck liknar 29.4.6, men skiljer sig därifrån med hänsyn till innehållet. Då gällde det att bestämma den statiska grundytamedelstammen inom en ruta, där medeldiametern var  $M$  och medelavvikelsen  $\sigma$ . Nu är det fråga om enbart mittstammar, tillhörande samma ruta. Deras medeldiameter är  $M$ . På grund av olika tillväxthastighet finnes kring  $M$  spridningen  $S$ . Vi söka i 29.5.1 grundytamedelstammen för dessa mittstammar.

Av 29.5.1 framgår, att mittstammarnas grundytamedelstam måste vara större än den sannolika mittstammen, om spridning finnes. Detsamma gäller i än högre grad om volym- och värdemedelstammarna.

Grundytamedelstammen bestämmes uteslutande av diametrar, och den

kan därför beräknas matematiskt, så snart diametertillväxtens  $M$  och  $S$  äro kända. Beräkningen av  $M$  framgår av 21.6. Bestämningen av  $S$  kan i bästa fall hämtas från den funktion, som använts vid tillväxtberäkningen, eljest måste  $S$  beräknas genom specialkalkyl. Grundytemedelstammens diameter  $D_{mg}$  erhålles då enligt 29.5.1. Motsvarande medelgrundyta kalla vi sannolika medelgrundytan.

Beräkningen av rutornas volym- och värdemedelstammar underlättas därav, att det här gäller samma mittstammar som i grundyteberäkningen. Hastighetsvariationen måste i alla tre fallen vara densamma och ta sig samma uttryck i diameterspridning. Genom volymberäkning och värdering av träd med dessa diametrar få vi mittstammarnas fördelningar med avseende på volymer och värden. Härav beräknas sannolika medelvolymer och sannolika medelvärden.

Vi ha här studerat spridningens betydelse för endast en tillväxtperiod. Man kan fråga: hur går det sedan? Vi röra oss hela tiden inom samma kolumn, alltså samma ursprungliga  $\varphi$ -klass. Vår utgångsdiameter är utgångsklassens mittstam. Men vid början av nästa period föreligga de diametrar, som konstituera spridningen, och frågan är, hur den nya spridningen utstrålar från dessa diametrar. Man kan antaga, att spridningen har en naturlig tendens att ökas, men samtidigt minskas den genom gallring, varför dess nettoutveckling är svår att förutse. Emellertid omfattar vår tillväxtberäkning alltid hela perioden från utgångsbeståndet till det aktuella tillfället. Frågan om spridningens fortsatta utveckling gör sig därför ej direkt påmint. Dess betydelse för resultatet torde mycket bero på sättet för den grundläggande spridningsbedömningen.

Vi återvända till typfallets beståndsutveckling. Även i gynnsammaste fall äro de angivna beräkningarna så pass besvärliga, att de icke kunna ingå i en normal typfallskonstruktion. Emellertid är det en stor sak, om de kunna utföras i ett tillräckligt antal exempel, som sedan generaliseras till korrekationer för normalt bruk. Vi återkomma härtill i 29.6.

Tyvärr har detta arbetssätt icke kunnat genomföras i föreliggande undersökning. Den grundläggande tillväxtberäkningen avser nämligen medeldiametrar. Tillväxtfunktionernas spridning redovisar därför endast avvikelser mellan ytorna, medan avvikelser inom ytorna bortfallit. Dessutom försvåras överblicken av att tillväxtfunktionerna äro logaritmiska.

För valet av medeldiametern som grund för tillväxtberäkningen och för valet av logaritmiska funktioner talade på sin tid vägande skäl. Dessa beslut ha medfört många fördelar, men våra möjligheter att beräkna spridningen ha onekligen minskats.

Härtill komma vissa skiljaktigheter mellan produktionstabellerna och materialet, särskilt i beståndsutvecklingens senare skeden. Tabellerna avse

bestånd, som gallrats från sin tidiga ungdom, medan materialbestånden påverkats av gallring endast ett par decennier. Det är osäkert, i vilken mån materialbeståndens spridning kan överföras till tabellerna.

### 29.6. Korrektion för spridning

Under nuvarande förhållanden torde spridningens inflytande bäst studeras genom regressionsanalys av utvecklingen å ett mindre antal enskilda försöksytor. Som objekt böra utväljas några av de längst observerade ytorna. Metoden torde bli densamma som beskrivits i 11.3, dock utan medeltalsbildning i diameterklasser. För varje revision utom den första undersökes fristående de dåvarande diametrarnas regression över samma träds diametrar vid första revisionen. I första hand torde uppläggningsavse linjär regression. För varje regression beräknas spridningen. Genom att studera gången av spridningen sökes underlag för praktiska spridningskorrektioner.

Vid uppläggningsav produktionsytornas bearbetning kunde emellertid sådana spridningsstudier ej föregå huvudundersökningen. Observationstiderna voro vid denna tidpunkt för korta och de problem, som behövde lösas, voro många. Av 29.2 framgår, att beräkningen av grundytor, volymer och värden försöksvis baserades på de sannolika mittdiametrar i varje ruta, som erhöles med en enkel regressionsfunktion. Bedömning av dessa resultat ledde sedan till införande av två korrektioner, som diskuteras i 29.3.

Eftersom dessa korrektioner tillkommit genom bedömning av resultaten inkludera de alla slag av korrektionsbehov. Då resultaten förutsätta sannolika diametrar inbegripes även spridningen i korrektionerna.

### 29.7. Metod av DWIGHT

I detta sammanhang bör en metod omnämnas, som rätt mycket avviker från den här använda. Den har föreslagits av T. W. DWIGHT, professor vid School of Forestry, University of Toronto. En framställning av DWIGHTS metod har lämnats av L. A. SMITHERS (»The Dwight Cofrequency Principle in Diameter Growth Analysis». Canada, Dep. of Mines and Resources, Silvicultural Research Note, No. 91. Ottawa 1949). Enligt SMITHERS skall DWIGHT ha utvecklat metoden i ett opublicerat manuskript år 1931. Om SMITHERS' uppsats har jag fått kännedom först under 1954, då fil. lic. BERTIL MATÉRN fäste min uppmärksamhet på den.

DWIGHT utgår från diameterobservationer i ett bestånd vid ett tidigare tillfälle (diametrar  $X$ ) och ett senare tillfälle (diametrar  $Y$ ). Han diskuterar regressionerna  $Y$  på  $X$  och  $X$  på  $Y$ . Kring båda finnes en spridning, som



uppkommer genom att stammar med samma begynnelsediameter växa olika fort.

I regressionsanalysen representeras alla dessa alternativ av klassmedeltal, vilka ange begynnelsediametrarnas sannolika slutdiametrar. Emellertid bör volymberäkningen vid periodens slut grundas på de sannolika diameterkvadraterna, och dessa äro, då spridningen finnes, större än de sannolika diametrarnas kvadrater. I undersökningen ha de senare använts, men fel-tendensen har motvägts av allmänna korrekationer.

Denna svårighet vill DWIGHT undvika genom förändrad målsättning. Han avstår från att bedöma de enskilda trädens tillväxt och söker i stället få ett grepp på hela fördelningens utveckling. För detta ändamål ordnas diametrarna  $X$  efter storleken och därefter ordnas, oberoende av  $X$ , diametrarna  $Y$  efter sin storlek. Punkter  $(X_i, Y_i)$ , som representera diameterpar med samma ordningsnummer, uppläggas i ett koordinatsystem och utjämnas med en rät linje genom medelpunkten  $(\bar{X}, \bar{Y})$ , där  $\bar{X}$  och  $\bar{Y}$  äro medelvärden av  $X$  och  $Y$ .

Denna linje är DWIGHTS »Cofrequency line». Den ligger emellan de båda regressionslinjerna och den anses vara fri från spridning. Linjen uttrycker relationen mellan diametrar, som ha samma position i den tidiga och i den sena ordningsföljden. Våra sannolika individdiametrar utbytas mot sannolika positionsdiametrar.

Låt oss betrakta verkningarna av detta utbyte. De enskilda stammarna med samma begynnelsediameter växa som förut olika fort, men detta har endast till följd att de komma på olika platser i slutfördelningen. I varje position av slutfördelningen finnas endast lika diametrar. En eventuell spridning inom positionen kalla vi förslagsvis »äkt», och vi konstatera, att ingen äkta spridning kan uppkomma vid denna anordning. Däremot kunna observationerna avvika från utjämningslinjen, men detta är en annan fråga (jfr 5.2 och 6.2).

I det föregående har berörts, hur kofrekvenslinjer uppläggas, då diametrarna  $X$  och  $Y$  äro kända. Vår uppgift är att i en mängd fall, där diametrarna  $X$  äro kända, beräkna de sannolika positionsdiametrarna  $Y$ . Härför fordras, att vi känna de kofrekvenslinjer, som äro tillämpliga i alla dessa fall. Det inses lätt, att en lösning av produktionsproblemen enligt DWIGHTS uppslag har samma dimensioner som den nu framlagda undersökningen. Ett sådant arbete kan icke improviseras.

Emellertid är uppslaget väl värt att grundligt studeras. Genom att den äkta spridningen bortfaller vinnes den betydande fördelen, att samma diametrar kunna läggas till grund för beräkning av en »rutas» medeldiameter, medelgrundyta, medelvolym och medelvärde.

Till en början bör utredas, hur kofrekvenslinjen ligger i ett stort antal

olika fall. Existensen av närmelsvis räta kofrekvenslinjer är knappast styrkt ens för kanadensiska förhållanden, än mindre för svenska. Om krökta linjer måste tillgripas innebär detta en betydande komplikation, särskilt med tanke på den växelvisa beräkningen av gallring och tillväxt.

Ifall det visar sig, att kofrekvenslinjen är rät, och om den går genom medelpunkten  $(\bar{X}, \bar{Y})$ , så erbjuda sig intressanta jämförelser med regressionslinjerna i fig. 11.6.6. Medelpunkten är där betecknad [Ms2], Ms1. Genom regressionslinjens vridning kring denna punkt kan den intaga olika lägen. Under de angivna förutsättningarna sammanfaller kofrekvenslinjen med något av dessa lägen. Det kan vara upplysande att finna, var detta sker. I detta sammanhang erinras om den kontroll på regressionslinjens lutning, som enligt 29.3 kan erhållas genom att beräkna grövsta diametern vid 100 år.

Även om det konstateras, att kofrekvenslinjen är rät, så ha vi därmed icke kommit längre än till vårt motsvarande konstaterande i 11.3.1. För bedömning av den blivande utvecklingen behöva vi undersöka många försöksytor, och observationerna från dessa måste på ett eller annat sätt generaliseras. Med hänsyn till medeldiameterns centrala ställning i DWIGHTS resonemang blir det troligen fördelaktigt att — liksom i denna undersökning — härleda funktioner för beräkning av medeldiameterns tillväxt. Till förberedelserna hör också en brett lagd undersökning över kofrekvenslinjens lutning under olika förutsättningar, t. ex. geografiskt läge, trädslag, bonitet, ålder och gallringsform. Därvid torde det visa sig lämpligt att uttrycka lutningen som kvot av medeldiameterns tillväxtkvot  $R$ . Sedan bör det vara möjligt att övergå till uppgifter av prognosnatur, i första rummet produktionstabeller.

## **VI. Heterogena bestånd. Metodik**

### **Kap. 30. Metodik för produktionstabeller**

#### **30.1. Inledning**

I denna avhandling ha likåldriga, rena bestånd med jämn ytfördelning kallats homogena. Övriga bestånd ha benämnts heterogena. Till sistnämnda grupp höra alltså bestånd, som icke äro likåldriga, icke äro rena och icke ha jämn ytfördelning.

Vårt lands heterogena skogsbestånd förete stor typväxling. Inom denna grupp finnas ofta mer eller mindre starka inslag av lövträd. Då vi emellertid begränsat vår uppgift till att omfatta »Barrskogens volymproduktion» förbigås här alla bestånd med lövinblandning.

De heterogena bestånden definieras i första stycket genom negationer. Detta förhållande sätter sin prägel på gruppens sammansättning. Medan exempelvis begreppet likåldrig endast täcker en åldersrelation kan begreppet olikåldrig motsvara många grader av olikåldrighet. Detsamma gäller för definitionerna »icke ren» och »icke jämn ytfördelning». Därtill kommer, att de tre egenskapernas avvikelser från motsvarande karaktärer i homogena bestånd kunna vara kombinerade på olika sätt.

Av det sagda framgår, att begreppet »heterogent bestånd» är synnerligen mångtydigt. Man kan icke vänta, att dessa bestånd skola vara tillgängliga för lika enhetliga undersökningsmetoder, som dem vi använt i de homogena bestånden. Vi fråga nu, huruvida och på vad sätt heterogena bestånd kunna bearbetas till produktionstabeller. Därvid begränsa vi oss till sådana beståndstyper, vilka endast i en av de tre nämnda egenskaperna avvika från motsvarande homogena bestånd. Vi få härigenom tre undersökningsalternativ, vilka betraktas i de tre närmaste avsnitten.

#### **30.2. Trädslagsblandning**

Närmast de homogena bestånden stå de, som icke äro rena, dvs. bestånd av mer än ett trädslag. Eftersom vi begränsat oss till barrskogen blir det här fråga om blandskog av barrträd. Den ojämeförligt viktigaste typen är blandskogen av tall och gran. Våra reflexioner över denna typgrupp gälla därför likåldriga blandbestånd av tall och gran med jämn ytfördelning.

Sådana bestånd utvecklas huvudsakligen på samma sätt som de homogena bestånden. Det finns i varje bonitet ett utgångsbestånd, som gallras och växer tills det slutavverkas. Skillnaden är emellertid betydande, kanske mest ur undersökningssynpunkt. Vi måste i detalj redovisa två utvecklingsförlopp i stället för ett. Därigenom försvåras arbetet både i fråga om stamantalsutvecklingen och tillväxten.

Såvitt jag kan se komma de största svårigheterna att uppträda på gallrings-sidan, dvs. beträffande stamantalsutvecklingen. Tillgång till observationer från sammanhängande utvecklingsförlopp blir ännu viktigare än i de homogena bestånden. Däremot erbjuder studiet av tillväxten inga teoretiska svårigheter. Några av de oberoende variablerna måste fördubblas, så att båda trädslagen bli representerade vid angivandet av tillväxtens förutsättningar. Som beroende variabel insättes först uttrycket för det ena trädslagets tillväxt och därefter — genom utbyte — motsvarande uttryck för det andra trädslaget. Detta byte kräver förhållandevis liten tid, ungefär en fjärdedel av den första analysen.

Sammanfattande kan sägas, att denna typ kan bearbetas till produktions-tabeller. Härför kräves emellertid mer arbete än i de homogena fallen, varför antalet tabellförsök måste begränsas. Tabeller av detta slag få sin största betydelse genom jämförelse med motsvarande homogena tabeller. Man kan på detta sätt finna relationer, vilka möjliggöra generaliseringar.

### 30.3. Ojämn ytfördelning

Problem, som uppstå genom ojämn ytfördelning, studeras bäst i noggranna småundersökningar av annat slag än de här behandlade.

### 30.4. Åldersblandning

Slutligen återstå de olikåldriga bestånden, av vilka vi här endast betrakta rena bestånd med jämn ytfördelning. Åldersvariationen kan växla från de obetydliga avvikelser, som tolereras i homogena bestånd, upp till blädningsskogens fullständiga åldersblandning. De flesta av typerna i denna grupp måste betraktas som tillfälliga, och de kunna knappast generaliseras. Endast blädningsskogen kan, åtminstone teoretiskt, betecknas som en bestående företeelse. På grund av det stora intresse, som blädningen tilldragit sig under olika epoker och i olika länder, är den förvisso värd att undersökas. Det är önskvärt, att kontakt därvid uppehålls med de homogena beståndens bonitering, men i övrigt torde sådana undersökningar få föga gemensamt med de här framlagda. Den speciella metodik, som behöves för studiet av blädningen, torde bäst utformas under arbete med småundersökningar.

### 30.5. Normala och abnorma bestånd

I kap. 30 har undersökts, i vilken mån heterogena bestånd kunna läggas till grund för produktionsstabeller. Vi ha funnit, att trädslagsblandning icke behöver utgöra något hinder, ehuru arbetet därigenom ökas betydligt. Vid andra former av heterogenitet ha utsikterna för en sådan bearbetning syns vara ringa.

Därvid har förutsatts, att produktionsstabeller skola representera hela ut-

vecklingsförlopp, som generaliserats till typfall (jfr 25.3). Huvudsyftet med sådana tabeller är att underlätta valet av metoder för beståndens för yngning, röjning, gallring och slutavverkning, vilket allt kan sammanfattas i ett skötselprogram. Valet mellan programmen sker genom att jämföra resultaten av alternativa tabeller med olika skötsel, men med samma förutsättningar i övrigt.

Det sålunda valda programmet tjänar till ledning vid skötseln i denna generation och det lägges till grund för bedömning av beståndsutvecklingen i nästa generation och senare.

De synpunkter, som anförts i de två senaste styckena, gälla framför allt för homogena bestånd, och de ha tidigare berörts i detta sammanhang. Synpunkterna upprepas här för att understryka deras giltighet även för heterogena bestånd, som kunna bearbetas till produktionstabeller.

Det på beskrivet sätt för en viss lokal valda skötselprogrammet och den däremot-svarande produktionstabellen kallas normala. Ett bestånd på denna lokal, som i huvudsak överensstämmer med tabellen, kallas också normalt. Vid större avvikelser kallas beståndet abnormt.

## **Kap. 31. Metodik för korta undersökningar**

### **31.1. Inledning**

I 30.5 framhölls, att de genom jämförelse mellan alternativa produktionstabeller valda skötselprogrammen skulle tjäna till ledning vid skogsskötseln i denna generation. Då de aktuella bestånden vanligen skötts på annat sätt tidigare än enligt programmet, måste de ofta betraktas som abnorma enligt de här anlagda synpunkterna, vilket försvagar jämförelsen med tabellerna. Särskilt vid slutavverkningen vill man därför gärna ha stöd av andra kriterier, som mera påverkas av det aktuella beståndets egenskaper.

### **31.2. Nu eller nästa gång**

I ett bestånds liv inträffar det förr eller senare, att skogsvårdaren tvekar, om gallringen bör fortsättas eller om tiden är inne för slutavverkning. Han ställes då inför frågan: »Nu eller nästa gång?» Om svaret blir »nu» är utgången definitiv, eftersom beståndet avverkas. Svaret »nästa gång» kan däremot omprövas vid nästa gallringstillfälle, så att slutavverkningen uppskjutes ytterligare.

Till sin natur är denna fråga ekonomisk, varför tanken ej skall diskuteras närmare i detta sammanhang. För besvarande av dylika frågor fordras emellertid vissa utvecklingsundersökningar, vilkas metodik tillhör denna framställning.

Uppgiften karakteriseras av rubriken till detta avsnitt. Vid slutavverkning

nu skördas beståndets nuvarande virkesmängd, vilken kan uppskattas på vanligt sätt. Om däremot slutavverkningen uppskjutes gallras beståndet nu, varefter det får växa till nästa gång. Det är beräkningen av denna blivande tillväxt som här skall diskuteras. Tillväxten skall bestämmas så att dess värde kan beräknas.

### 31.3. Tillväxtundersökning

Den uppgift, som angavs i förra avsnittet, erbjuder viss likhet med problemställningen i normala bestånd. Liksom där kräves tillgång till ett material av observerade tillväxter, avseende ett gallringsintervall, och beskrivning av beståndets tillstånd efter gallringen vid intervallets början. I båda fallen är det en fördel, om beskrivningen i stället kan avse såväl tillståndet före gallringen vid intervallets början som själva gallringsuttaget. Uppgifterna skilja sig framför allt därigenom, att intervallets tillväxt i normalfallet ingår som element i en produktionstabell, medan den i abnorma bestånd har fristående betydelse.

De behövliga observationerna kunna i båda fallen utföras på fasta försöksytor eller genom engångsundersökning. På grund av historikens stora betydelse i de abnorma bestånden böra emellertid fasta försöksytor eftersträvas i detta fall.

De i skogen förekommande beståndstyperna äro ofantligt mycket mer differentierade i den abnorma gruppen än i den normala. Den större variationen är en fördel ur utjämningssynpunkt, men den försvårar i hög grad definierandet av tillväxtens förutsättningar. I detta avseende spelar beståndshistoriken en betydande roll.

För användningen skulle det vara bekvämast, om resultaten från abnorma bestånd kunde framläggas som produktionstabeller för enskilda intervall. Detta blir emellertid svårt på grund av den stora variationen. Man torde bli hänvisad till att publicera hjälpmedel för beräkning av tillväxten, framför allt tillväxtfunktioner.

På detta område återstår mycket att göra. I vårt land ha specialundersökningar utförts för begränsade typområden, främst ett arbete av NÄSLUND (1942). Men i stort sett äro de abnorma bestånden, vilka utgöra huvuddelen av praktikens skogar, ännu outforskade.

### 31.4. Bedömning av tillväxten

I de abnorma bestånden tvingas man ofta, liksom i de normala, att på grund av bristande tid ersätta tillväxtberäkningen med bedömning. Därvid anlitar man enkla relationer av olika slag, som genom allmänna undersökningar befunnits användbara. Enligt sakens natur bli dock sådana bedömningar osäkrare i abnorma än i normala bestånd.

## **VII. Homogena och heterogena bestånd**

### **Kap. 32. Slutord om metodiken**

#### **32.1. Frågans behandling i kapitlen 1—31**

Kap. 1—2 innehålla undersökningens förhistoria fram till valet av bearbetningsmetod. Kap. 3 lämnar en översikt av materialet.

I kap. 4—8 behandlas allmänna metodfrågor, med tonvikt på detaljerna.

Kap. 9—24 redogöra för beräkningen av varje särskilt moment i beståndsutvecklingen. Även här lägges huvudvikten på detaljerna.

Kap. 25—31 handla också om beståndsutvecklingen, men ur helhetens synvinklar.

#### **32.2. Många anvisningar äro avsedda för tillfälligt bruk**

I avhandlingen förekomma åtskilliga anvisningar, vilka ej behöva iakttagas i rutinemässigt arbete. De ha tillkommit för att underlätta ett mångsidigare inträngande i metodernas möjligheter. I dylika arbeten är ingenting så givande som betraktandet av samma fenomen från olika synpunkter. Man vinner bättre överblick genom att då och då pröva något alternativt förfarande.

#### **32.3. Forskningen och praktiken ställa olika krav**

Vid bearbetning av ett produktionsmaterial påverkas arbetets planläggning ofta av motsatta intressen.

Från vetenskaplig synpunkt är det angeläget, att undersökningen koncentreras så mycket som möjligt. Man bör helst begränsa sig till endast en materialgrupp och pröva de erhållna funktionerna på endast ett typfall. Härigenom blir det möjligt att studera problemet grundligt genom upprepade försökslösningar. Först när en tillfredsställande lösning erhållits av det valda typfallet (försöksfallet) utsträcker arbetet till att omfatta andra typfall. Beräkningen av dessa blir då i regel en enkel tillämpning av de funktioner och andra erfarenheter, som vunnits i försöksfallet. Genom detta arbetssätt nedbringas den totala tidsåtgången och kostnaden till ett minimum.

Det praktiska intresset i denna sak torde på längre sikt sammanfalla med det vetenskapliga. Däremot finns det ett kortsiktigt praktiskt intresse, som kräver undersökningens breddning snarast möjligt, utan hänsyn till det grundläggande försöksarbetets behov. På detta sätt får man lösningar, som snart måste göras om.

### 32.4. Metodernas tillförlitlighet

Den som sysslar med dessa frågor hotas av två fallgropar, som äro lika farliga, nämligen att underskatta metoderna eller att överskatta dem.

Låt oss först betrakta ett gynnsamt fall. Antag, att vi förfoga över ett tillräckligt stort och väl fördelat material, att vi utnyttja regressionsanalysens möjligheter att framställa funktioner, som äro väl tillpassade till detta material, att vi med funktionernas hjälp beräkna utvecklingen av typfall och att denna beräkning visar sig uppfylla rimliga anspråk på säkerhet — ja, då ha vi rätt att betrakta den erhållna produktionstabellen som tillförlitlig. Därmed är emellertid ingenting sagt om tabellens lämplighet, vilken avgöres vid skötselvalet genom jämförelse med resultaten från andra produktionstabeller.

Här är ej platsen att utreda, i vilken mån sådana gynnsamma fall som det beskrivna kunna förekomma i svensk produktionsforskning. På grund av materialfrågans läge är det möjligt, att de utgöra undantag, men det är säkert, att bristen håller på att försvinna (jfr 26.7). Så snart materialfrågan tillåter det, blir det utan tvivel möjligt att framställa tillförlitliga produktionstabeller.

Att i detta läge underskatta den föreliggande metodiken vore enligt min mening ett stort fel. Vissheten, att de skogliga produktionsfrågorna kunna lösas under gynnsamma förhållanden, är utomordentligt stimulerande. Den manar oss att efter bästa förmåga verka för att dessa gynnsamma förutsättningar alltmer skola bli verklighet.

Å andra sidan måste vi vara medvetna om att det i ogynnsamma fall brister med avseende på ett eller flera av våra antaganden i andra stycket. Resultatet blir då ej lika tillförlitligt, och vi ha ingen rätt att helt tillgodoräkna oss den good will, som metoden äger i gynnsamma fall. Om vi bortse härifrån överskatta vi den berörda metoden, vilket kan allvarligt skada produktionsforskningen.

### 32.5. Ytterst blir det fråga om bedömning

Enligt 26.8 ha produktionstabellerna försetts med tre gradbeteckningar, varav A anger beräknade tabeller, C bedömda tabeller och B en mellangrad. Till A ha förts tabeller, där diameterutvecklingen beräknats med regressionsanalys av eget material och övre höjdens utveckling beräknats ur direkta observationer. Graderna B och C kunna i detta sammanhang förbigås.

Som synes äro de fordringar, som ställas på den högsta graden A, ganska anspråkslösa. Det begäres endast, att diameterutvecklingen och utvecklingen av övre höjden skola vara beräknade på särskilt sätt. Den materialkritik, som ligger bakom våra omdömen i 32.4, har ej inverkat på graderingen. På grund härav kan det sägas, att även beräkningen i graden A innehåller ett moment av bedömning.



Ännu mer påverkad av bedömning blir produktionstabellernas tillämpning. Tabellerna avse homogena bestånd, men skogsbestånden äro oftast heterogena. Även i andra avseenden uppstå olikheter mellan tabellernas och skogsbeståndens förutsättningar. Steget från tabellerna till skogen måste i regel tagas genom bedömning.

Detta förhållande minskar ej betydelsen av de beräkningar, som ligga bakom produktionstabellerna. Utan dessa omsorgsfulla förarbeten skulle bedömningen få ringa värde.

## VIII. Resultat

### Kap. 33. Volymproduktion och värdeproduktion

#### 33.1. Inledning

Innan vi diskutera den föreliggande undersökningens resultat är det nödvändigt att vidga perspektivet. Detta arbete bär titeln »Barrskogens volymproduktion», och de resultat, som redovisas, begränsas i överensstämmelse med titeln. Emellertid har den framlagda undersökningen mycket större räckvidd, enär den också utgör underlag för en planerad publikation om »Barrskogens värdeproduktion». Den senare boken bygger icke direkt på den förra, utan båda utgöra grenar på samma stam. Den grundläggande bearbetningen är gemensam för båda uppgifterna till och med tablåerna över stamantal, diametrar och höjder i alla  $\varphi$ -klasser vid alla tillfällen (jfr kap. 28).

#### 33.2. Volymproduktionen

Från de nämnda tablåerna går volymberäkningen vidare fram till de produktionstabeller, som redovisas i del XIV. Förut har framhållits, att tabellerna avse homogena bestånd, som skötas enligt givna program, medan skogens bestånd vanligen äro heterogena och dessutom avvika genom att de skötts på annat sätt. Tabellen kan därför sällan tillämpas direkt, utan överföringen till verkliga bestånd måste ske genom bedömning.

För att klargöra innebörden av en sådan bedömning böra vi erinra oss produktionsforskningens syfte. Det är — i varje fall i främsta rummet — att möjliggöra ett välgrundat val mellan olika skötselmetoder. Härför fordras en rättvisande jämförelse mellan dessa metoders resultat, vilken endast kan erhållas genom att jämföra produktionstabeller. Valet sker därför mellan tabeller. Den bedömning, varom vi talade i förra stycket, avser frågan, om valets resultat, alltså företräde åt ett visst skötselprogram, kan överföras på verkliga bestånd.

En sådan fråga kan knappast besvaras på annat sätt än genom en diskussion, som överväger, i vilken mån de verkliga beståndens avvikelser från tabellerna kunna tänkas omkasta valets utgång.

Vi återkomma i kap. 35 till ett antal tabelljämförelser av här berört slag.

#### 33.3. Värdeproduktionen

Beräkningen av värdeproduktionen utgår från samma tablåer som volymberäkningen och den resulterar i produktionstabeller, uttryckta i penningar. För att täcka samma typvariation som volymtabellerna måste emellertid an-

talet värdetabeller bli mycket större. Dels kan varje volymtabell förekomma i olika avsättningslägen och dels är, på grund av konjunkturväxlingar, värdetabellens varaktighet betydligt mindre. Detta gör, att jämförelsen mellan tabeller, vilken kan begränsas till ett mindre antal, kommer mera i förgrunden, då det gäller värdeproduktionen. I detta fall får också jämförelsen större intresse, eftersom skötselvalet till sin natur är ekonomiskt.

Här bör framhållas, att några av undersökningens viktigaste resultat i fråga om värdeproduktionen redan publicerats i en som exkursionsledare avsedd skrift: »Om skogsvårdslagens tillämpning» (PETTERSON, 1950). Emellertid komma vi i detta sammanhang ej närmare in på värdeproduktionen. Frågan beröres här endast för att antyda omfattningen av den grundläggande undersökningens användning.

## Kap. 34. Tabeller över volymproduktionen

### 34.1. Inledning

Volymresultaten utgörs av 100 produktionstabeller. Översikt av dessa erhålles genom registret å sid. 350—352. Vissa data, som vid beskrivning äro likvärdiga med registrets uppgifter, men som icke använts för registrering, återfinnas i metodbilagorna M 34 och M 35.

### 34.2. Registrets beteckningar

Registrets tabellhuvud innehåller följande beteckningar:

$H_{100}$  = övre höjden i meter vid 100 år = bonitetsvisare.

Vid utgångsläget:

$q_s$  = kvoten mellan det aktuella utgångsbeståndets stamantal och det normala utgångsbeståndets stamantal. Som normala betraktas i detta sammanhang utgångsbestånd, vilkas stamantal beräknats eller bedömts med stöd av materialet.

$\varphi_1$  = faktor, som anger stamfördelningens form före gallringen. Se kap. 9 och 17.

$h_{30}$  = övre höjden i m.

$M_{SI}$  = aritmetiska medeldiametern i cm före gallringen.

$S_1$  = stamantalet före gallringen.

$t'$  = det aktuella beståndets ålder, då övre höjden var = 1,3 m. Se 7.4.

$t$  = det normala beståndets ålder, då övre höjden var = 1,3 m. Se 7.4.

$\frac{t'}{t}$  = kvot, som bedömes direkt. Den har satts = 0,7 i planterade bestånd

och = 1,0 i icke planterade. I 7.5 framhålles, att  $\frac{t'}{t}$  troligen bör nyanseras även inom grupperna »planterad» och »icke planterad».

Gallringsmoment:

L = låggallringsmoment. Se 16.8.

H = höggallringsmoment. Se 16.8.

G = genomgallringsmoment. Se 16.8.

Intervall = antal år mellan gallringarna.

### 34.3. Registrets uppställning och användning

Tabellerna ha inom varje grupp ordnats från vänster, så att de först sorterats över  $h_{100}$ , därefter inom varje  $h_{100}$  över  $\varphi_1$ , inom varje sådan grupp över åldern osv. Först sedan tabellerna ordnats på detta sätt ha de numrerats. Tyvärr brytes nummerföljden genom att sex specialtabeller, tillhörande Tall, Norra Sverige, icke planterad, tillkommit efteråt. De bära numren P 95—P 100, men ha infogats omedelbart efter P 47.

Som synes råder stor övervikt för gruppen Tall, Norra Sverige, icke planterad, och inom denna för boniteten  $h_{100} = 20$ . Detta är en tillämpning av den koncentration, varom talas i 32.3.

Registrets uppställning gör det lätt att finna tabellpar, mellan vilka en jämförelse blir givande. Vanligen önskar man jämföra resultaten vid olika skötsel, men med samma förutsättningar i övrigt.

### 34.4. Produktionstabellerna

Undersökningens 100 produktionstabeller stå i nummerföljd på sid. 353—391. I varje tabells rubrik anges grupp,  $h_{100}$ , gallringsprogram,  $qs$  och gradbeteckning enligt 26.8.

Vid arbetets uppläggning har den blivande värdeberäkningen betraktats som en huvudsak. På grund härav har volymen angivits under bark. För att underlätta bedömning av volymer på bark ha vissa barkrelationer meddelats i metodbilagan M 35.

I tabellerna förekomma två kolumner, vilka kunna synas överflödiga, nämligen en av stamantalskolumnerna och en av volymkolumnerna. De ha emellertid medtagits för att underlätta överblicken.

## Kap. 35. Jämförelser mellan tabeller

### 35.1. Inledning

Ett tabellbestånd, som utvecklas från ett givet utgångsläge genom att det gallras enligt ett givet program och växer enligt givna funktioner, uppnår genom dessa skeenden icke något slut. I överensstämmelse härmed är produktions Tabellen öppen mot högre åldrar. För att utvecklingen skall avbrytas fordras

ett särskilt ingrepp, som icke är markerat i tabellen, nämligen slutavverkningen.

Vi söka i detta kapitel belysa olika skötselmetoder genom att jämföra deras produktionstabeller. Därvid synes det självklart, att varje tabellbestånd skall slutavverkas vid den ålder, som är bäst för tabellens resultat. Vad som är bäst i varje fall beror emellertid på skogsbrukets målsättning. Men denna växlar, och därför har slutåldern ej kunnat anges i tabellerna.

Eftersom olika skötselprogram kunna medföra olika slutåldrar är i vanliga fall totalproduktionen mindre lämplig som bedömningskriterium. Bättre är medeltillväxten per år och hektar under växttiden, vilket uttryck står i produktionstabellerna. Vid jämförelse mellan hela skötselprogram vore det mest korrekt att använda medeltillväxten under omloppstiden, alltså förnygringstid + växttid, men detta hänsynstagande brukar, där det förekommer, uppskjutas till slutdiskussionen.

### 35.2. Val av kriterium

För en riktig jämförelse mellan olika skötselmetoder fordras, såsom framhölls i 35.1, att vi acceptera ett mål för skogsbruket. Det är uppenbart, att detta mål bör vara ekonomiskt, varför diskussionen härom tillhör det planerade arbetet »Barrskogens värdeproduktion». Då vi här endast behandla volymproduktionen, torde det vara befogat att provisoriskt uppställa största volymproduktion som skogsbrukets mål. På grund härav föredrages i varje tabell den slutålder, som ger största volymproduktionen, alltså den ålder, då medeltillväxten kulminerar. Det skötselprogram anses bäst, vars på detta sätt bestämda medeltillväxt är störst. Beträffande förnygringstidens inverkan se reservationen i 35.1, sista stycket.

Emellertid förekomma i produktionstabellerna vissa undantag, som sammanhånga med återväxten. Varje gallringsprogram karakteriseras av en viss gång i stammarnas avveckling. Vid programmets tillämpning på verkliga bestånd kan den tilltagande glesheten leda till att återväxt börjar inställa sig, först på lättförnygrade marker och senare på de övriga. Hänsyn till denna förnygring påskyndar slutavverkningen på ett sätt, som är starkt lokalt betonat och därför ej kan återges i en allmän produktionstabell. I stället har förnygringens genomsnittliga inverkan beaktats genom den grovt schematiska regeln, att slutavverkning sker senast vid den ålder, då stamantalet går under 200. Ställandet av fröträd, som också är lokalt betingat, anses ligga utanför produktionstabellens ram.

I andra fall kan utglesningen medföra stigande svårigheter vid en kommande kultur. Vidare kan långt driven utglesning öka risken för röta, avtorkning och stormfällning. Allt detta motiverar en tidigare slutavverkning än den räknemässigt erhållna. En verklig utredning av den lämpliga gränsdrag-

ningen är svår att åstadkomma. Även i dylika fall har 200-gränsen för stamantalet tillämpats provisoriskt.

Såsom framhölls i 34.3 tillhöra produktionstabellerna övervägande gruppen Tall, Norra Sverige, icke planterad, och inom denna grupp boniteten  $h_{100} = 20$ . Det är därför naturligt, att våra flesta jämförelser hämtas från nämnda grupp och bonitet. Grupperna åberopas med sina nummer enligt tabell 3.4.1.

### 35.3. Tall, Norra Sverige

#### I. Konstant låggallringsmoment och olika volymuttag.

Grupp I,  $h_{100} = 20$ . Jämförelsen omfattar 13 tabeller, vilka ha samma utgångsbestånd (se registret å sid. 350) och som behandlas med samma låggallringsmoment L 5, men med olika genomgallringsmoment G. Resultaten framgå av tabell 35.3.1. Tabellen visar den största medeltillväxten och dess varaktighet samt uppger, om kulmination observerats. Ett streck i anmärkningskolumnen markerar, att medeltillväxten ej kulminerat inom produktionstabellens ram.

**Tabell 35.3.1. Medeltillväxt under bark vid konstant låggallringsmoment och olika volymuttag. Intervall = 10**

Prod. tab.	Gallring		Största medeltillväxt		Anm.
	program	per år %	m <sup>3</sup> u. b.	under åren	
P 7	L 5 G 1	1,16—1,26	3,3	138—158	—
P 8	L 5 G 5	1,86—1,95	3,0	108—148	Kulm.
P 9	L 5 G 6	2,03—2,12	3,0	108—128	»
P 10	L 5 G 7	2,20—2,29	2,9	98—138	—
P 11	L 5 G 8	2,36—2,45	2,9	98—118	Kulm.
P 12	L 5 G 9	2,53—2,61	2,8	88—128	»
P 13	L 5 G 10	2,69—2,77	2,8	88—118	»
P 15	L 5 G 11	2,85—2,93	2,8	98—108	»
P 16	L 5 G 12	3,01—3,09	2,7	88—118	»
P 17	L 5 G 13	3,17—3,25	2,7	88—108	»
P 18	L 5 G 14	3,33—3,40	2,7	88—98	»
P 19	L 5 G 15	3,48—3,55	2,7	88—98	»
P 20	L 5 G 20	4,23—4,29	2,5	68—98	»

Enligt tabell 35.3.1 är medeltillväxten störst vid den svagaste gallringen, L 5 G 1. Detta program medför ett årligt uttag, som mellan 38 och 158 års ålder är lägst 1,16 och högst 1,26 % av volymen. Av 15.2 framgår, att gallringen A (standardgallring), vilken nått och jämnt föregriper självgallringen, uttager i genomsnitt per år cirka 1 % av volymen. Vi förstå härav, att vårt mest producerande program L 5 G 1, 10 är en mycket svag gallring.

## II. Närmelsevis lika volymuttag och varierande moment.

Grupp I,  $h_{100} = 20$ . Jämförelsen omfattar tre tabeller, vilka ha samma utgångsbestånd. De behandlas med olika låggallringar, nämligen L 1 G 5, L 3 G 3 och L 5 G 1, vilka uttaga ungefär samma procent av volymen. Resultaten framgår av tabell 35.3.2.

**Tabell 35.3.2. Medeltillväxt under bark vid närmelsevis lika volymuttag och olika gallringsprogram. Intervall = 10**

Prod. tab.	Gallring		Största medeltillväxt		Anm.
	program	per år %	m <sup>3</sup> u. b.	under åren	
P 5	L 1 G 5	1,16—1,28	2,7	98—148	—
P 6	L 3 G 3	1,16—1,32	3,0	118—148	—
P 7	L 5 G 1	1,16—1,26	3,3	138—158	—

Volymproduktionen är störst vid gallring L 5 G 1 och minst vid gallring L 1 G 5. Det är naturligtvis svårt att avgöra, om det är det starka låggallringsmomentet eller det svaga genomgallringsmomentet, som är förmånligt. Den realitet, som belyses av tabell 35.3.2, torde bäst karakteriseras så, att vid svagt volymuttag, som är lika i de jämförda fallen, är lågt orienterad gallring fördelaktig för volymproduktionen.

## III. Olika gallringsintervall.

Grupp I,  $h_{100} = 20$ . Gallringsprogram L 5 G 10. Jämförelsen omfattar en tabell med intervallet 5 och en tabell med intervallet 10. Resultaten framgå av tabell 35.3.3. Medeltillväxten är lika i de båda tabellerna.

**Tabell 35.3.3. Medeltillväxt under bark vid olika gallringsintervall.**

Prod. tab.	Gallring		Intervall	Största medeltillväxt		Anm.
	program	per år %		m <sup>3</sup> u. b.	under åren	
P 4	L 5 G 10	2,92—3,02	5	2,8	93—113	Kulm.
P 13	L 5 G 10	2,69—2,77	10	2,8	88—118	»

## IV. Olika medeldiametrar i utgångsbeståndet.

Grupp I,  $h_{100} = 20$ . Utgångsbeståndets normala medeldiameter 5 cm har försöksvis ändrats till 6 och 8 cm. Därvid har stamantalet anpassats till den ändrade medeldiametern enligt den statistiska funktionen Fr.2. Försöket omfattar dels en jämförelse mellan 8 och 5 cm vid gallring L 5 G 6, 10 och dels jämförelsen mellan 6, 8 och 5 cm vid gallring L 5 G 10, 10. Resultaten framgå av tabell 35.3.4. Vid samma gallringsprogram påverkas ej medeltillväxten av medeldiametern.

**Tabell 35.3.4. Medeltillväxt under bark vid olika medeldiametrar i utgångsbeståndet. Intervall = 10**

Prod. tab.	Medel-diameter i utgångs-bestånd, cm	Gallring		Största medeltillväxt		Anm.
		program	per år %	m <sup>3</sup> u. b.	under åren	
P 26	8,0	L 5 G 6	2,15—2,20	3,0	88—118	—
P 9	5,0	L 5 G 6	2,03—2,12	3,0	108—128	Kulm.
P 25	6,0	L 5 G 10	2,74—2,80	2,8	88—108	—
P 27	8,0	L 5 G 10	2,83—2,85	2,8	78—98	—
P 13	5,0	L 5 G 10	2,69—2,77	2,8	88—118	Kulm.

*V. Uppskjuten första gallring.*

Grupp I,  $h_{100} = 20$ . Första gallringen, som normalt utföres vid 38 år, har i tre försök uppskjutits till 58 år. Utgångsbestånden vid 58 år ha definierats i M 30.3, punkterna V, VI och VII. Gallring L 5 G 10, 10. Resultat i tabell 35.3.5. Genom uppskovet minskas medeltillväxten med 0,2—0,3 m<sup>3</sup>, vilket vid 100-årig växttid utgör 20—30 m<sup>3</sup>. Av tab. P 95 framgår, att förlusten ungefär motsvarar självgallringen mellan 38 och 58 år.

**Tabell 35.3.5. Medeltillväxt under bark, då första gallringen uppskjutes från 38 år till 58 år. Tre fall uppkomma genom olika bedömning av det 58-åriga utgångsbeståndets medeldiameter och  $\varphi$ . Dessa fall jämföras i tabellen med normalfallet, som gallras första gången vid 38 år.**

Prod. tab.	Vid utgångsläget			Gallring		Största medeltillväxt		Anm.
	ålder	$\varphi$	medel-diameter cm	program	per år %	m <sup>3</sup> u. b.	under åren	
P 28	58	3	7,5	L 5 G 10	2,79—2,84	2,5	98—128	Kulm.
P 29	58	3	8,8	L 5 G 10	2,83—2,87	2,6	108	»
P 30	58	4	8,8	L 5 G 10	2,75—2,86	2,6	98—118	»
P 13	38	3	5,0	L 5 G 10	2,69—2,77	2,8	88—118	Kulm.

*VI. Gallringen skärpt i sista intervallet.*

I tabell P 14 har gallringen skärpts i sista intervallet genom att programmet L 5 G 10 ändrats till L 5 G 15. För att skillnaden skall framträda tydligare jämföras i detta fall de löpande tillväxterna i sista intervallet i stället för medeltillväxterna. Av tabell 35.3.6 framgår, att skärpningen minskar den löpande tillväxten.



Tabell 35.3.6. Löpande tillväxt under bark efter skärpt gallring i sista intervallet.

Prod. tab.	$h_{100}$	Intervall	Sista gallring vid 108 år		Årlig löpande tillväxt $m^3$ u. b.
			program	per år %	
P 13	20	10	L 5 G 10	2,77	2,4
P 14	20	10	L 5 G 15	3,55	2,2

## VII. Glest uppkomna bestånd.

Grupp I,  $h_{100} = 20$ . Gleshetens inverkan på utgångsbeståndet diskuteras utförligt i metodbilagan M 30.3, VIII. Där uttryckes stamtätheten genom kvoten  $qs$  mellan det aktuella utgångsbeståndets stamantal och ett normalt utgångsbestånds stamantal. Motsvarande kvot för grundytan betecknas  $qg$ . Produktionstabeller ha utarbetats på basis av antagandet  $qg = \sqrt{qs}$ . Dessa tabeller bedömas ligga nära övre gränsen för produktionen i glest uppkomna bestånd. Till jämförelse härmed ha tre tabeller upprättats för det undre gränslfallet  $qg = qs$ .

Resultaten framgå av tabell 35.3.7. De använda gallringsprogrammets normalfall, där  $qs$  är = 1,0, kunna— med undantag för L 5 G 4 — läsas i tabell 35.3.1. Enligt båda tabellerna är medeltillväxten störst för täta utgångsbestånd, och för lika utgångsbestånd är den störst vid den svagaste gallringen.

Beräkningens svagaste punkt är tillväxtbestämningen i de glesaste bestånden. Gleshetens minskande inverkan på produktionen torde ha överdrivits

Tabell 35.3.7. Medeltillväxt under bark i glest uppkomna bestånd.  
Intervall = 10.

Prod. tab.	$qg$	$qs$	Gallring		Största medeltillväxt		Anm
			program	per år %	$m^3$ u. b.	under åren	
P 31	$\sqrt{qs}$	0,8	L 5 G 10	2,74—2,80	2,6	88—108	Kulm.
P 32	»	0,6	L 5 G 7	2,30—2,34	2,4	88—128	—
P 33	»	0,6	L 5 G 8	2,47—2,51	2,4	98—108	Kulm.
P 34	»	0,6	L 5 G 9	2,63—2,67	2,3	88—118	»
P 35	»	0,6	L 5 G 10	2,79—2,83	2,3	88—108	»
P 36	»	0,6	L 5 G 12	3,11—3,14	2,2	78—108	»
P 37	»	0,6	L 5 G 14	3,41—3,45	2,2	88	»
P 38	»	0,4	L 5 G 6	2,16—2,23	2,1	98—108	»
P 39	»	0,4	L 5 G 7	2,33—2,40	2,0	88—118	—
P 40	»	0,4	L 5 G 8	2,49—2,56	2,0	88—108	Kulm.
P 41	»	0,4	L 5 G 9	2,65—2,72	1,9	78—108	»
P 42	»	0,2	L 5 G 4	1,90—2,05	1,5	78—108	—
P 43	»	0,2	L 5 G 5	2,02—2,22	1,5	88—98	Kulm.
P 44	»	0,2	L 5 G 6	2,19—2,39	1,4	78—118	»
P 45	»	0,2	L 5 G 7	2,36—2,55	1,4	78—98	»
P 98	$qs$	0,6	L 5 G 10	2,69—2,77	1,9	78—118	Kulm.
P 99	»	0,4	L 5 G 7	2,19—2,28	1,5	88—108	»
P 100	»	0,2	L 5 G 4	1,68—1,78	0,9	88—118	—

genom att ingen hänsyn tagits till den sannolikt förbättrade höjdtillväxten (jfr 38.5, femte stycket). Dessutom omfattar det material, varur tillväxtfunktionerna härletts, inga så glesa bestånd, varför resultaten erhållits genom extrapolering.

### VIII. Olika gallringsformer.

Grupp I,  $h_{100} = 20$ . Till jämförelse med låggallringen L 5 G 10 ha några tabeller upprättats för genomgallring och höggallring. Observera, att undersökningen avser välslutna homogena utgångsbestånd, som ända till slutavverkningen gallras enligt det givna programmet. Resultaten framgå av tabell 35.3.8, där den högsta medeltillväxten avläses för låggallringen. Därefter följa genomgallringen, gallringen med svagare höggallringsmoment och sist gallringen med starkare höggallringsmoment.

Det bör framhållas, att tillväxten beräknats med funktioner, som härletts ur låggallrade bestånd. Verkningarna härav äro svåra att bedöma. I varje fall är det knappast troligt, att funktioner, som härletts ur höggallringsmaterial, skulle kunna omkasta den utpräglade gången i tabell 35.3.8. Se diskussionen i 29.3.

**Tabell 35.3.8. Medeltillväxt under bark vid olika gallringsformer.**  
Utgångsbestånd lika,  $q_s = 1$ . Intervall = 10.

Prod. tab.	Gallring		Största medeltillväxt		Anm.
	program	per år %	m <sup>3</sup> u. b.	under åren	
P 3	G 15	2,77—2,78	2,5	88—108	Kulm.
P 21	H 3 G 10	2,51—2,72	2,4	78—118	»
P 22	H 3 G 11	2,69—2,88	2,4	78—118	»
P 23	H 5 G 8	2,59—2,93	2,3	78—128	»
P 24	H 5 G 10	2,91—3,24	2,3	78—118	»
P 13	L 5 G 10	2,69—2,77	2,8	88—118	Kulm.

### IX. Planterade bestånd.

Grupp II,  $h_{100} = 20$ . Resonemanget framgår av M 30.4. Det planterade utgångsbeståndet bedömdes med ledning av tillgängliga undersökningar i skogsodlade bestånd, summa 47 stycken, varav endast 6 planterade. Därvid söktes i första hand den medeldiameter och det stamantal, som kunde anses sannolika, då övre höjden var 8 meter. Som resultat erhöles för *materiallets* förhållanden medeldiametern 8 cm och stamantalet 2 800.

Emellertid representerade nämnda bestånd de första skogsodlingarna i de nordligaste länen. Man hade rätt att räkna med bättre resultat av *framtidens* kulturer, vilkas sannolika utveckling skulle återges av produktionstabellerna. För detta fall accepterades medeldiametern 8 cm, varefter stamantalet be-

räknades enligt funktionen F 1.2, vilken härletts ur materialgruppen I. Resultatet blev 4 101 stammar.

Produktionstabeller ha upprättats för såväl 2 800 som 4 101 stammar i utgångsbeståndet. Observera, att det här ej är fråga om skötselalternativ, utan om beräkningsalternativ. Reservationen gäller det sistnämnda stamantalet. Vi veta, att 4 101 stammar ofta förekomma vid en medeldiameter av 8 cm. Denna kombination har i enstaka fall observerats vid övre höjden 8 meter i planterade bestånd. Men det är osäkert, om kombinationen 8 m, 8 cm och 4 101 stammar kan betraktas som sannolik i framtidens planterade bestånd.

Med hänsyn till det minskade stamantalet har låggallringsmomentet sänkts från L 5 i grupp I till L 3 i grupp II, men genomgallringsmomentet G 10 har bibehållits. I ett fall har en ren genomgallring prövats, nämligen G 13, vars volymuttag nära överensstämmer med L 3 G 10.

För beräkning av tillväxten ha de funktioner använts, som härletts ur grupp I. Därvid har emellertid höjdtillväxten korrigerats enligt resonemanget i 7.4, vilket medfört större höjder i planterade bestånd under 100 år, särskilt i de yngre åldrarna. Korrektionen har beräknats med stöd av kvoten  $\frac{t'}{t}$ , vilken bedömts vara 0,7.

Resultaten framgå av tabell 35.3.9. Tabellerna P 49 och P 50, där stamantalet är 2 800, visa mindre medeltillväxt än jämförelsetabellen P 13. Där emot uppnår tabell P 51, vars stamantal är 4 101, den högsta medeltillväxt, som framkommit i grupperna I och II. Frågan om detta stamantals existens i angivna sammanhang får härigenom mycket stort intresse.

**Tabell 35.3.9. Medeltillväxt under bark i planterade bestånd.  
Grupp II,  $h_{100} = 20$ . Intervall = 10.**

Prod. tab.	Vid utgångsläget			Gallring		Största medeltillväxt		Anm.
	ålder	medel- diam.	stam- antal	program	per år %	m <sup>3</sup> u. b.	under åren	
P 49	29	8,0	2 800	L 3 G 10	2,42—2,51	2,5	69—79	Kulm.
P 50	29	8,0	2 800	G 13	2,43	2,4	59—89	»
P 51	29	8,0	4 101	L 3 G 10	2,42—2,51	3,3	69—89	»
P 13	38	5,0	8 920	L 5 G 10	2,69—2,77	2,8	88—118	Kulm.

#### X. Tidig röjning i självsådda bestånd.

Grupp I,  $h_{100} = 20$ . Fallet har beräknats med ledning av tabellerna i grupp II. Det har antagits, att återväxten först kommit upp som exempelvis i P 13. Vid 10—15 års ålder har beståndet röjts, varvid stamantalet nedbringats så mycket, att utgångsbeståndets stamantal kunnat beräknas till 4 101 eller

2 800. Efter röjningen har utvecklingen antagits fortgå som i motsvarande bestånd av grupp II. Denna överensstämmelse har även gällt höjden. Det har nämligen ansetts, att den snabba höjdtutvecklingen i unga planterade bestånd främst berott på det låga stamantalet, varför effekten bort bli liknande, om samma stamantal frambringats genom röjning (jfr 7.5).

Som en följd av den påskyndade höjdtillväxten har det ansetts, att röjda bestånd uppnå utgångshöjden 8 meter vid samma låga ålder som de planterade bestånden. Då den fortsatta utvecklingen antagits lika ha tabellerna i grupp II kunnat tillämpas även på röjda bestånd (jfr PETTERSON, 1951).

Vi ha här ett exempel på de motsättningar, som kunna förekomma mellan en grupps nominella och dess reella omfattning (jfr t. ex. 26.7). De röjda bestånden tillhöra nominellt gruppen Tall, Norra Sverige, icke planterad, men likväl bör deras höjdtutveckling och bonitering beräknas enligt uppgifterna för Tall, Norra Sverige, planterad, i hjälptabellerna H 3 a och H 4, eventuellt med en mindre korrektion för långsammare höjdtillväxt före röjningen.

Då våra jämförelser i detta kapitel endast avse volymproduktionen per år under *växttiden*, *ej omloppstiden*, inverka olikheter i föröyringstid ej på de meddelade resultaten. Frånsett eventuell korrektion för långsammare höjdtillväxt före röjningen skulle en tabell för röjningsalternativen bli identisk med tabell 35.3.9 för motsvarande planteringsalternativ.

Vid en blivande ekonomisk bearbetning komma emellertid planteringen och röjningen att avsevärt åtskiljas. Detta är anledningen till att röjningen här upptagits i en särskild punkt.

### 35.4. Tall, Södra Sverige

#### I. Grupp III, icke planterad.

Av Tall, Södra Sverige, har endast denna grupp undersökts. Enligt M 30.5 har utgångsbeståndets medeldiameter antagits = 6 cm, och som en följd härav har stamantalet beräknats till 7 290.  $\varphi$  har bedömts = 3.

Tabell 35.4.1 jämför låggallringen L 5 G 10, genomgallringen G 15 och höggallringen H 5 G 10. Det visar sig att medeltillväxten är störst i låggallringen, medan genomgallringen och höggallringen ha samma medeltillväxt.

Tabell 35.4.1. Medeltillväxt under bark vid olika gallringsprogram.

Prod. tab.	$h_{100}$	Gallring		Inter- vall	Största medeltillväxt		Anm.
		program	per år %		m <sup>3</sup> u. b.	under åren	
P 56	20	L 5 G 10	3,06—3,14	5	3,3	76—101	Kulm.
P 55	20	G 15	3,00	5	3,1	61—106	»
P 59	20	H 5 G 10	3,08—3,44	5	3,1	76—81	»
P 58	20	L 5 G 10	2,82—2,88	10	3,3	71—101	Kulm.

I samma tabell jämföras låggallringarna L 5 G 10, 5 och L 5 G 10, 10. Medeltillväxterna äro lika.

Tabell 35.4.2 visar inflytandet på den löpande tillväxten av skärpt gallring i sista intervallet. Gallringens skärpning från L 5 G 10 till L 5 G 15 minskar den löpande tillväxten.

**Tabell 35.4.2. Löpande tillväxt under bark efter skärpt gallring i sista intervallet.**

Prod. tab.	$h_{100}$	Intervall	Sista gallring vid 106 år		Årlig löpande tillväxt m <sup>3</sup> u. b.
			program	per år %	
P 56	20	5	L 5 G 10	3,06	2,3
P 57	20	5	L 5 G 15	4,00	2,2

## II. Grupp IV, planterad.

Denna grupp är icke undersökt. Beträffande de utarbetade tabellerna anføres följande i metodbilagan M 30.6: »Tabellerna P 63—P 67 äro studie-tabeller, som närmast avse att klargöra effekten av höjdtutvecklingskurvens ändring i planteringsfall genom  $t' = 0,7 t$ . Övriga definitioner av utgångsbeståndet äro desamma som i M 30.5. För tabeller, som skola användas för skötselval, är fältundersökning av utgångsbestånden önskvärd.»

**Tabell 35.4.3. Medeltillväxt under bark vid olika höjdtutvecklingskurvor.**

Prod. tab.	$h_{100}$	$\frac{t'}{t}$	Utgångs- ålder	Gallring		Största medeltillväxt		Anm.
				program	per år %	m <sup>3</sup> u. b.	under åren	
P 56	20	1,0	31	L 5 G 10,5	3,06—3,14	3,3	76—101	Kulm.
P 65	20	0,7	23	L 5 G 10,5	3,06—3,14	4,0	58—73	»

Effekten av höjdtutvecklingskurvens ändring framgår av ett exempel i tabell 35.4.3, vari tabell P 56 med normal höjdtutveckling jämföres med tabell P 65, där kurvan höjts genom sänkning av  $\frac{t'}{t}$  från 1,0 till 0,7. Största medeltillväxten under bark uppgår i P 56 till 3,3 m<sup>3</sup> och i P 65 till 4,0 m<sup>3</sup>. Enligt denna jämförelse skulle alltså medeltillväxten vid »plantering» vara 21 % större än vid »icke plantering», vartill borde läggas »planterings» företräde genom föryngringstidens bortfallande.

Vid tillämpning av denna erfarenhet är det emellertid nödvändigt att noga granska jämförelsens förutsättningar. Vi ha antagit, att utgångsbestånden i P 56 och P 65 äro lika, fränsett åldern, och att höjdtutvecklingskurvens lyftning i planterade bestånd kan uttryckas genom  $\frac{t'}{t} = 0,7$ .

Läsaren torde observera den motsägelse, som föreligger mellan dessa antaganden. Höjdotvecklingskurvans uppflyttning i planterade bestånd bygger bland annat på förutsättningen, att dessa bestånd i unga år äro glesare än de icke planterade. I ett konkret fall, då ett planterat och ett icke planterat utgångsbestånd äro lika i övrigt, väntar man icke någon större olikhet med avseende på höjdotvecklingen.

Emellertid gäller vår fråga något annat. Vi önska få veta, vilken medeltillväxt som kan förväntas, om höjdotvecklingskurvan upplyftes enligt  $\frac{t'}{t} = 0,7$  och övriga förutsättningar förbli lika. Vi söka med andra ord den partiella effekten av en viss höjdändring. Det återstår att studera, om denna höjdändring förutsätter andra ändringar i beståndet, som på annat sätt påverka totaleffekten.

I detta avseende få vi ett visst stöd av tabell 35.3.4, angående medeltillväxter vid olika medeldiametrar i utgångsbeståndet. I detta försök anpassades stamantalet till varje medeldiameter enligt den statistiska funktionen F 1.2. Under sådana förhållanden påverkades ej medeltillväxten av medeldiameterens ändring.

### 35.5. Gran, Norra Sverige

#### *I. Grupp V, icke planterad.*

På grund av brist på material har denna grupp ej undersökts i vanlig ordning. Däremot har ett försök gjorts att konstruera produktionstabeller med stöd av borrhåll från orörda bestånd. Det använda förfarandet, som beskrivits i metodbilagan M 31, bör betraktas som ett första utkast till en metod. Det publiceras, emedan snabbmetoder av denna typ torde ha en uppgift att fylla, då material saknas för produktionsforskningens vanliga metoder.

Samma reservation bör göras för de nio produktionstabeller, som tillhöra grupp V. De ha utarbetats för att fylla ett tillfälligt behov, och de motsvara ingalunda de anspråk, som man bör ställa på en produktionstabell. Men erfarenheten har lärt, att även en osäker uppgift kan göra nytta. En förutsättning härför är, att den kan genom diskussion anpassas till det aktuella fallet. Ur denna synpunkt ligga de nämnda produktionstabellerna väl till. De ha tillkommit genom en konstruktion, som är lätt att överblicka och vars alla led äro åtkomliga för kritik.

#### *II. Grupp VI, planterad.*

Beträffande denna grupp gäller i tillämpliga delar vad som sagts om grupp IV. De föreliggande tabellerna skilja sig från motsvarande tabeller i grupp V

endast därigenom, att höjdtutvecklingskurvan uppflyttats genom  $\frac{t'}{t} = 0,7$ , vilket i sin tur verkat höjande på medeltillväxten.

### 35.6. Gran, Södra Sverige

#### I. Grupp VII, icke planterad.

Beträffande gran i södra Sverige har den grundläggande undersökningen förlagts till de planterade bestånden. Den för dessa använda definitionen av utgångsbeståndet har accepterats även för den icke planterade granen, dock med undantag för den ändring av höjdtutvecklingskurvan, som uppkommit genom att  $t' = t$  i stället för de planterade beståndens  $t' = 0,7 t$ .

Såsom framhålls i M 30.9 synas de nuvarande bestånden inom gruppen representera övergångsförhållanden, som icke återkomma. Kompletterande fältundersökningar torde vara nödvändiga.

#### II. Grupp VIII, planterad.

Av skäl, som framgå av M 30.10, har utgångsbeståndets medeldiameter beräknats genom bedömning av  $\alpha$  och  $\varphi$ . Stamantalet har erhållits genom en kombination av regressionsanalys och bedömning, som redovisas i M 32.

Resultaten ligga helt i linje med dem som erhållits för tallen. Enligt tab. 35.6.1 bli medeltillväxterna, uttryckta med en decimal, lika vid gallringens

Tabell 35.6.1. Medeltillväxt under bark vid olika gallringsprogram.

Prod.tab.	$h_{100}$	Gallring		Inter- vall	Största medeltillväxt		Anm.
		program	per år %		m <sup>3</sup> u. b.	under åren	
P 91	28	L 5 G 9	2,80—2,96	5	8,3	70—90	—
P 92	28	L 5 G 10	3,00—3,14	5	8,3	75—85	Kulm.
P 93	28	L 5 G 11	3,18—3,32	5	8,3	75—80	»

Tabell 35.6.2. Löpande tillväxt under bark efter skärpt gallring i sista intervallet.

Prod.tab.	$h_{100}$	Intervall	Sista gallring vid 82 år		Årligen löpande tillväxt m <sup>3</sup> u. b.
			program	per år %	
P 89	24	5	L 5 G 10	3,10	6,3
P 90	24	5	L 5 G 15	4,04	6,1

Tabell 35.6.3. Medeltillväxt under bark vid olika höjdtutvecklingskurvor.

Prod. tab.	$h_{100}$	$\frac{t'}{t}$	Utgångs- ålder	Gallring		Största medeltillväxt		Anm.
				program	per år %	m <sup>3</sup> u. b.	under åren	
P 84	28	1,0	26	L 5 G 10,5	3,00—3,14	6,8	91—101	Kulm.
P 92	28	0,7	20	L 5 G 10,5	3,00—3,14	8,3	75—85	»

skärpning från L 5 G 9 till L 5 G 11, men det högsta värdet uppnås under allt kortare tid, varför en sänkning måste emotses, om gallringen blir starkare. Tab. 35.6.2 visar, att den löpande tillväxten faller efter skärpt gallring i sista intervallet. Slutligen anger tab. 35.6.3, att medeltillväxten ökas med 22 %, om höjdtutvecklingskurvan upplyftes genom  $\frac{t'}{t} = 0,7$ . Till sistnämnda resultat måste samma reservation fogas, som anförts för planterad tall i södra Sverige. Medeltillväxtens ökning utgör den partiella effekten av höjdändringen. Det är möjligt, att höjdändringen förutsätter andra ändringar i beståndet, som på annat sätt påverka totaleffekten.

## Kap. 36. Bonitet och volymproduktion

### 36.1. Inledning

Boniteten karakteriseras i detta arbete genom övre höjdens utveckling över åldern. Sådana utvecklingskurvor ha beräknats för åtta grupper, nämligen för tall och gran, i norra och södra Sverige, planterad och icke planterad (se tab. H 3 och H 4).

Nämnda tabeller ha konstruerats med stöd av höjdtutvecklingen i orörda bestånd (jfr 7.4 och 7.5).

De utvecklingskurvor, som erhållits genom direkt utjämning, återges i tabellerna för »icke planterade» bestånd. Varje tabell karakteriseras av övre höjden vid 100 år, vilken betecknas  $h_{100}$ . Dessa tabeller gälla realiter för sådana bestånd, som ingått i materialet från orörd skog.

Emellertid är det vanligt, att homogena skogsbestånd, varom denna diskussion rör sig, uppkommit glesare än provytorna i orörd skog. Vi ha då anledning att räkna med en snabbare ungdomstillväxt. Däremot är det troligt, att ståndorten och arvsanlagen sätta en gräns för höjdtutvecklingen i äldre år. På grund härav har bonitetens  $h_{100}$  provisoriskt betraktats som oberoende av uppkomstsättet, men genom den snabbare ungdomstillväxten har höjdtutvecklingen från 0 till  $h_{100}$  antagits genomlöpa större höjder. Kurvans högre läge har definierats genom relationen mellan åldern  $t'$ , då den aktuella övre höjden uppnådde 1,3 meter, och motsvarande ålder  $t$  i orörda bestånd. Vid konstruerandet av tabellerna för »planterade» bestånd har denna relation antagits vara  $= 0,7$ . Nämnda tabeller gälla alltså för bestånd, där kvoten  $\frac{t'}{t}$  är  $= 0,7$ . Om det kan konstateras, att kvoten har ett annat värde, bör hänsyn tagas härtil vid boniteringen.

Vid tabellernas användning är det icke avgörande, om bestånden äro »planterade» eller »icke planterade». Dessa benämningar böra anses som täckord



vilka hänföra sig till sättet för tabellernas tillkomst, medan valet av tabell för en given tillämpning måste ske genom bedömning av ålderskvoten  $\frac{t'}{t}$ .

Denna synpunkt är viktig vid bonitering. Om ett självsått ungskogsbestånd, som på grund av gles uppkomst har låg ålderskvot, boniteras med hjälp av normaltabellen för »icke planterad», kan resultatet bli mycket för högt.

Angående sambandet mellan bonitet och volymproduktion sägs i 7.4, sista stycket: »Varje bonitet eller bonitetsnyans kännetecknas alltså av en viss höjdutveckling. Emellertid kunna bestånd med samma höjdutveckling förete mycket varierande egenskaper, beroende i främsta rummet på olikhet i utgångsläge och behandling. Att tillskriva boniteten en viss produktionsförmåga är därför möjligt endast om variationen begränsas genom ett eller flera preciserande villkor.»

### 36.2. Bonitering enligt JONSON

I vårt land användes allmänt ett boniteringssystem, som utarbetats av JONSON (1914). Det sakliga underlaget för systemet utgöres i första hand av MAASS' »Erfarenhetstabeller för tallen» (1911) samt dessutom av SCHWAPPACHS tabeller för gran (1902) och för tall (1908). MAASS' tabeller åskådliggöra en svag låggallring. SCHWAPPACHS tabeller uppges gälla för en måttlig gallring, vilken numera torde betraktas som svag.

I sin här åberopade uppsats definierar JONSON markboniteten som förmågan att alstra skog. Detta bör förstås som ett förkortat skrivsätt: det är ju ståndorten, alltså mark och klimat, och icke enbart marken som man kan tillräkna denna förmåga. I vilken mån ståndortens alstringsförmåga utnyttjas beror på trädens egenskaper, i första rummet på trädslaget, och resultatet påverkas starkt av föryngringssättet och beståndsvården.

JONSON framhåller, att produktionsförmågan bör bedömas enligt bästa möjliga utnyttjande av marken och noggrant tillvaratagande av allt virke. Som mått på produktionen anger han beståndets medeltillväxt (på bark) vid 100 år.

Emellertid vet man i allmänhet ingenting om beståndens medeltillväxt vid 100 år. En sådan bedömning kräver produktionstabeller, och därför kunna endast tabellbestånd boniteras genom medeltillväxten. Men upprättandet av en produktionstabell fordrar i sin tur bonitering. Härför behöves en fristående bonitetsindikator.

Vid den tidpunkt, varom denna diskussion rör sig, bestämde man vanligen boniteten genom beståndets medelhöjd, kombinerad med åldern. Uppgift om medelhöjden vid olika åldrar och om motsvarande medeltillväxter fanns i de förut åberopade tabellerna. Det gällde att granska och sammanställa dessa data.

Därvid var det en stor fördel, att materialet var så pass likformigt behandlat i de två huvudgrupperna, och att denna behandling stod tämligen nära den förutvarande skötseln eller bristen på skötsel.

Å andra sidan saknades ej nackdelar. MAASS' undersökning omfattade endast 79 ytor, varav 33 i Norrland och 46 i Södra Sverige. Ytorna hade undersökts endast en gång, alltså vid första gallringen. Att sammanställa dessa observationer till utvecklingsförlopp var uppenbarligen ej lätt. MAASS fann sig därvid böra frångå den internationella metod, som här beskrivits i kap. I. I stället fördelade han materialet på växtlighetsgrader med stöd av virkesmassans fördelning på diameterklasser. Inom varje växtlighetsgrad sammanfördes material med ungefär samma ålder och för dessa grupper beräknades medeltal för ålder, höjd, grundyta, formtal, virkesmassa och medeldiameter. Därefter fortsattes arbetet i närmare anslutning till det vanliga förfarandet. Som en sammanfattning måste sägas, att MAASS' erfarenhetstabeller voro väl motiverade som en första orientering, men att de knappast räckte till för att tjäna som underlag för ett boniteringssystem.

Beträffande SCHWAPPACHS tabeller har metodiken redan beskrivits i kap. I. Både materialets omfattning och dess utsträckning i tiden ha möjliggjort en mera betryggande tabellkonstruktion än den svenska. Men resultatens användbarhet i Sverige minskas naturligtvis av olikheter i de naturliga förutsättningarna. Dessutom bör understrykas, att procenten kulturbestand torde vara mycket större i det tyska materialet än i svensk skog. Särskilt i Norrland bör det stöd, som kan lämnas av SCHWAPPACHS tabeller, bedömas som obetydligt.

Som inledning till bearbetningen av detta material uppställde JONSON ett schema, där åtta bonitetsklasser definierades genom produktionsförmågan. Schemat är allmänt känt, men det återges här som bakgrund för resonemanget.

**Tabell 36.2.1. Bonitetsschema enligt Jonson**

Bonitet	Produktionsförmåga per hektar
I	10,5 m <sup>3</sup> på bark
II	8,0 » » »
III	6,0 » » »
IV	4,5 » » »
V	3,4 » » »
VI	2,5 » » »
VII	1,8 » » »
VIII	1,2 » » »

Produktionsförmågan i en bonitetsklass betecknades också som klassens idealbonitet. För att idealboniteten skulle förverkligas fordrades bästa möjliga utnyttjande av marken, vilket förutsatte fullslutna bestånd. Medelhöjden vid 100 år i sådana bestånd valdes som bonitetsvisare.

Att döma av resonemanget accepterades de i MAASS' och SCHWAPPACHS tabeller beskrivna bestånden som fullslutna. Eftersom tabellerna innehöllo uppgifter på medelhöjd och medeltillväxt vid 100 år kunde den mot produktionsförmågan svarande medelhöjden vid 100 år beräknas för varje bonitetsklass.

Emellertid innehöllo de nämnda produktionstabellerna också uppgifter på medelhöjd och medeltillväxt vid andra åldrar än 100 år. Dessa data utnyttjades för beräkning av bonitetsvisande höjder i bestånd av alla åldrar.

Det föregående avsåg direkt anknytning till MAASS och SCHWAPPACH. Beträffande Norrland, särskilt dess övre delar, var emellertid sambandet svagt mellan de nämnda undersökningarna och tillämpningen. I dessa trakter var det endast MAASS, som kunde erbjuda något stöd. Men hans erfarenhetstabeller voro gemensamma för hela landet, och därför blev vägledningen osäker. JONSON sökte minska denna olägenhet genom att utarbeta särskilda höjds-serier för norrlandstall, vilka publicerades i »Praktisk skogshandbok» (1924).

### 36.3. Volymproduktion vid självgallring och standardgallring

Innan vi gå vidare är det önskvärt, att vi orientera oss angående två viktiga gränssfall: självgallring och standardgallring. Det förra fallet har belysts i tab. P 95, det senare i tab. P 96 och P 97. De tre tabellerna tillhöra gruppen Tall, Norra Sverige, icke planterad,  $h_{100} = 20$ .

I vanligt skogsbruk bestämma vi själva över gallringsuttagen, varför problemet begränsas till uppskattning av tillväxten. Vid självgallring måste både produktionen och avgången kalkyleras. Denna uppgift ställer särskilda anspråk på undersökningstekniken (jfr kap. 13). Sedan produktion och avgång beräknats kan en produktionstabell uppställas på vanligt sätt. Observera, att alla självgallrade träd äro torra. Levande träd erhållas först i slutavverkningen.

Ett sådant skogsbruk kan icke eftersträvas. Å andra sidan äro svaga gallringar av stort intresse, enär stark gallring synes minska volymproduktionen. Vi söka därför — närmast i studiesyfte — en gallring av tillräcklig styrka för att hindra självgallring, men eljest så svag som möjligt. Den bör nätt och jämnt föregripa självgallringen. Denna gallringstyp är avsedd för jämförelse med andra behandlingar och har kallats standardgallring.

Den för dessa arbeten använda funktionen F 1.3, vilken avser beräkning av medeldiameterens tillväxtprocent, innehåller en variabel  $w$ , som uttrycker diametersumman per hektar före första gallringen, och en variabel  $E$ , som betyder antal år från första gallringen till den aktuella tidpunkten. Emellertid finns det vid självgallring intet utgångsbestånd. Alla åldrar äro i detta avseende likvärdiga. På grund härav har vid självgallring varje revision betraktats

som den första, dvs.  $w$  har fått ett nytt värde vid varje tillfälle. Som en konsekvens härav har  $E$  i alla åldrar satts = 0.

Eftersom standardgallringen är ett aktivt ingrepp, har det ansetts, att utgångsläget borde vara detsamma som i övriga gallringsförsök, alltså vid övre höjden 8 m. I enlighet härmed avser i P 96 variabeln  $w$  tillståndet före gallringen vid övre höjden 8 m och  $E$  antal år från första gallringen till den aktuella tidpunkten. Denna tabell kallas »Standardgallring (konstant  $w$ )».

För jämförelse har dessutom utarbetats tabell P 97, där  $w$  och  $E$  behandlats som vid självgallring. Tabellen rubriceras »Standardgallring (rörligt  $w$ )».

Resultaten från de här berörda tabellerna framgå av tabell 36.3.1. Där ha, liksom i övriga tabeller, gallringsprocenterna angivits genom lägsta och högsta procenten i tabellen, varvid den lägsta siffran satts först. Emellertid har detta skrivsätt intet samband med gallringens gång. Procenterna ha sina högsta värden vid första revisionen, varefter de falla med stigande ålder.

**Tabell 36.3.1. Medeltillväxt under bark vid självgallring och standardgallring.  
Tall, Norra Sverige, ej planterad,  $h_{100} = 20$ .**

Prod.tab.	Gallring		Medeltillväxt, m <sup>3</sup> u. b. vid	
	program	per år %	100 år	128 år, ej kulminerad
95	Självgallring Standard, (konstant $w$ )	0,99—1,63	2,96	3,18
96		0,85—1,90	3,00	3,13
97	Standard, (rörligt $w$ )	1,03—1,84	2,93	3,14

#### 36.4. Vilket typfall representerar bonitetens produktionsförmåga?

Vi observera, att boniteten karakteriseras både av gruppdefinitionen — t. ex. Tall, Norra Sverige, icke planterad — och av övre höjden vid 100 år. Det ligger närmast till hands att inom en så definierad bonitet låta det typfall, som visar största medeltillväxten, representera produktionsförmågan. I allmänna diskussioner om »bästa möjliga utnyttjande av marken» är det riktigtast att avläsa medeltillväxten vid den ålder, då den kulminerar. Vid jämförelse med JONSONS schema bör medeltillväxten i stället avläsas vid 100 år.

Som underlag för vår diskussion välja vid det grundligast studerade fallet, nämligen Tall, Norra Sverige, icke planterad,  $h_{100} = 20$ . Av kap. 35 framgår, att medeltillväxten är hög under följande förutsättningar:

I. Om relativa stamantalet  $q_s$  vid utgångsläget är högt (se tab. 35.3.7). Jämförelsen gäller endast bestånd, där  $q_s$  är lika med eller mindre än 1.

II. Vid svag låggallring (se tab. 35.3.1).

III. Om den svaga låggallringen är starkt låggallringsbetonad (se tab. 35.3.2).

IV. Om höjdtillväxten i ungdomen är starkare än normalt. Denna faktor motväger de föregående. Den positiva effekten av stort stamantal torde nedbringas därav, att höjdtillväxten minskas, vilket i sin tur sänker volymproduktionen. Det finns emellertid inga säkra belägg för att de positiva verkningarna av stor täthet därigenom upphävas (se 35.3 IX och tab. 35.3.9).

Av alla gallringsprogram, som prövats i Tall, Norra Sverige, icke planterad,  $h_{100} = 20$ , uppvisar gallringen L 5 G 1, 10 den största medeltillväxten. Denna är  $3,1 \text{ m}^3$  u. b. vid 100 år,  $3,2 \text{ m}^3$  u. b. vid 128 år och  $3,3 \text{ m}^3$  u. b. under åren 138—158, utan kulmination. Årliga uttagsprocenten rör sig inom gränserna 1,16 och 1,26 (jfr tab. P 7).

Nära denna gallring står standardgallringen P 96, vilken är avsedd att nått och jämnt föregripa självgallringen. Medeltillväxten är här  $3,0 \text{ m}^3$  u. b. vid 100 år och  $3,1 \text{ m}^3$  u. b. vid 128 år, utan kulmination. Utagsprocenten per år är högst 1,9 vid 43 år och lägst 0,85 vid 123 år.

En jämförelse mellan dessa program visar, att L 5 G 1 har mindre uttagsprocenter än standardgallringen under ett tidigare skede av utvecklingen. Från ungefär 85 år blir förhållandet motsatt (se tab. P 7 och P 96). Detta synes innebära, att före 85 års ålder risk för självgallring föreligger vid tillämpning av L 5 G 1, 10.

På grund härav betrakta vi programmet L 5 G 1, 10 som orealistiskt. Därigenom rycker standardgallringen upp på främsta platsen i produktionsöversikten. Standardgallringen blir alltså representant för bonitetens produktionsförmåga.

### 36.5. Jämförelse med JONSONS boniteter

*I. Inledning.* Följande jämförelse med JONSONS system motiveras därav, att detta under 40 år påverkat den skogliga opinionen i vårt land, så att det i dag kan betraktas som ett uttryck för denna opinion. Ifall praktikens män önska bilda sig en föreställning om det nya systemet kommer detta att ske genom anknytning till den rådande uppfattningen.

Sådana jämförelser kunna avse verkliga bestånd eller produktionstabeller. Vi betrakta dessa alternativ var för sig.

*II. JONSON-bonitering av verkliga bestånd.* I sådana fall är medeltillväxten ej känd, varför direkt bonitering ej kan utföras. Vi hänvisas alltså till bonitering med ledning av beståndsmedelhöjden och åldern. Emellertid äro praktikens bestånd oftast heterogena, varigenom fråga uppstår om uteslutning av vissa stammar eller stamgrupper vid beräkning av beståndsmedelhöjden. Dessutom måste avgöras, huruvida JONSONS samband mellan bonitet och bestånds-

medelhöjd äro tillämpliga i det föreliggande fallet. Till detta spörsmål återkomma vi under avdelning *III*.

*III. JONSON-bonitering av produktionstabeller.* I en produktionstabell är medeltillväxten känd. Om tabellen representerar ett fullslutet bestånd enligt 36.2 bör dess medeltillväxt vid 100 år kunna användas som ingång i JONSONS schema över produktionsförmågan i olika boniteter. Gäller tabellen däremot ett glesare bestånd, vars avkastning icke motsvarar »bästa möjliga utnyttjande av marken», kan denna direkta bonitering ej användas.

För såväl fullslutna bestånd som bestånd med lägre avkastning står den indirekta vägen öppen, alltså bonitering med ledning av beståndsmedelhöjden över åldern. Då det är fråga om en produktionstabell faller det sig naturligt att härvid välja beståndsmedelhöjden vid 100 år. Själva uppskattningen av medelhöjden vållar principiellt inga problem i tabellens homogena bestånd, där uteslutning av vissa grupper ej kommer i fråga. Däremot aktualiseras det under *II* berörda spörsmålet om räckvidden av JONSONS samband mellan bonitet och beståndsmedelhöjd.

Beståndsmedelhöjden  $mh$  definieras av JONSON (1914) genom formeln

$$mh = H = \frac{\sum gh}{\sum g}, \dots \dots \dots (36.5.3.1)$$

där  $g$  är grundytan och  $h$  höjden i en diameterklass.

Denna höjdbestämmning är naturlig vid uppskattning av verkliga bestånd. Däremot är den obekväm, då det gäller produktionstabeller. På grund härav har beståndsmedelhöjden  $mh$  ej införts i dessa tabeller. Däremot visas i alla tabeller grundytemedelstammens höjd  $hmg$ , vilken ger oss en tredje punkt på höjdkurvan — utöver nollpunkten och övre höjden. Vi skola strax se, att  $mh$  i många fall kan beräknas ur  $hmg$ .

För orientering i dessa frågor betrakta vi tab. 36.5.3.2, som för olika gallringsprogram visar dels grundytemedelstammens höjd  $hmg$  och dels beståndsmedelhöjden  $mh$  enligt 36.5.3.1, båda vid 100 år. Dessutom anges den mot  $mh$  svarande boniteten enligt JONSON, varvid uppgiften avser den serie, som brukar skrivas med romerska siffror. Slutligen meddelas den för JONSONS bonitet antagna normala produktionsförmågan, även kallad »idealboniteten». Samtliga exempel äro hämtade från Tall, Norra Sverige, icke planterad,  $h_{100} = 20$ .

Av tabellen framgår, att ett starkt låggallringsmoment medför höga värden på  $mh$  och  $hmg$  vid 100 år. Genomgallring har lägre värden och stark höggallring lägsta värden på dessa storheter. Ändring av genomgallringsmoment, som förekommer i kombinerade program, påverkar ej  $mh$  och  $hmg$ .

Sistnämnda resultat kunna ej ha obegränsad giltighet. Antag, att tillväxtfaktorn  $r$  för medelavvikelsen är lika med tillväxtfaktorn  $R$  för medeldiametern.

Då bli även tillväxtfaktorerna för grundytemedelstammen  $dmg$  och övre gränsdiametern  $L$  lika med  $R$ , varav följer, att den höjdbestämmande kvoten

$\frac{L}{dmg}$  (jfr 22.5.1) blir oberoende av  $R$ . Eftersom ändring av genomgallringsmomentet påverkar utvecklingen genom ändring av  $R$ , följer härav, att genomgallringsmomentet ej inverkar på grundytemedelstammens höjd vid viss ålder.

I denna undersökning har  $r$  provisoriskt antagits = 0,96  $R'$ . Detta samband mellan faktorerna  $r$  och  $R'$  leder till approximativt samma resultat som för  $r = R'$ . Om däremot kvoten  $\frac{r}{R'}$  framdeles skulle avvika betydligt från 1,0, måste vi vara beredda på, att genomgallringsmomentet får ett synligt inflytande på grundytemedelstammens höjd.

**Tabell 36.5.3.2. Jämförelser med JONSONS boniteter. Olika gallringsprogram.**

Förutsättningar: Tall, Norra Sverige, icke planterad,  $h_{100} = 20$ . Tabellen visar för olika gallringsprogram medeltillväxten på bark vid 100 år samt grundytemedelstammens höjd  $hmg$  och medelhöjden  $mh$ , båda vid 100 år. Dessutom bonitet enligt JONSON och den mot boniteten svarande medeltillväxten vid 100 år.

Publicerad prod.tab.		Gallring	I undersökningen			Enligt JONSON	
u.b.	p.b.		medel- tillväxt	$hmg$	$mh$	bonitet	medel- tillväxt
P 7	M 35.6	L 5 G 1, 10	3,6	17,4	17,5	4,4	4,1
P 8	M 35.7	L 5 G 5, 10	3,5	17,4	17,5	4,4	4,1
P 13	M 35.8	L 5 G 10, 10	3,3	17,4	17,5	4,4	4,1
P 6	M 35.5	L 3 G 3, 10	3,4	16,5	16,8	4,6	3,8
P 5	M 35.4	L 1 G 5, 10	3,1	15,2	15,8	4,9	3,5
P 96	M 35.11	Standard (konstant $w$ )	3,5	15,2	16,0	4,8	3,6
P 97	M 35.12	Standard (rörligt $w$ )	3,5	15,1	16,0	4,8	3,6
P 95	M 35.10	Självgallring	3,5	14,9	15,9	4,9	3,5
P 3	M 35.3	G 15, 10	3,0	14,4	15,3	5,1	3,3
P 21	—	H 3 G 10, 10	2,9	13,8	14,6	5,3	3,1
P 22	—	H 3 G 11, 10	2,9	13,8	14,6	5,3	3,1
P 23	—	H 5 G 8, 10	2,8	13,3	14,1	5,5	3,0
P 24	—	H 5 G 10, 10	2,8	13,3	14,1	5,5	3,0

**Tabell 36.5.3.3. Jämförelse med JONSONS boniteter. Olika gallringsprogram och olika boniteter  $h_{100}$ .**

Förutsättningar: Tall, Norra Sverige, icke planterad. Tabellen visar för olika gallringsprogram och olika boniteter  $h_{100}$  medeltillväxten på bark vid 100 år samt grundytamedelstammens höjd  $hmg$  och medelhöjden  $mh$ , båda vid 100 år. Dessutom bonitet enligt JONSON och den mot boniteten svarande medeltillväxten vid 100 år.

Publicerad prod.tab.		Gallring	$h_{100}$	I undersökningen			Enligt JONSON	
u.b.	p.b.			medel-tillväxt	$hmg$	$mh$	bonitet	medel-tillväxt
P 7	M 35.6	L 5 G 1, 10	20	3,6	17,4	17,5	4,4	4,1
—	—	L 5 G 5, 10	12	1,8	9,6	9,9	7,0	1,8
P 8	M 35.7	L 5 G 5, 10	20	3,5	17,4	17,5	4,4	4,1
—	—	L 5 G 5, 10	28	5,2	25,2	25,4	2,4	7,2
P 1	M 35.2	L 5 G 10, 10	12	1,8	9,6	9,9	7,0	1,8
P 13	M 35.8	L 5 G 10, 10	20	3,3	17,4	17,5	4,4	4,1
P 47	M 35.9	L 5 G 10, 10	28	4,8	25,2	25,4	2,4	7,2

I tabell 36.5.3.2, som helt avser vår bonitet  $h_{100} = 20$ , förekomma boniteter enligt JONSON från och med 4,4 till och med 5,5. Av dessa böra enligt JONSONS anvisningar höggallringsprogrammets boniteter korrigeras, varför de här förbigås. Däremot tror jag knappast, att någon av de övriga boniteterna skulle ändras vid praktisk tillämpning. Om detta är riktigt, blir i det här berörda fallet JONSONS bonitet, vars rätta värde är  $= 4,8$ , bedömd till värden, som variera mellan 4,4 och 5,1.

Det har sitt intresse att jämföra tabellens värden på  $mh$  och  $hmg$  vid 100 år. Vid det starka låggallringsmomentet L 5 är skillnaden 0,1 m, vid L 3 är den 0,3 m och vid L 1 0,6 m. Vid de två standardgallringarna är skillnaden 0,8 m och 0,9 m, vid självgallring 1,0 m och vid genomgallring 0,9 m. Vid höggallringsmomentet H 3 är skillnaden 0,8 m och vid höggallringsmomentet H 5 är den 0,8 m.

Även tabell 36.5.3.3 gäller för Tall, Norra Sverige, icke planterad, men här begränsas gallringsprogrammen till tre. I stället vidgas tabellen till att omfatta boniteterna  $h_{100} = 12, 20$  och 28. Skillnaden mellan medelhöjden  $mh$  och grundytamedelstammens höjd  $hmg$  är i de tre boniteterna respektive 0,3 m, 0,1 m och 0,2 m. Dessa differenser gälla för låggallringsmomentet L 5, som ingår i tabellens alla program. Om detta moment ändras, få differenserna andra värden. Däremot äro, såsom redan framhållits, differenserna oberoende av genomgallringsmomentet. Dessa förhållanden göra det möjligt att ur ett fåtal undersökta differenser härleda  $mh$  för många produktionstabeller, då  $hmg$  är känt.



Eftersom medelhöjden ej påverkas av genomgallringsmomentet, blir den gällande även för den svaga gallring, som förmodas medföra det för ifråga-varande låg- eller höggallringsmoment bästa »utnyttjandet av marken». För varje bonitet  $h_{100}$  blir på detta sätt JONSONS idealbonitet förlagd till den grupp gallringsprogram, vars låg- eller höggallringsmoment ger största medelhöjden vid 100 år.

### 36.6. Vilken betydelse har uppskattningen av produktionsförmågan?

Ingen skogsman torde bestrida, att bonitetsbegreppet är nödvändigt. Vi behöva det i många sammanhang, dock skall här endast dess viktigaste uppgift beröras. Som en följd av skogens långa produktionstider måste vår uppfattning om beståndens växande grundas på separata studier av korta utvecklingsfragment, som observeras i många olika bestånd. Med stöd av dessa observationer önska vi beräkna hela utvecklingsförlopp, som äro sannolika vid antagna naturliga förutsättningar och antagen behandling. I detta arbete behöva vi boniteten som ett sammanfattande uttryck för de naturliga förutsättningarna.

På liknande sätt går det till i praktiken. Vi se bestånd i olika utvecklingsstadier, men för att bedöma en kommande utveckling måste vi kunna utvälja de beståndsbilder, som höra ihop. Denna samhörighet bestämmes av naturliga förutsättningar och behandling. Även här behöva vi boniteten som en sammanfattning av de naturliga förutsättningarna. Därom torde alla vara ense.

Emellertid råder olika meningar om sättet att definiera boniteterna. En särställning intager Finland, där skogstypen dominerar vid bonitering. I andra länder har man länge ansett, att den med stigande ålder sammanhängande utvecklingen av trädens höjd är den mest påtagliga bonitetsindikatorn.

Den klassiska produktionsforskningen definierade boniteten genom beståndsmedelhöjden vid 100 år, närmare bestämt av diameterklassernas grundtevägda medelhöjd vid denna ålder. I den mån gallringen skärptes blev det emellertid uppenbart, att gallringsformen hade ett betydande inflytande på medelhöjden, vilket starkt belyses av de schematiska försöken i tab. 36.5.3.2. Med anledning härav har i detta arbete boniteringen grundats på beståndets övre höjd. Såsom framgår av tabellerna 36.5.3.2 och 36.5.3.3 är det emellertid möjligt att slå broar mellan dessa två system, så att — om så önskas — en bonitering enligt övre höjden kan omföras till bonitet enligt medelhöjden.

I sin uppsats av 1914 anslöt sig JONSON till klassikerna såtillvida, att han ville bonitera enligt ålder och medelhöjd, men samtidigt införde han en nyhet, som var mindre lycklig. Klassikerna definierade sina boniteter genom medelhöjden vid 100 år och byggde från detta antagande upp produktions-

tabeller, som visade produktionen vid den använda gallringen. JONSON gjorde tvärtom. Han definierade bonitetsklasserna genom en a priori vald produktionsförmåga och sökte i första hand bestämma den medelhöjd vid 100 år, som representerade underlaget för denna förmåga. Därefter sökte han de medelhöjder vid andra åldrar, som ägde samhörighet med 100-årshöjden.

Det är här fråga om ett område, där vi ständigt måste vara beredda att anpassa oss efter nya synpunkter och nya fakta. Den naturliga formen för en sådan anpassning är att ändra de produktionsresultat, som förväntas vid givna värden på ålder och höjd. Genom att i stället låsa bedömningens slutresultat och ändra förutsättningarna gör man anpassningen så svåröverskådlig och besvärlig, att den sällan blir av.

De förut nämnda höjdserierna av 1914 och 1924 användas av riksskogstaxeringen för bestämning av JONSONS bonitetsklass. Frågan om bonitetens absoluta produktionsförmåga lämnas därvid öppen, men JONSONS idealboniteter ha använts vid beräkning och angivande av medelboniteter. I föreliggande arbete återopas JONSON-boniteten som en klassbeteckning, vilken till svenska skogsmän förmedlar ett synintryck. Alla veta ungefär, hur t. ex. JONSONS femma ser ut, och klassnumret har därför stort värde för orientering i andra system.

I tabellerna 36.5.3.2 och 36.5.3.3 uppges dessutom de medeltillväxter vid 100 år, som enligt JONSON svara mot medelhöjderna vid 100 år för olika gallringsprogram och boniteter  $h_{100}$ . Vid varierande gallringsprogram utpekar den bästa medeltillväxten det program, som »bäst utnyttjar marken», och denna bästa medeltillväxt motsvarar alltså approximativt produktionsförmågan enligt JONSON. Dessa siffror anges — utan anspråk — för att visa verkningarna av JONSONS system. Med hänsyn till svagheter i JONSONS underlag, varom talats i 36.2, anser jag, att siffrorna måste handhas med stor försiktighet.

Emellertid är det icke sådana svårigheter, som närmast avses i detta sammanhang. Den fråga, som utgör rubrik till detta avsnitt, har en vidare syftning. Vilken betydelse har över huvud taget en uppskattning av produktionsförmågan? Vi ha numera klart för oss, att största möjliga volymproduktion ej kan uppställas som hushållningens mål. Den beståndsvärd, som vi sträva till, bestämmes genom jämförelser mellan resultaten av alternativa skötselprogram. Det är både enklast och bäst att gå direkt till dessa jämförelser, utan att anlita omvägen över produktionsförmågan. För praktisk skogsvård ha därför beräkningar av produktionsförmågan ringa betydelse.

Däremot kan kännedom om den maximala volymproduktionen få stort teoretiskt värde som kontroll på produktionsundersökningar. Men sådana uppskattningar äro svåra och de måste vara tillförlitliga, om de skola fylla sitt syfte. För ett gott resultat fordras alltid tillräcklig tid för bearbetningen

och i många fall kompletterande material. Till dess nämnda förutsättningar föreligga, torde beräkningar av produktionsförmågan (idealboniteten) böra begränsas till enstaka studiefall.

## **Kap. 37. Kontroller**

### **37.1. Inledning**

Målet för detta arbete är att inhämta kunskap, som kan tjäna till vägledning för skogsbruket. Emellertid stå vi här inför ett dilemma. För att vägledningen skall göra nytta måste den vara tillförlitlig. Detta krav är ofrånkomligt, men vi måste göra klart för oss, att det icke kan uppfyllas på en gång. Ett arbete av detta slag kan endast bedrivas på ett sätt, nämligen genom försök, kontroll och, med ledning härav, nya försök. Mycket arbete återstår, innan det kan sägas, att allt är gjort, som kan göras, för att nå tillförlitliga resultat. Under tiden måste vi nöja oss med ett successivt framåtskridande mot den tillförlitlighet, som vi eftersträva.

Den konstruktiva sidan av denna utveckling har ofta berörts i avhandlingens text och metodbilagor. För varje deluppgift har minst en lösning framlagts, nämligen den som använts, och ofta ha även andra utvägar diskuterats. Där- emot ha kontrollerna, som givit stadga åt försöken, behandlats mera i förbi- gående. Detta kapitel är avsett som en komplettering och sammanfattning av kontrolldiskussionen.

### **37.2. Undersökningens huvuddrag**

För arbetets uppläggning har det varit avgörande, att undersökningen ytterst syftar till ett studium av värdeproduktionen. Härför kräves en detaljredovis- ning av dimensionerna, som ej vore nödvändig, om enbart volymproduktionen intresserade. Det är denna inriktning som givit upphov till delstudier över utgångsbeståndens stamfördelning och dennas ändring genom gallring och tillväxt. Beståndsutvecklingen beskrives genom tablåer över stamantal, diametrar och höjder i alla  $\varphi$ -klasser vid alla tillfällen (jfr kap. 28). Med »tillfällen» förstås därvid tidpunkterna för ingrepp genom gallring eller slut- avverkning.

### **37.3. Teoretiska kontroller**

De i 37.2 återopade tablåerna kunna endast undantagsvis kontrolleras genom direkt jämförelse med ett material. Tablåerna avse nämligen bestämda förutsättningar, och de borde därför jämföras med material, som påverkats av

samma villkor. Att finna ett sådant jämförelsematerial är emellertid i regel omöjligt. På grund härav begränsas kontrollen till en granskning av de delförlopp, som legat till grund för tablåernas konstruktion.

Med vissa undantag, som beröras i kap. 24 och i 25.3, väljes en produktions-tabells utgångsbestånd och gallringsprogram fritt inom vida gränser. Dessa faktorer måste därför betraktas som felfria. Endast tillväxtberäkningen kan då vara behäftad med fel, och kontrollen av produktionstabellen kan inskränkas till en kontroll av tillväxterna.

Till grund för tillväxtberäkningen har i detta arbete lagts medeldiameterns tillväxtprocent. Denna bestämdes med hjälp av funktioner, som härleddes ur materialet genom regressionsanalys (jfr kap. 6). Därvid gällde det att välja sådana variabler och att ge dessa en sådan form, att funktionens anpassning till materialet blev så god som möjligt. Den variabeluppsättning godtogs, som gav den bästa passningen.

Med stöd av medeldiameterns tillväxtprocenter beräknades sedan diametrar och höjder i de olika  $\varphi$ -klasserna på sätt som framgår av 28.3. För dessa ändamål utvaldes de funktioner och konstruktioner, som visade bästa anpassning till materialet.

Slutligen uppbyggdes produktionstabellerna genom tillämpning av de så valda hjälpmedlen. Tabellerna representera därför den bästa anpassning till materialet, som kunde grundas på de gjorda bearbetningsförsöken. Det är möjligt, att ej försökta variabler skulle gett ännu bättre passning, men det är knappast troligt, att förbättringen skulle blivit betydande.

Emellertid är tabellens passning till materialet icke avgörande. Det fordras dessutom, att materialet harmonierar med de givna förutsättningarna. Denna fråga diskuteras utförligt i kap. 26. I en mönstergillt anordnad produktionsundersökning representerar materialet tabellens förutsättningar, vilket medför, att passningen till materialet blir giltig även i förhållande till förutsättningarna. I sådana fall kan undersökningen kontrolleras genom beräkning av resultatens säkerhet.

Tyvärr är den mönstergilla undersökningen ett ideal, som sällan eller aldrig uppnås i skoglig produktionsforskning. Vi måste finna oss i att våra tabeller endast approximativt återge den sannolika beståndsutvecklingen och att beräkningar över resultatens säkerhet bli approximativa.

Till föreliggande avhandling ha fogats 100 produktionstabeller. Dessa ha sorterats över tre gradbeteckningar, varav A anger beräknade tabeller, C bedömda tabeller och B en mellangrad (jfr 26.8). Det i detta avsnitt förda resonemanget avser endast A-graden. De till denna grad förda tabellerna ha provisoriskt godtagits som approximationer till den sannolika beståndsutvecklingen. Med hänsyn till materialets sammansättning har det emellertid ej ansetts befogat att beräkna säkerheten hos dessa resultat.

### 37.4. Praktisk bedömning

Av 26.7 framgår, att den i 37.3 påtalade osäkerheten beror på brister i materialet, vilka alltmer avhjälpas för varje år som går. Våra resultat, vilka i dag betecknas som provisoriska, komma inom överskådlig tid att efterträdas av nya resultat. Ej heller dessa bli definitiva, eftersom anledning alltid kommer att finnas till förbättringar, men det blir möjligt att beräkna deras säkerhet, vilket är nödvändigt för en verklig kontroll.

Medan vi vänta på en dylik mera exakt produktionsforskning sakna vi ej möjligheter att praktiskt bedöma våra resultat. Närmast till hands ligga jämförelser med produktionen per hektar enligt undersökningar i våra grannländer. Material härför finnes hos ILVESSALO (1920, 1937/38), MØLLER (1933), EIDE och LANGSÆTER (1940) och LANGSÆTER (1944). På grund av olikheter i förutsättningarna bli emellertid sådana jämförelser tidsödande, varför jag måst avstå därifrån i detta sammanhang.

I vårt land föreligga möjligheter till jämförelser med produktionsförmågan per hektar enligt JONSON (jfr. kap. 36). Hänsyn härtill har tagits vid bedömning av korrektionerna 20.9.5 och 21.3.2. Jämförelsen är likväl icke bevisande, eftersom JONSONS uppgifter måste anses vara svagare underbyggda än våra. Förekommande motsägelser böra emellertid ge anledning till granskning av båda uppgifterna, i den mån detta är möjligt.

Även beträffande detaljer kunna jämförelser göras mellan produktionstabellerna och vår praktiska erfarenhet. Som underlag härför erbjuda sig de för tabellbyggandet utarbetade diameter- och höjdtablåerna (jfr kap. 28). Dessa tablåer redovisa utvecklingen av de stammar, som i utgångsbeståndet tillhörde samma  $\varphi$ -klass. Med reservation för rubbningar genom schematiseringen kan utvecklingen i varje  $\varphi$ -klass betraktas som gällande för ett enskilt träd. Skillnaden mellan två på varandra följande diametrar inom  $\varphi$ -klassen representerar då en periodisk diametertillväxt, varav årsringsbredden kan beräknas. På samma sätt kan skillnaden mellan på varandra följande höjder omräknas till toppskottslängder. Bedömningen utmynnar i frågan, om dessa årsringsbredder och toppskott kunna anses som rimliga.

Exemplen på dylika detaljbedömningar kunna mångfaldigas. Här skall endast pekas på själva produktionstabellens detaljer, t. ex. utvecklingsgången hos den löpande tillväxten och medeltillväxten, vilkas rimlighet kan bedömas. Även här varnas för oberättigade jämförelser, t. ex. mellan vår stamvirkesvolymer och äldre tabellers »Derbholz».

### 37.5. Bedömningens användning

I produktionsforskningen användes bedömning företrädesvis med två syften, nämligen för utsortering av orealistiska alternativ och för korrektion.

Vi betrakta dessa användningar under I och II samt tillägga under III några reflexioner över bedömningar i godkända alternativ.

I. För valet av skötselprogram önska vi jämföra produktionstabeller, som utarbetats med olika förutsättningar. Särskilt i dessa första undersökningar var det svårt att förutse, vilka förutsättningskombinationer som borde ingå i jämförelsen. Man riskerade därför, att arbete nedlades på tabeller, som sedan visade sig sakna intresse. Genom praktiska bedömningar av här angiven art blev det ofta möjligt att på ett tidigt stadium avbryta arbetet på dylika alternativ.

II. I andra fall gav bedömningen upphov till korrekationer (jfr 20.9 och 21.3). Sådana korrekationer motsvara ändringar av materialet, och de böra endast förekomma, då man har anledning att betrakta materialet som missvisande. De utförda korrektionerna ha angivits som provisoriska.

III. Ehuru praktisk bedömning tillgripits så ofta som möjligt ha långt ifrån alla tabeller kunnat granskas på detta sätt. Likaledes ha framkomna motsättningar mellan delresultat och erfarenhet i många fall ej medfört ändring, om de ej ansetts vara väsentliga för slutresultaten. Ändringar äro nämligen dyrbara, och iakttagelser över motsättningar kunna nyttiggöras på annat sätt, nämligen vid uppläggning av nya undersökningar.

## Kap. 38. Slutord om resultaten

### 38.1. Inledning

I kap. 33 framhålles, att det föreliggande arbetet »Barrskogens volymproduktion» nära sammanhänger med en planerad publikation om »Barrskogens värdeproduktion».

Båda arbetena kräva kännedom om den sannolika beståndsutvecklingen vid olika förutsättningar och olika behandling. Dessa grundläggande undersökningar behöva ej operera med vare sig volymer eller värden. I detta arbete har beståndsutvecklingen definierats genom tablåer över stamantal, diametrar och höjder i alla  $\varphi$ -klasser vid alla tillfällen (jfr kap. 28). Med hjälp av dessa data ha sedan tabeller utarbetats för volymproduktionen och värdeproduktionen.

De nämnda tablåerna utgöra typfallens grunder. För att skilja dem från produktionstabellerna, som framställa den totala beståndsutvecklingen, kallas ifrågavarande översikter grundtablåer. Varje produktionstabell har krävt tre sådana tablåer, nämligen en för stamantalen, en för diametrarna och en för höjderna. Tablåerna kunna av utrymmesskäl ej publiceras, men exempel eller anvisningar lämnas på följande ställen, nämligen  
för stamantalstablå i hjälptabell H 8 samt i 18.3

» diametertablå i metodbilagan M 28

» höjdtablå i hjälptabell H 10 samt i 22.5.1.

### 38.2. Synpunkter på värdeproduktionen

Enligt den tanke, som genomgår denna avhandling, är det produktionsforskningens huvuduppgift att lämna stöd åt skötselvalet. För detta ändamål är värdeproduktionen avgörande. De för dennas beräkning erforderliga grundtabellerna ha ingått som led i volymberäkningen.

Även på ett annat sätt utgör volymundersökningen en förutsättning för beräkning av värdeproduktionen, nämligen beträffande de praktiska kontrollerna (jfr kap. 37). Vår praktiska erfarenhet är i många avseenden knuten till volymen. Då vi önska bedöma, om en produktionstabell för värdet är rimlig, blir ofta tabellens volymproduktion vårt bästa kriterium. Detta är viktigt, särskilt under nuvarande förhållanden. På grund av brister i materialet kan den teoretiska kontrollen i vissa fall ej användas, vilket ger ökad betydelse åt de praktiska kontrollerna.

### 38.3. Volymundersökningens resultat

Mot bakgrunden av 38.2 kan volymundersökningen betraktas som en förberedelse till värdeberäkningen, vilken avgör skötselvalet. Betydelsen av arbetet »Barrskogens volymproduktion» kan därför ej tillfullo bedömas, förrän »Barrskogens värdeproduktion» hunnit publiceras. Å andra sidan få volymresultaten större varaktighet än värdeberäkningarna, som påverkas av konjunkturerna. På grund härav är det lämpligt, att de båda arbetena publiceras var för sig.

Emellertid kan man också uppfatta volymproduktionen som en självständig forskningsuppgift. Även i detta fall avses ett framtida nyttiggörande i skogsbrukets tjänst, men tiden härför är mera avlägsen och sättet för utnyttjandet är mindre bestämt. Det mål, som närmast eftersträvas, kan anges som ökad kunskap om skogens sätt att växa.

En sådan verksamhet står på gränsen mellan produktionsforskningen, som vill konstatera beståndsutvecklingens gång, och den naturvetenskapliga analysen, som söker förklara denna utveckling. Utan tvivel föreligga på detta gränsområde mycket stora möjligheter till ett fruktbärande samarbete.

För dylika undersökningar kan materialet tillgodogöras i alla stadier av bearbetning. I vissa fall bör den direkta observationen föredragas, i andra kan man utnyttja den sammanfattning av många observationer, som representeras av en regressionsfunktion. Slutligen kan bedömandet grundas på de komplicerade samband, som komma till uttryck i produktionstabeller.

Det är sistnämnda slag av undersökning, som närmast intresserar oss i detta sammanhang. Tankegången liknar den, som användes i naturvetenskapliga experiment, där man låter en faktor variera, medan alla övriga hållas konstanta. I detta fall utvälja vi två produktionstabeller, vilkas förutsättningar avvika i en egenskap, men i övrigt äro lika. Skillnaden mellan tabellernas

resultat ger oss en föreställning om den avvikande egenskapens partiella inflytande. Ett antal sådana jämförelser, rörande volymproduktionen, har sammanställts i kap. 35.

Vid jämförelse mellan produktionstabeller är det viktigt, att avläsning sker för den period, som betingas av den aktuella frågeställningen. Om undersökningen avser de uthålliga verkningarna av olika gallringsprogram bör för varje program den slutålder tillämpas, som med hänsyn till volymproduktionen är bäst. Vi välja därför om möjligt den slutålder, då volymens medeltillväxt kulminerar. Vid ingen eller svag gallring inträffar emellertid kulminationen så sent, att regeln knappast kan användas. Vi måste då tillgripa bedömning.

I andra fall önska vi jämföra de tillväxter under exempelvis tio år framåt, som i ett aktuellt bestånd av godtycklig ålder kunna förväntas efter alternativa gallringar. Sådana frågor besvaras bäst av den löpande tillväxten.

Slutligen kan undersökningen avse produktionsförmågan i viss bonitet. Principiellt borde detta fall behandlas på samma sätt som frågan om högsta uthålliga avkastningen. Emellertid är det vanligt, att höjden vid 100 år lägges till grund för boniteringen och med anledning därav uttryckes produktionsförmågan genom högsta medeltillväxten vid 100 år.

#### **38.4. Beståndstäthet och volymproduktion. Icke planterade bestånd**

För Tall, Norra Sverige, icke planterad,  $h_{100} = 20$ , ha följande resultat erhållits (jfr 35.3, avdelningarna I—VIII). Jämförelsen omfattar endast bestånd av normal täthet eller glesare.

I de betraktade fallen främjas volymproduktionen av täta utgångsbestånd. Produktionen stiger, om medeldiametern och stamantalet ökas. I vanliga fall minskas stamantalet, då medeldiametern blir större. Om utgångsbeståndets stamantal anpassas till medeldiametern enligt funktionen F 1.2, blir den samlade effekten av medeldiameter och stamantal oförändrad.

Volymproduktionen blir hög, om gallringen uttager låg procent av volymen. Vid lika volymuttag minskas produktionen, om låggallringsmomentet blir mindre. Produktionen sänkes ytterligare, om låggallringen successivt utbytes mot genomgallring, därefter mot svag höggallring och sist mot stark höggallring.

Den i föregående stycke angivna erfarenheten, att lågt volymuttag och högt låggallringsmoment medföra hög produktion, kan knappast gälla obegränsat. Då skulle maximal produktion erhållas genom högt låggallringsmoment och intet genomgallringsmoment, vilket förefaller osannolikt ur skogsvårdssynpunkt. Emellertid är motsägelsen endast skenbar. Om vi underlåta att genomgallra uppluckras de övre skikten i stället genom självgallring, vilket minskar avkastningen av rått virke. Det extrema programmet leder ej till maximal



produktion. Den största produktionen utvinnes genom standardgallringen, som nått och jämnt föregriper självgallringen (jfr 36.4).

Av en verkställd jämförelse framgår, att gallringsintervallets längd ej inverkar på volymproduktionen (jfr tab. 35.3.3). Därvid förutsättes, att volymuttagsprocenten alltid avser fem år, så att uttaget ökas vid längre intervall.

Emellertid bör framhållas, att jämförelsen endast omfattat fem- och tioåriga intervall. Vid en tidigare undersökning (PETTERSON, 1937) fann jag en tydlig minskning av volymproduktionen vid femtonårigt intervall.

Gallringsintervallets lämpliga längd har varit mycket diskuterad, men med ringa utbyte. Oklarheten på detta område beror väsentligen på svårigheten att hålla isär effekterna av intervall och gallringsstyrka. För en viss bonitet bestämmes produktionen i stort sett av den fortskridande utglesningen på lång sikt. Om denna åstadkommes genom korta intervall och svaga huggningar eller långa intervall och starka uttag, har i vanliga fall ringa betydelse. Beträffande tidigare överslutna bestånd och i vindexponerade lägen kan det emellertid vara nödvändigt att undvika starka engångsuttag. Enda sättet att likväl genomföra en kraftigt fortskridande utglesning är då att välja korta intervall.

### 38.5. Beståndstäthet och volymproduktion

#### Planterade bestånd och tidigt röjda bestånd

Beträffande Tall, Norra Sverige,  $h_{100} = 20$ , ha tabeller beräknats för planterade bestånd (se tab. 35.3.9) och för tidig röjning i självsådda bestånd.

Det planterade utgångsbeståndet bedömdes med ledning av tillgängliga undersökningar i skogsodlade bestånd. Därvid söktes i första hand den medeldiameter och det stamantal, som kunde anses sannolika, då övre höjden var 8 meter. Som resultat erhöles medeldiametern 8 cm och stamantalet för olika alternativ 2 800 eller 4 101.

Diametertillväxten beräknades på vanligt sätt, men höjdutvecklingen korrigerades genom att sänka åldern vid 1,3 m. Därigenom ökades höjderna under 100 år, vilket medförde större volymproduktion. Som slutresultat erhöles de planterade bestånden lägre medeltillväxt än de självsådda, om de planterades stamantal var 2 800, och högre medeltillväxt än de självsådda, om deras stamantal var 4 101.

Eftersom höjdändringen motiverades med det planterade beståndets glesare uppkomst borde samma korrektion gälla, om liknande gleshet tillkom på annat sätt. På grund härav antogs, att en tabell för tidigt röjda bestånd skulle — fränsett eventuell korrektion för långsammare höjdtillväxt före röjningen — bli identisk med tabell 35.3.9 för motsvarande planteringsalternativ.

Som en följd av denna tankegång borde höjderna korrigeras även i de glest uppkomna bestånd, vilka sammanförts i tab. 35.3.7. Härigenom skulle medeltillväxterna stiga, särskilt i de glesaste bestånden. Emellertid har det ansetts, att en så vidsträckt tillämpning av höjdkorrekturen skulle kräva omfattande fältobservationer. Tillsvidare kvarstår korrektningsbehovet som en tendens vid tolkning av resultaten från dylika bestånd.

Beträffande Tall, Södra Sverige, samt Gran, Norra och Södra Sverige, diskuteras höjdkurvans korrektion i 35.4, 35.5 och 35.6. Med undantag för höjdändringen ha i dessa fall utgångsbestånden vid plantering definierats lika med motsvarande icke planterade bestånd. Det framhålls i berörda avsnitt, att den ökning av medeltillväxten, som i sådana fall åstadkommes genom höjdkurvans lyftning, bör betraktas som en partiell effekt.

### 38.6. Friställning

I detta sammanhang torde det vara på sin plats att erinra om ett behandlingsfall av stort intresse, som saknas i denna undersökning, nämligen friställningen av fröträd och överståndare av tall. Effekten av sådana huggningar måste säkerligen växla, beroende på det aktuella beståndets tillstånd före åtgärden. Förr såg man ofta, att friställning utfördes i förut ogallrade bestånd. Numera betraktar man friställningen som avslutningen på en långvarig beståndsbehandling genom gallring. Mellan dessa två extremer förekomma alla övergångar. Vi kunna här begränsa oss till extremfallen.

Vid friställning, som förberetts genom gallring, kan man vänta reaktioner, som likna gallringens. Det blir troligen endast fråga om en lindrig extrapolering av gallringens tillväxtfunktioner. Emellertid få dessa reaktioner stor betydelse för vår uppfattning om slutbeståndets avveckling, och de böra därför undersökas så noggrant som möjligt. Det material, som erfordras härför, blir successivt tillgängligt genom gallringsytornas slutavverkning. För skötselvalet är det nödvändigt, att återväxtens uppkomst och utveckling observeras i samband med tillväxtreaktionerna.

I det andra extremfallet, alltså friställning i ogallrade bestånd, ha vi ingen avsikt att efterbilda åtgärden. Att detta fall upptages här beror på dess stora — kanske mycket stora — teoretiska intresse, och även därpå, att material för dess studerande blir mer svåråtkomligt för varje år. Även här är det fråga om sambanden mellan beståndets förutvarande tillstånd, ingreppet, tillväxtreaktionen och återväxtens uppkomst. Effekten av dylika friställningar tilldrog sig stort intresse för 20—30 år sedan. Mest påfallande blev resultatet i barrblandskog med starkt graninslag. Där kunde reaktionen hos friställda tallar bli våldsamt. Fall iakttogs, då tallarnas grundytetillväxt per hektar ungefär motsvarade tillväxten i jämförliga gallringsbestånd. Efter ca 20 år

inträdde en lugnare utveckling, åtminstone delvis genom påverkan av ett uppkommet plantbestånd.

Det synes troligt, att ett grundligt studium av detta relativt enkla förlopp skulle ha mycket att lära oss beträffande de mera komplicerade gallringsfallen.

### 38.7. Sammanfattning

De anförda exemplen visa en påtaglig överensstämmelse med tendenserna i SCHWAPPACHS femtio år gamla resultat (se 1.3). Innan vi diskutera dessa böra några begrepp definieras.

I detta arbete ha vi skilt på självgallring och aktiv gallring. Vid självgallring består hela avkastningen utom slutavverkningen av torrt virke, vilket i hög grad minskar den eftersträfvade produktionen av rått virke. På grund härav bör självgallring undvikas från och med det utvecklingsstadium, då aktiv gallring kan utföras. Härom råder ingen meningsskiljaktighet.

Däremot är den aktiva gallringens styrka föremål för diskussion. De försök, som gjorts för utredning av denna fråga, avse olika grader av aktiv gallring. Såväl SCHWAPPACHS som mina resultat måste tolkas med denna begränsning.

Den förr utbredda och ännu kvardröjande uppfattningen, att volymproduktionen ökas genom gallring, torde härstamma från en brytningstid, då valet stod mellan självgallring och svag aktiv gallring. Då var slutsatsen om produktionens ökning riktig. Men sedan frågeställningen förskjutits till ett val mellan olika aktiva gallringar är det ej längre befogat att vänta större produktion efter starkare ingrepp.

I SCHWAPPACHS gallringsförsök, där bearbetningen begränsades till grundytetillväxten, kunde ingen säker skillnad spåras mellan de olika gallringsgraderna. Däremot visade hans ljushuggningsförsök mindre absolut grundytetillväxt än de vanligen starkt gallrade jämförelseytorna. Min undersökning, som avser volymproduktionen, täcker ungefär det sammanlagda området för SCHWAPPACHS gallrings- och ljushuggningsförsök. Den visar klar produktionsminskning vid skärpt gallring.

Emellertid kan — såsom förut framhållits — volymproduktionen ej tillmätas avgörande betydelse vid valet av skogsvårdsåtgärder. Man kan ej komma ifrån, att avgörandet mer eller mindre medvetet dikteras av ekonomiska synpunkter. Till denna fråga återkomma vi i arbetet »Barrskogens värdeproduktion».

## IX. Symboler

I ett arbete, där skogsbestånden beskrivas från många olika synpunkter, är det svårt att finna beteckningar för alla använda begrepp. Uppgiften försvåras ytterligare, om man, såsom här, söker underlätta kontakten med andra författare genom att i vissa fall använda deras symboler. Det har därför ej kunnat undvikas, att samma beteckning fått olika betydelse i skilda sammanhang.

För den som läser texten i följd torde symbolerna ej erbjuda några svårigheter. Däremot kunna förklaringar vara välkomna, då arbetet användes som uppslagsbok. Detta gäller icke minst de vanligaste beteckningarna. Andra författares symboler förekomma oftast i anslutning till ett återopande av någon skrift, där beteckningen definieras. Sådana specialfall ha ej medtagits i följande förteckning.

Svenska beteckningar:	Kapitelhänvisning
$a$ = en fristående konstant, särskilt vid tillväxt under en period.....	21.2
$A$ = en fristående konstant, särskilt vid tillväxt under flera perioder.....	21.2
$A'$ = hjälpfaktor för beräkning av $A$ .....	22.2
$b$ = regressionskoefficient, särskilt vid tillväxt under en period.....	11.3, 21.2
$B$ = regressionskoefficient, särskilt vid tillväxt under flera perioder.....	21.2
$d$ = utgångsdiameter.....	11.3, 11.6
$D$ = diameter vid senare tillfällen.....	11.3, 11.6
$d_{3\sigma}$ = övre diametergräns.....	7.4
$E$ = antal år efter första gallringen.....	13.4, 20.8
$F$ = formkvot.....	23.4
$F(\varphi)$ = stamantalskvot.....	12.3
$G$ = grundyta.....	16.3, M 20
$G$ = genomgallringsmoment.....	16.6, 16.8
$h$ = trädets höjd över mark.....	7.5
$h_{3\sigma}$ = övre höjd.....	7.4
$h_{100}$ = övre höjd vid 100 år, bonitetsvisare.....	7.4
$H$ = höggallringsmoment.....	16.7, 16.8
$i$ = undre gränsens avvikelser från $Mn$ , uttryckt i $\sigma n$ -enheter.....	9.3, 12.2

Svenska beteckningar:	Kapitelhänvisning
$I$ = en normalfördelnings stamantal.....	12.3, M 12.2
$L$ = låggallringsmoment.....	16.8, 16.3
$L$ = $d_{3\sigma}$ = övre diametergräns i en stamfördelning.....	7.4
$LL$ = det läge, som övre gränsen skulle ha haft, om de grövsta träden ej borttagits.....	16.7
$M'$ = relativ medeldiameter, uttryckt i $\sigma n$ -enheter.....	9.3
$Mn$ = aritmetisk medeldiameter i en normal stamfördelning	9.3
$Ms1$ = aritmetisk medeldiameter i en stympad stamfördel- ning före gallring.....	11.6
$Ms2$ = aritmetisk medeldiameter i en stympad stamfördel- ning efter gallring.....	11.6
$p$ = medeldiameterens tillväxtprocent för en period av $n$ år	13.3
$p'_5$ = medeldiameterens tillväxtprocent för en 5-årsperiod..	13.4
$P$ = upplupen produkt, t. ex. $P(u')$ , $P(\psi')$ och $P(b)$ ...	16.3, 18.2, 21.2
$qs$ = kvoten mellan det aktuella utgångsbeståndets stam- antal och det normala utgångsbeståndets stamantal	34.2
$r$ = korrelationskoefficient (gäller endast kap. 6).....	6.7
$r = \frac{\sigma s1}{[\sigma s2]}$ (gäller övriga kapitel).....	11.6
$R = \frac{Ms1}{[Ms2]}$ .....	11.6, 13.3
$R' = 1,01 R$ .....	20.9
$S$ = stamantal i en given eller beräknad stamfördelning..	12.3
$t$ = ålder för uppnående av brösthöjd i orörda bestånd..	7.4, 7.5
$t'$ = ålder för uppnående av brösthöjd i aktuella bestånd	7.4
$u'$ = faktor som definierar styrkan av ett låggallringsmo- ment.....	12.2
$w$ = diametersumman per hektar före första gallringen ...	13.4, 20.8
$x$ = total trädålder.....	7.5
$z = x - t$ = antal årsringar vid brösthöjd .....	7.5

## Grekiska

beteckningar:

$\alpha$ (alfa)	= undre diametergränsen i stympad stam- fördelning .....	9.3
$\beta$ (beta)	= höjduitvecklingskonstant.....	7.5
$\lambda$ (lambda)	= $\frac{\alpha}{\sigma n}$ = avståndet från o-punkten till en stympad stamfördelnings undre gräns, uttryckt i $\sigma n$ -enheter.....	12.5, 16.3

Grekiska beteckningar:		Kapitelhänvisning
$\rho$ (rå)	= korrelationskoefficient.....	II.6
$\sigma'$ (sigma-prim)	= relativ medelavvikelse, uttryckt i $\sigma n$ - enheter.....	9.3
$\sigma n$	= diametrarnas medelavvikelse i en nor- mal stamfördelning.....	9.3
$\sigma s$	= medelavvikelse i en stympad stamför- delning.....	9.3
$\varphi$ (fi)	= stympningsgränsens avvikelse från $L$ , uttryckt i $\sigma n$ -enheter .....	9.3, 17
$\chi$ (tji)	= differens, som användes vid bestämning av höjdtvecklingen.....	7.5
$\psi$ (psi)	= faktor, som definierar styrkan i ett genom- gallringsmoment.....	16.2
Övriga		
tecken:		
index 0	= vid utgångsläget.....	21.7
» 1	= före gallringen.....	II.2
» 2	= efter » .....	II.2
I tillväxtfunktioner har använts dels		
$Meb$	= aritmetiska medeldiametern efter gallringen vid perio- dens början.....	Fr, F3, F8
$Mfs$	= aritmetiska medeldiametern före gallringen vid perio- dens slut	
samt dels motsvarande kombinationer med $\sigma$ och $S$ .		
[ ]	= föregående tillfälle.....	II.2
{ }	= nästkommande tillfälle.....	II.2

## X. Anförd litteratur

- BONNIER, G., och TEDIN, O., 1940. Biologisk variationsanalys. — Stockholm.
- CHARLIER, C. V. L., 1906. Researches into the theory of probability. — Lunds universitets årsskrift.
- 1920. Vorlesungen über die Grundzüge der mathematischen Statistik. — Hamburg.
- CRAMÉR, H., 1945—1946. Mathematical methods of statistics. — Uppsala och Princeton.
- 1951. Sannolikhetsskalkylen och några av dess användningar. 2 uppl. — Uppsala.
- DOOLITTLE, M. H., 1878. Coast and geodetic survey. Report for 1878. — Appendix 8.
- EDGREN, V., och NYLINDER, P., 1949. Funktioner och tabeller för bestämning av avsmalning och formkvot under bark. Tall och gran i norra och södra Sverige. — Medd. fr. Stat. skogsforskn.inst., Bd 38: 7.
- EIDE, E. och LANGSÆTER, A., 1940. Produktionsundersökelse i granskog. — Medd. fra Det norske Skogfors. Bd VII.
- EKLUND, B., och HUSS, E., 1946. Undersökningar över äldre skogskulturer i de nordligaste länen. — Medd. fr. Stat. skogsforskn.inst., Bd 35: 6.
- EZEKIEL, M., 1924. A method of handling curvilinear correlation for any number of variables. — Jour. of the Amer. Stat. Ass.
- 1930. Methods of correlation analysis. — New York.
- FISHER, R. A., 1932. Statistical methods for research workers. 4 uppl. — Edinburgh. (8 uppl. 1941.)
- HAYASHI, K., 1938. Fünfstellige Tafeln der Kreis- und Hyperbelfunktionen sowie der Funktionen  $e^x$  und  $e^{-x}$ . — Berlin.
- HELMERT, F. R., 1924. Die Ausgleichsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate. — Leipzig & Berlin.
- ILVESSALO, Y., 1920. Referat. Ertragstabell für die Kiefern-, Fichten- und Birkenbestände in der südhälfte von Finnland. — Acta forestalia Fennica. Nr 15.
- 1927. Methods for preparing yield tables. Silva Fennica 5.
- 1937/1938 Growth of Natural Normal Stands in Central North-Suomi (Finland). Communic. Inst. Forest. Fenn. 24<sup>2</sup>. Finska, engelskt referat.
- JONASSON, O., HÖIJER, E., och BJÖRKMAN, TH., 1937. Jordbruksatlas över Sverige. — Stockholm.
- JONSON, T., 1914. Om bonitering av skogsmark. — Sv. Skogsvårdsfören. tidskr.
- LANGSÆTER, A., 1944. Om tynning i gran- og furuskog. — Medd. fra Det norske Skogfors. Bd VIII.
- LAPPI-SÄPPÄLÄ, M., 1930. Untersuchungen über die Entwicklung gleichaltriger Mischbestände aus Kiefer und Birke. — Medd. fr. Forstl. Forskn.anst. i Finland. Nr 15.
- LÖNNROTH, E., 1926. Untersuchungen über die innere Struktur und Entwicklung gleichaltriger, naturnormaler Kiefernbestände. — Acta forestalia Fennica. Nr 30.
- MAASS, A., 1911. Erfarenhetstabeller för tallen. — Medd. fr. Stat. skogsförsöksanst. H. 8.
- MILLS, F. C., 1938. Statistical methods. — London. 1 uppl. 1925.
- MØLLER, C. M., 1933. Boniteringstabeller og bonitetsvise Tilvækstoversigter for Bøg, Eg og Rødgran i Danmark. Köpenhamn. Särtryck af Dansk Skovforen. Tidsskr.
- NÄSLUND, M., 1934. Kuberingstabeller för tall. — Sv. Skogsvårdsfören. tidskr.
- 1936. Skogsförsöksanstaltens gallringsförsök i tallskog. Primärbearbetning. — Medd. fr. Stat. skogsförsöksanst. H. 29: 1.
- 1940. Funktioner och tabeller för kubering av stående träd. Tall, gran och björk i norra Sverige. — Medd. fr. Stat. skogsförsöksanst. H. 32: 4.
- 1942. Den gamla norrländska granskogens reaktionsförmåga efter genomhuggning. — Medd. fr. Stat. skogsförsöksanst. H. 33: 1.
- 1947. Funktioner och tabeller för kubering av stående träd. Tall, gran och björk i södra Sverige samt i hela landet. — Medd. fr. Stat. skogsforskn.inst. Bd 36: 3.
- NÄSLUND, M., och HAGBERG, E., 1950. Skogsforskningsinstitutets större tabeller för kubering av stående träd. Tall, gran och björk i södra Sverige. — Experimentalfältet (tr. Stockholm).

- NÄSLUND, M. och HAGBERG, E., 1952. Skogsforskningsinstitutets större tabeller för kubering av stående träd. Tall, gran och björk i norra Sverige. — Sv. Skogsvårdsfören. förlag, Stockholm.
- PEARSON, C., 1924. Tables for statisticians and biometricians. 2 uppl. — London.
- PETTERSON, H., 1933. Skogsförsöksanstaltens gallringsförsök, en bearbetning och ett program. — Sv. Skogsvårdsfören. tidskr.
- 1937. Utvecklingsprognoser för skogsbestånd. 1937 års nordiska skogskongress. Exkursion II. — Stockholm.
- 1950. Om skogsvårdslagens tillämpning. — Medd.fr.Stat.skogsforskn.inst. Bd 39: 2.
- 1951. Beståndsvårdens ekonomi. — Medd. fr. Stat. skogsforskn.inst. Serien upps. Nr 20. Ingår även i Sv. skogsvårdsfören. tidskr. 1951: 2.
- 1951. Produktionstabeller för vissa typer av svensk barrskog. — Medd. fr. Stat. skogsforskn.inst. Bd 40: 9.
- QUENSEL, C.-E., 1944. Lärobok i den teoretiska statistikens grunder. — Lund.
- SCHOTTE, G., 1912. Om gallringsförsök. — Medd. fr. Stat. skogsförsöksanst. H. 9.
- SCHWAPPACH, A., 1902. Wachstum und Ertrag normaler Fichtenbestände in Preussen. Mitteilungen aus dem forstlichen Versuchswesen Preussens. — Neudamm.
- 1908. Die Kiefer. Mitteilungen aus dem forstlichen Versuchswesen Preussens. — Neudamm.
- 1913. Forstgeschichte. Ingår i Handbuch der Forstwissenschaft. 3 uppl. Bd 4. — Tübingen.
- 1923. Ertragstafeln der wichtigeren Holzarten in tabellarischer und grafischer Form. 2 uppl. — Neudamm.
- SMITHERS, L. A., 1949. The Dwight cofrequency principle in diameter growth analysis. — Canada, Dep. of Mines and Resources, Silv. Research Note, No. 91. Ottawa.
- SYLVÉN, N., 1916. De svenska skogsträden, en skogsbotanisk handbok. I. Barrträden. — Stockholm.
- TOLLEY, H., och EZEKIEL, M., 1923. A method of handling multiple correlation problems. — Jour. of the Amer. Stat. Ass.
- WEISE, W., 1880. Ertragstafeln für die Kiefer. — Berlin.
- WHITTAKER, E., och ROBINSON, G., 1926. The calculus of observations. — London.
- YULE, U., 1910. An introduction to the theory of statistics. 8 uppl. 1927.
- YULE, U., och KENDALL, M. G., 1937. An introduction to the theory of statistics. — London.
- ÅNGSTRÖM, A., 1939. Sveriges temperaturklimat. — Lantbruksakademiens tidskr., Stockholm.
- PRAKTISK SKOGSHANDBOK, 1924. — Norrl. skogsvårdsförb., Stockholm.



## XI. METODBILAGOR



## Metodbilagor: Register

### Tabellbilagor

	Se texten		Sid.
M 1	6.6	Reducering av normalekvationer.....	236
M 3	6.7	Omskrivning av Bil. M 1 till X-värden.....	237
M 4	6.8	Omskrivning av Bil. M 3 till avvikelser .....	238
M 5	6.14	Viktekvationer.....	239
M 8	11.4	Asymmetrikoefficientens ändring genom gallring och tillväxt.....	240
M 9	11.5	Excesskoefficientens ändring genom gallring och tillväxt.....	240
M 10	11.6	Behandlingens inverkan på $\frac{r}{R}$ Tall .....	241
M 11	11.6	» » » » Gran .....	241
M 13	13.3	Självgallring. Beräkningens första etapp.....	242
M 14	13.4	» » andra » .....	242
M 15	13.5	» » tredje » .....	244
M 16	14.2	Standardgallring. Beräkningens första etapp.....	246
M 17	14.3	» » andra » .....	246
M 18	14.4	» » tredje » .....	248
M 19	15.2	Modifierad standardgallring 1947.....	250
M 21	16.3	Beräkning av tabell H 7 ( $\varphi$ -utveckling).....	251
M 22	16.3	Hjälplista till M 21.....	252
M 23	16.4	$\varphi$ -utveckling, då $\lambda = 0$ .....	254
M 24	16.4	Exempel på tillämpning av M 23.....	254
M 25	16.4	Utvecklingen av $\varphi$ , $u'$ och $P(u')$ enligt M 24.....	254
M 27	21.6	Exempel på beräkning av diameterkonstanterna $A$ och $B$ .....	255
M 28	21.7	Exempel på diametertablä.....	256
M 34	34.1	Uppgifter om utgångslägen (Komplettering av produktionstabellernas register).....	258

### Textbilagor

M 2	6.7	Exempel på symbolernas härledning.....	260
M 6	7.5	Höjduutvecklingskurvor. Härledning av formeln 7.5.11.....	262
M 7	9.3	Härledning av tabell H 5, angående strukturfaktorer.....	263
M 12	12.2	Härledning av tabell H 6, angående I-kvoter.....	266
M 20	16.3	Uttagsprocenter av grundytan, härledning.....	269
M 26	16.7	Förenklad beräkning av höggallring.....	270
M 29	23.3	Dubbel interpolation.....	275
M 30	25.3	Bestämning av utgångsbeståndet.....	278
M 31	F 5	Konstruktion av produktionstabeller för Gran, Norra Sverige, icke planterad.....	289
M 32	35.6	Konstruktion av stamantalet vid utgångsläget för Gran, Södra Sverige, planterad.....	296
M 33		Strukturundersökning i fält.....	298
M 35	34.4	Barkrelationer.....	300

## Bilaga M I. Reducering av normalekvationer

Block	R	1	2	3	4	0
1	$\frac{I}{s \ 11}$	$n \ 11$ $c \ 11$	$n \ 12$ $c \ 12$	$n \ 13$ $c \ 13$	$n \ 14$ $c \ 14$	$n \ 10$ $c \ 10$
2	$\frac{I}{s \ 22}$		$n \ 22$ $c \ 12 \ s \ 12$ $s \ 22$ $c \ 22$	$n \ 23$ $c \ 12 \ s \ 13$ $s \ 23$ $c \ 23$	$n \ 24$ $c \ 12 \ s \ 14$ $s \ 24$ $c \ 24$	$n \ 20$ $c \ 12 \ s \ 10$ $s \ 20$ $c \ 20$
3	$\frac{I}{s \ 33}$			$n \ 33$ $c \ 13 \ s \ 13$ $c \ 23 \ s \ 23$ $s \ 33$ $c \ 33$	$n \ 34$ $c \ 13 \ s \ 14$ $c \ 23 \ s \ 24$ $s \ 34$ $c \ 34$	$n \ 30$ $c \ 13 \ s \ 10$ $c \ 23 \ s \ 20$ $s \ 30$ $c \ 30$
4	$\frac{I}{s \ 44}$				$n \ 44$ $c \ 14 \ s \ 14$ $c \ 24 \ s \ 24$ $c \ 34 \ s \ 34$ $s \ 44$ $c \ 44$	$n \ 40$ $c \ 14 \ s \ 10$ $c \ 24 \ s \ 20$ $c \ 34 \ s \ 30$ $s \ 40$ $c \ 40$

Bilaga M 3. Omskrivning av bilaga M 1 till X-värden

Block	R	1	2	3	4	o
1	$-\frac{1}{10000 N}$	$+ 10000 N$ $- 1$	$+ 100 \Sigma X_2$ $-\frac{\Sigma X_2}{100 N}$	$+ 100 \Sigma X_3$ $-\frac{\Sigma X_3}{100 N}$	$+ 100 \Sigma X_4$ $-\frac{\Sigma X_4}{100 N}$	$- 100 \Sigma X_0$ $+\frac{\Sigma X_0}{100 N}$
2	$-\frac{1}{N\sigma_2^2}$		$+\frac{\Sigma X_2^2}{N}$ $-\frac{(\Sigma X_2)^2}{N}$ $+ N\sigma_2^2$ $- 1$	$+\frac{\Sigma X_2 X_3}{N}$ $-\frac{\Sigma X_2 \Sigma X_3}{N}$ $+ Np_{23}$ $-\frac{p_{23}}{\sigma_2^2}$	$+\frac{\Sigma X_2 X_4}{N}$ $-\frac{\Sigma X_2 \Sigma X_4}{N}$ $+ Np_{24}$ $-\frac{p_{24}}{\sigma_2^2}$	$-\frac{\Sigma X_0 X_2}{N}$ $+\frac{\Sigma X_0 \Sigma X_2}{N}$ $- Np_{02}$ $+\frac{p_{02}}{\sigma_2^2}$
3	$-\frac{1}{N\sigma_{3,2}^2}$			$+\frac{\Sigma X_3^2}{N}$ $-\frac{(\Sigma X_3)^2}{N}$ $-\frac{N(p_{23})^2}{\sigma_2^2}$ $+ N\sigma_{3,2}^2$ $- 1$	$+\frac{\Sigma X_3 X_4}{N}$ $-\frac{\Sigma X_3 \Sigma X_4}{N}$ $-\frac{Np_{23} p_{24}}{\sigma_2^2}$ $+ Np_{34,2}$ $-\frac{p_{34,2}}{\sigma_{3,2}^2}$	$-\frac{\Sigma X_0 X_3}{N}$ $+\frac{\Sigma X_0 \Sigma X_3}{N}$ $+\frac{Np_{02} p_{23}}{\sigma_2^2}$ $- Np_{03,2}$ $+\frac{p_{03,2}}{\sigma_{3,2}^2}$
4	$-\frac{1}{N\sigma_{4,23}^2}$				$+\frac{\Sigma X_4^2}{N}$ $-\frac{(\Sigma X_4)^2}{N}$ $-\frac{N(p_{24})^2}{\sigma_2^2}$ $-\frac{N(p_{34,2})^2}{\sigma_{3,2}^2}$ $+ N\sigma_{4,23}^2$ $- 1$	$-\frac{\Sigma X_0 X_4}{N}$ $+\frac{\Sigma X_0 \Sigma X_4}{N}$ $+\frac{Np_{02} p_{24}}{\sigma_2^2}$ $+\frac{Np_{03,2} p_{34,2}}{\sigma_{3,2}^2}$ $- Np_{04,23}$ $+\frac{p_{04,23}}{\sigma_{4,23}^2}$

Bilaga M 4. Omskrivning av bilaga M 3 till avvikelser

Block	R	1	2	3	4	0
2	$-\frac{1}{N\sigma_2^2}$		$+N\sigma_2^2$ $-1$	$+Np_{23}$ $-\frac{p_{23}}{\sigma_2^2}$	$+Np_{24}$ $-\frac{p_{24}}{\sigma_2^2}$	$-Np_{02}$ $+\frac{p_{02}}{\sigma_2^2}$
3	$-\frac{1}{N\sigma_{3,2}^2}$			$+N\sigma_3^2$ $-\frac{Np_{23}^2}{\sigma_2^2}$ $+N\sigma_{3,2}^2$ $-1$	$+Np_{34}$ $-\frac{Np_{23}p_{24}}{\sigma_2^2}$ $+Np_{34,2}$ $-\frac{p_{34,2}}{\sigma_{3,2}^2}$	$-Np_{03}$ $+\frac{Np_{02}p_{23}}{\sigma_2^2}$ $-Np_{03,2}$ $+\frac{p_{03,2}}{\sigma_{3,2}^2}$
4	$-\frac{1}{N\sigma_{4,23}^2}$				$+N\sigma_4^2$ $-\frac{Np_{24}^2}{\sigma_2^2}$ $-\frac{N(p_{34,2})^2}{\sigma_{3,2}^2}$ $+N\sigma_{4,23}^2$ $-1$	$-Np_{04}$ $+\frac{Np_{02}Np_{24}}{\sigma_2^2}$ $+\frac{Np_{03,2}p_{43,2}}{\sigma_{3,2}^2}$ $-Np_{04,23}$ $+\frac{p_{04,23}}{\sigma_{4,23}^2}$

Bilaga M 5. Viktekvationer

System	Block	Kol. 2	Kol. 3	Kol. 4	Kol. 5		
5	1	$c_{12} Q_{52}$ — 0,000 003 634 849	$c_{13} Q_{53}$ + 0,000 000 343 942	$c_{14} Q_{54}$ + 0,000 004 725 733	$c_{15} Q_{55}$ — 0,000 033 411 877		$Q_{51}$ = — 0,000 031 977 051
	2		$c_{23} Q_{53}$ — 0,000 000 009 610	$c_{24} Q_{54}$ — 0,000 000 673 812	$c_{25} Q_{55}$ + 0,000 000 884 144		$Q_{52}$ = + 0,000 000 200 722
	3			$c_{34} Q_{54}$ + 0,000 000 211 201	$c_{35} Q_{55}$ — 0,000 000 225 325		$Q_{53}$ = — 0,000 000 014 124
	4				$c_{45} Q_{55}$ — 0,000 000 921 260		$Q_{54}$ = — 0,000 000 921 260
	5					— $R_5$ + 0,000 001 052 914	$Q_{55}$ = + 0,000 001 052 914
4	1	$c_{12} Q_{42}$ — 0,000 000 320 563	$c_{13} Q_{43}$ + 0,000 001 574 696	$c_{14} Q_{44}$ — 0,000 005 858 276	$c_{15} Q_{45}$ + 0,000 029 234 131		$Q_{41}$ = + 0,000 024 629 988
	2		$c_{23} Q_{43}$ — 0,000 000 043 999	$c_{24} Q_{44}$ + 0,000 000 835 294	$c_{25} Q_{45}$ — 0,000 000 773 593		$Q_{42}$ = + 0,000 000 017 702
	3			$c_{34} Q_{44}$ — 0,000 000 261 816	$c_{35} Q_{45}$ + 0,000 000 197 151		$Q_{43}$ = — 0,000 000 064 665
	4				$c_{45} Q_{45}$ + 0,000 000 806 068	— $R_4$ + 0,000 000 335 976	$Q_{44}$ = + 0,000 001 142 044
3	1	$c_{12} Q_{32}$ — 0,000 002 699 544	$c_{13} Q_{33}$ — 0,000 007 452 439	$c_{14} Q_{34}$ + 0,000 000 331 708	$c_{15} Q_{35}$ + 0,000 000 448 194		$Q_{31}$ = — 0,000 009 372 081
	2		$c_{23} Q_{33}$ + 0,000 000 208 229	$c_{24} Q_{34}$ — 0,000 000 047 296	$c_{25} Q_{35}$ — 0,000 000 011 860		$Q_{32}$ = + 0,000 000 149 073
	3			$c_{34} Q_{34}$ + 0,000 000 014 825	$c_{35} Q_{35}$ + 0,000 000 003 023	— $R_3$ + 0,000 000 288 187	$Q_{33}$ = + 0,000 000 306 035
2	1	$c_{12} Q_{22}$ — 0,000 008 219 273	$c_{13} Q_{23}$ — 0,000 003 630 165	$c_{14} Q_{24}$ — 0,000 000 090 805	$c_{15} Q_{25}$ — 0,000 006 369 465		$Q_{21}$ = — 0,000 018 309 708
	2		$c_{23} Q_{23}$ + 0,000 000 101 430	$c_{24} Q_{24}$ + 0,000 000 012 947	$c_{25} Q_{25}$ + 0,000 000 168 549	— $R_2$ + 0,000 000 170 955	$Q_{22}$ = + 0,000 000 453 881
1	1	$c_{12} Q_{12}$ + 0,000 331 568 155	$c_{13} Q_{13}$ + 0,000 228 225 072	$c_{14} Q_{14}$ — 0,000 126 342 997	$c_{15} Q_{15}$ + 0,001 014 720 380	— $R_1$ + 0,000 000 512 821	$Q_{11}$ = + 0,001 448 683 431

45:1

BARSKOGENS VOLYMPRODUKTION

239

Bilaga M 8. Asymmetrikoefficientens ändring genom gallring och tillväxt

Revision	Före gallringen					Efter gallringen										Differenser	
						Vid denna revision					Härav kvarstår till nästa revision						
	+	—	Σ	antal	medeltal	+	—	Σ	antal	medeltal	+	—	Σ	antal	medeltal	gallring	tillväxt
1	0,194	10,071	—9,877	125	—0,079	0,366	8,583	—8,217	125	—0,066	0,366	8,583	—8,217	125	—0,066	+ 0,013	+ 0,005
2	,354	7,963	—7,609	125	—,061	,269	7,398	—7,129	125	—,057	,201	5,726	—5,525	100	—,055	+ 0,004	+ 0,006
3	,276	5,162	—4,886	100	—,049	,276	4,669	—4,393	100	—,044	,220	3,418	—3,198	71	—,045	+ 0,005	+ 0,009
4	,310	2,865	—2,555	71	—,036	,449	2,787	—2,338	71	—,033	,271	2,098	—1,827	54	—,034	+ 0,003	+ 0,007
5	,312	1,788	—1,476	54	—,027	,154	2,270	—2,116	54	—,039	,017	0,291	—0,274	6	—,046	—0,012	+ 0,010
6	,025	0,242	—0,217	6	—,036	,032	0,241	—0,209	6	—,035	,013	—	+ 0,013	1	+ ,013	+ 0,001	—0,004
7	,009	—	+ 0,009	1	+ ,009	,040	—	+ 0,040	1	+ ,040	—	—	—	—	—	+ 0,031	—
Σ	1,480	28,091	—26,611	482	—	1,586	25,948	—24,362	482	—	1,088	20,116	—19,028	357	—	—	—

Bilaga M 9. Excesskoeficientens ändring genom gallring och tillväxt

1	0,821	1,398	—0,577	125	—0,005	0,861	1,145	—0,284	125	—0,002	0,861	1,145	—0,284	125	—0,002	+ 0,003	—0,004
2	,647	1,348	—,701	125	—,006	,573	1,306	—,733	125	—,006	,336	1,061	—,725	100	—,007	+ 0,000	—0,002
3	,267	1,178	—,911	100	—,009	,245	1,211	—,966	100	—,010	,192	0,832	—,640	71	—,009	—0,001	—0,004
4	,093	0,995	—,902	71	—,013	,155	0,919	—,764	71	—,011	,110	,725	—,615	54	—,011	+ 0,002	—0,002
5	,081	,770	—,689	54	—,013	,087	,711	—,624	54	—,012	,018	,072	—,054	6	—,009	+ 0,001	—0,006
6	—	,092	—,092	6	—,015	—	,056	—,056	6	—,009	—	,012	—,012	1	—,012	+ 0,006	—0,007
7	—	,019	—,019	1	—,019	—	,011	—,011	1	—,011	—	—	—	—	—	+ 0,008	—
$\Sigma$	1,909	5,800	—3,891	482	—	1,921	5,359	—3,438	482	—	1,517	3,847	—2,330	357	—	—	—



**Bilaga M 10. Behandlingens inverkan på  $\frac{r}{R}$**   
**Tall**

Gallringsform	Norra Sverige icke planterad		Södra Sverige			
			icke planterad		planterad	
	antal	$\frac{r}{R}$ Medeltal	antal	$\frac{r}{R}$ Medeltal	antal	$\frac{r}{R}$ Medeltal
Självgallring.....	39	1,022	14	1,064	9	1,068
Svag låggallring.....	29	1,021	23	1,043	8	1,066
Stark låggallring....	120	0,997	101	1,029	24	1,033
Extra stark låggallring.....	48	0,985	23	1,015		
Ljushuggning.....	55	0,991	37	0,999		
Svag krongallring...	4	1,017	2	1,029		
Stark krongallring...	24	1,021	5	1,057		
Krongallring.....	1	1,019				
Övriga.....	36	1,009	13	0,991	3	0,957

**Bilaga M 11. Behandlingens inverkan på  $\frac{r}{R}$**   
**Gran**

Gallringsform	Norra Sverige icke planterad		Södra Sverige			
			icke planterad		planterad	
	antal	$\frac{r}{R}$ Medeltal	antal	$\frac{r}{R}$ Medeltal	antal	$\frac{r}{R}$ Medeltal
Självgallring.....	5	1,007	4	1,045	31	1,089
Enkelställning.....					2	1,105
Svag låggallring.....	1	1,005			12	1,070
Stark låggallring....	12	0,989	18	1,018	72	1,044
Extra stark låggallring.....	1	0,946			13	1,019
Svag krongallring...	2	1,012	3	1,069		
Stark krongallring...	30	1,010	35	1,024	66	1,091
Krongallring.....	7	0,998	4	1,030	3	1,016
Övriga.....	21	0,974	2	1,048	13	1,053

## Bilaga M 13. Självgallring.

$Ms_2$	5,0	5,5	6,0	6,5	7,0	7,5
Index $s$ avser stympade fördelningar, index $n$ normala. Tillstånd före självgallringen betecknas med index 1, efter självgallringen med index 2. Tecknet [ ] anger uppgift i närmast föregående kolumn. Då strukturfaktorerna $\varphi$ , $\sigma'$						
$\sigma s_2$ .....	2,964	3,111	3,251	3,385	3,514	3,639
$\frac{Ms_2}{\sigma s_2} = \frac{M'}{\sigma'}$ .....	1,6869	1,7679	1,8456	1,9202	1,9920	2,0610
$\varphi_2$ enligt tab. H 5.....	4,1205	4,2922	4,4425	4,5763	4,6965	4,8035
$u' = \frac{[\varphi_2]}{\varphi_2}$ .....	—	0,9600	0,9662	0,9708	0,9744	0,9777
$\sigma_2'$ enligt tab. H 5.....	0,8071	0,8372	0,8619	0,8823	0,8991	0,9125
$\sigma n_2 = \frac{\sigma s_2}{\sigma_2'}$ .....	3,672	3,716	3,772	3,837	3,908	3,988
$Ru' = \frac{\sigma n_2}{[\sigma n_2]}$ .....	—	1,0120	1,0151	1,0172	1,0185	1,0205
$R = \frac{Ru'}{u'} = 1 + \frac{p}{100}$ .....	—	1,0542	1,0506	1,0478	1,0453	1,0438
$Ms_1 = R [Ms_2]$ .....	—	5,271	5,778	6,287	6,794	7,307
$S_2$ .....	8 920	7 620	6 598	5 780	5 114	4 562
$\log p$ .....	—	0,73400	0,70415	0,67943	0,65610	0,64147
$\log 5 + \log p = 0,69897 +$ $+ \log p$ .....	—	1,43297	1,40312	1,37840	1,35507	1,34044

## Bilaga M 14. Självgallring.

$Ms_2$	5,0	5,5	6,0	6,5	7,0	7,5
Ålder = utgångsålder + $n_1$ + + $n_2$ + $n_3$ + .....	38,00	43,37	48,67	53,93	59,15	64,38
$w = 0,01 (Ms_2 \cdot S_2)$ .....	446,00	419,10	395,88	375,70	357,98	342,15
$\log p_5'$ .....	—	0,70329	0,67852	0,65706	0,63749	0,62221
$\log n = (\log 5 + \log p) - \log$ $p_5'$ .....	—	0,72968	0,72460	0,72134	0,71758	0,71823
$n$ = antal år.....	—	5,37	5,30	5,26	5,22	5,23

**Beräkningens första etapp**

och  $F(\varphi)$  samt stamantalet  $S$  ej ändras genom tillväxt är t. ex.  $\varphi_1 = [\varphi_2]$ .

8,0	8,5	9,0	9,5	10,0	10,5	11,0	11,5	12,0	12,5
3,760	3,877	3,991	4,101	4,209	4,314	4,417	4,518	4,616	4,712
2,1277	2,1924	2,2551	2,3165	2,3759	2,4339	2,4904	2,5454	2,5997	2,6528
4,9032	4,9963	5,0815	5,1633	5,2398	5,3126	5,3823	5,4479	5,5123	5,5733
0,9797	0,9814	0,9832	0,9842	0,9854	0,9863	0,9871	0,9880	0,9883	0,9891
0,9240	0,9339	0,9418	0,9488	0,9547	0,9598	0,9642	0,9679	0,9713	0,9739
4,069	4,151	4,238	4,322	4,409	4,495	4,581	4,668	4,752	4,838
1,0203	1,0202	1,0210	1,0198	1,0201	1,0195	1,0191	1,0190	1,0180	1,0181
1,0414	1,0395	1,0384	1,0362	1,0352	1,0337	1,0324	1,0314	1,0301	1,0293
7,810	8,316	8,826	9,326	9,834	10,34	10,84	11,35	11,85	12,35
4 101	3 709	3 375	3 086	2 835	2 615	2 422	2 250	2 097	1 960
0,61700	0,59660	0,58433	0,55871	0,54654	0,52763	0,51055	0,49693	0,47857	0,46687
1,31597	1,29557	1,28330	1,25768	1,24551	1,22660	1,20952	1,19590	1,17754	1,16584

**Beräkningens andra etapp**

8,0	8,5	9,0	9,5	10,0	10,5	11,0	11,5	12,0
69,49	74,50	79,50	84,33	89,13	93,81	98,39	102,91	107,32
328,08	315,26	303,75	293,17	283,50	274,58	266,42	258,75	—
0,60746	0,59550	0,58433	0,57403	0,56467	0,55630	0,54900	0,54033	0,53275
0,70851	0,70007	0,69897	0,68365	0,68084	0,67030	0,66052	0,65557	0,64479
5,11	5,01	5,00	4,83	4,80	4,68	4,58	4,52	4,41

## Bilaga M 15. Självgallring.

Ålder $Ms_2$	38 5,000	43 5,466	48 5,937	53 6,412	58 6,890
$\sigma s_2$ .....	2,964	3,101	3,233	3,362	3,486
$\frac{Ms_2}{\sigma s_2} = \frac{M'}{\sigma'}$ .....	1,6869	1,7627	1,8364	1,9072	1,9765
$\varphi_2$ enligt tab. H 5 .....	4,1205	4,2814	4,4255	4,5546	4,6706
$u' = \frac{[\varphi_2]}{\varphi_2}$ .....	—	0,9624	0,9674	0,9717	0,9752
$\sigma_2'$ enligt tab. H 5 .....	0,8071	0,8353	0,8592	0,8793	0,8955
$\sigma n_2 = \frac{\sigma s_2}{\sigma_2'}$ .....	3,672	3,712	3,763	3,823	3,893
$Ru' = \frac{\sigma n_2}{[\sigma n_2]}$ .....	—	1,0109	1,0137	1,0159	1,0183
$R = \frac{Ru'}{u'} = 1 + \frac{p}{100}$ .....	—	1,0504	1,0479	1,0455	1,0442
$Ms_1 = R [Ms_2]$ .....	—	5,252	5,728	6,207	6,695
$S_2$ .....	8 920	7 698	6 715	5 912	5 249
$\frac{S_2}{S_1} = \frac{S_2}{[S_2]}$ .....	—	0,86300	0,87230	0,88042	0,88786
$F(\varphi_2)$ enligt tab. H5 .....	0,86870	0,89966	0,92311	0,94080	0,95330
$\frac{F(\varphi_2)}{[F(\varphi_2)]}$ .....	—	1,03564	1,02607	1,01916	1,01329
$\frac{I_2}{I_1}$ enligt tab. H 6 .....	—	0,88296	0,89796	0,91098	0,92172
$\left(\frac{S_2}{S_1}\right)' = \frac{F(\varphi_2)}{[F(\varphi_2)]} \cdot \frac{I_2}{I_1}$ .....	—	0,91443	0,92137	0,92843	0,93397
$\psi' = \frac{S_2}{S_1} : \left(\frac{S_2}{S_1}\right)'$ .....	—	0,94376	0,94674	0,94829	0,95063

## Beräkningens tredje etapp

63 7,368	68 7,854	73 8,350	78 8,850	83 9,362	88 9,882	93 10,413	98 10,957	103 11,510
3,607	3,725	3,842	3,957	4,071	4,184	4,296	4,408	4,520
2,0427	2,1085	2,1733	2,2365	2,2997	2,3619	2,4239	2,4857	2,5465
4,7754	4,8756	4,9688	5,0564	5,1417	5,2218	5,3003	5,3765	5,4492
0,9781	0,9794	0,9812	0,9827	0,9834	0,9847	0,9852	0,9858	0,9867
0,9090	0,9211	0,9310	0,9395	0,9472	0,9533	0,9590	0,9639	0,9679
3,968	4,044	4,127	4,212	4,298	4,389	4,480	4,573	4,670
1,0193	1,0192	1,0205	1,0206	1,0204	1,0212	1,0207	1,0208	1,0212
1,0421	1,0406	1,0401	1,0386	1,0376	1,0371	1,0360	1,0355	1,0350
7,180	7,667	8,169	8,672	9,183	9,709	10,24	10,78	11,34
4 698	4 227	3 820	3 470	3 162	2 891	2 652	2 438	2 247
0,89503	0,89974	0,90371	0,90838	0,91124	0,91429	0,91733	0,91931	0,92166
0,96283	0,97069	0,97651	0,98117	0,98510	0,98794	0,99047	0,99252	0,99408
1,01000	1,00816	1,00600	1,00477	1,00401	1,00288	1,00256	1,00207	1,00157
0,93062	0,93461	0,94022	0,94493	0,94713	0,95121	0,95278	0,95467	0,95749
0,93993	0,94224	0,94586	0,94944	0,95093	0,95395	0,95522	0,95665	0,95899
0,95223	0,95489	0,95544	0,95675	0,95826	0,95843	0,96033	0,96097	0,96107

## Bilaga M 16 och M 17.

Index  $s$  avser stympade fördelningar, index  $n$  normala.

Tillstånd före gallringen betecknas med index 1, efter gallringen med index 2.

Tillstånd (1) äro = tillstånd (2) i orörda bestånd av samma ålder.

Tecknet  $[\ ]$  anger uppgift i närmast föregående kolumn, tecknet  $\{ \}$  uppgift i närmast följande kolumn.

Då strukturfaktorerna  $\varphi$ ,  $\sigma'$ ,  $M'$  och  $F(\varphi)$  samt stamantal  $S$  ej ändras genom tillväxt är t. ex.  $\varphi_1 = [\varphi_2]$ .

$Ms_1 = Ms_2$ i Självgallring	5,0	5,5	6,0	6,5	7,0	7,5
<b>Bilaga M 16. Beräkningens första etapp</b>						
$\varphi_1 = \varphi_2$ i Självgallring.....	4,1205	4,2922	4,4425	4,5763	4,6965	4,8035
$u' = \frac{\varphi_1}{\{\varphi_1\}}$ .....	0,9600	0,9662	0,9708	0,9744	0,9777	0,9797
$\sigma_1'$ och $\sigma n_1 = \sigma_2'$ och $\sigma n_2$ i Självgallring						
$R[u'] = \frac{\sigma n_1}{[\sigma n_1]} = Ru'$ i Självgallring ...						
$R = \frac{R[u']}{[u']}$ .....	—	1,0542	1,0506	1,0478	1,0453	1,0438
$Ms_2 = \left\{ \frac{Ms_1}{R} \right\}$ .....	5,217	5,711	6,203	6,697	7,185	7,682
$S_1 = S_2$ i Självgallring .....						
$\log 5 + \log p$ se Självgallring .....	—	1,43297	1,40312	1,37840	1,35507	1,34044
<b>Bilaga M 17. Beräkningens andra etapp</b>						
Ålder = utgångsålder + $n_1 + n_2 + n_3 + \dots$	38,00	42,71	46,95	51,00	54,96	58,94
$w = 0,01 (S_1 \cdot Ms_1)$ .....	446,00	446,00	446,00	446,00	446,00	446,00
$\log p_s'$ .....	—	0,75967	0,77525	0,77085	0,75740	0,74036
$\log n = (\log 5 + \log p) - \log p_s'$ ....	—	0,67330	0,62787	0,60755	0,59767	0,60008
$n$ = antal år.....	—	4,71	4,24	4,05	3,96	3,98

## Standardgallring (konstant w)

8,0	8,5	9,0	9,5	10,0	10,5	11,0	11,5	12,0	12,5
4,9032	4,9963	5,0815	5,1633	5,2398	5,3126	5,3823	5,4479	5,5123	5,5733
0,9814	0,9832	0,9842	0,9854	0,9863	0,9871	0,9880	0,9883	0,9891	—
1,0414	1,0395	1,0384	1,0362	1,0352	1,0337	1,0324	1,0314	1,0301	1,0293
8,177	8,667	9,168	9,660	10,16	10,65	11,15	11,65	12,14	—
1,31597	1,29557	1,28330	1,25768	1,24551	1,22660	1,20952	1,19590	1,17754	—
62,89	66,84	70,87	74,88	78,97	83,08	87,21	91,40	95,59	—
446,00	446,00	446,00	446,00	446,00	446,00	446,00	446,00	—	—
0,71933	0,69897	0,67761	0,65418	0,63347	0,61278	0,59329	0,57403	0,55509	—
0,59664	0,59660	0,60569	0,60350	0,61204	0,61382	0,61623	0,62187	0,62245	—
3,95	3,95	4,03	4,01	4,09	4,11	4,13	4,19	4,19	—

Bilaga M 18. Standardgallring (konstant w)

Ålder $M_{SI}$	38 5,000	43 5,534	48 6,130	53 6,753	58 7,382
$\sigma_{SI}$ .....	2,964	3,120	3,286	3,451	3,610
$\frac{M_{SI}}{\sigma_{SI}} = \frac{M'}{\sigma'}$ .....	1,6869	1,7737	1,8655	1,9568	2,0449
$\varphi_1$ enl. tab. H 5 .....	4,1205	4,3042	4,4791	4,6376	4,7788
$u' = \frac{\varphi_1}{\{\varphi_1\}}$ .....	0,9573	0,9610	0,9658	0,9705	0,9741
$\sigma_1'$ enl. tab. H 5 .....	0,8071	0,8393	0,8676	0,8909	0,9094
$\sigma n I = \frac{\sigma_{SI}}{\sigma_1'}$ .....	3,672	3,717	3,787	3,874	3,970
$R[u'] = \frac{\sigma n I}{[\sigma n I]}$ .....	—	1,0123	1,0188	1,0230	1,0248
$R = \frac{R[u']}{[u']} = 1 + \frac{p}{100}$ .....	—	1,0575	1,0601	1,0592	1,0560
$M_{S2} = \left\{ \frac{M_{SI}}{R} \right\}$ .....	5,233	5,782	6,376	6,991	7,613
$S_1$ .....	8 920	7 542	6 369	5 427	4 684
$\frac{S_2}{S_1} = \frac{\{S_1\}}{S_1}$ .....	0,84552	0,84447	0,85210	0,86309	0,87297
$F(\varphi_1)$ enl. tab. H 5 .....	0,86870	0,90381	0,93061	0,94975	0,96310
$\frac{\{F(\varphi_1)\}}{F(\varphi_1)}$ .....	1,04042	1,02965	1,02057	1,01406	1,00985
$\frac{I_2}{I_1}$ enl. tab. H 6 .....	0,86785	0,87876	0,89316	0,90729	0,91834
$\left( \frac{S_2}{S_1} \right)' = \frac{\{F(\varphi_1)\}}{F(\varphi_1)} \cdot \frac{I_2}{I_1}$ .....	0,90293	0,90482	0,91153	0,92005	0,92739
$\psi' = \frac{S_2}{S_1} : \left( \frac{S_2}{S_1} \right)'$ .....	0,93642	0,93330	0,93480	0,93809	0,94132



## Beräkningens tredje etapp

63 8,014	68 8,644	73 9,266	78 9,881	83 10,490	88 11,094	93 11,691
3,763	3,910	4,050	4,184	4,312	4,436	4,556
2,1297	2,2107	2,2879	2,3616	2,4327	2,5009	2,5661
4,9061	5,0216	5,1258	5,2214	5,3111	5,3952	5,4723
0,9770	0,9797	0,9817	0,9831	0,9844	0,9859	—
0,9243	0,9364	0,9457	0,9533	0,9597	0,9651	0,9692
4,071	4,176	4,283	4,389	4,493	4,596	4,701
1,0254	1,0258	1,0256	1,0247	1,0237	1,0229	1,0228
1,0527	1,0499	1,0469	1,0438	1,0413	1,0391	1,0374
8,233	8,851	9,466	10,07	10,68	11,27	—
4 089	3 608	3 216	2 892	2 620	2 388	2 190
0,88237	0,89135	0,89925	0,90595	0,91145	0,91709	—
0,97259	0,97957	0,98437	0,98793	0,99076	0,99301	0,99454
1,00718	1,00490	1,00362	1,00286	1,00227	1,00154	—
0,92724	0,93553	0,94179	0,94619	0,95027	0,95498	—
0,93390	0,94011	0,94520	0,94890	0,95243	0,95645	—
0,94482	0,94813	0,95139	0,95474	0,95697	0,95885	—

## Bilaga M 19. Tall, Norra Sverige. Modifierad standardgallring 1947.

Provisoriska beteckningar för gallringsprogram.

Beteckningar	Intervall år	Utgångsålder	M vid 8 m cm
A = Standard.....	10	normal = N	5
B = G I 0,7 L 0,98 0,98.....	10	»	5
C = G I 0,7 L 0,96 0,96.....	10	»	5
D = G I 0,7 L 0,94 0,94.....	10	»	5
E = G I 0,7 L 1,00 0,86.....	10	»	5
F = G I 0,7 L 0,96 0,96.....	10	N + 20	5
G = G I 0,7 L 0,96 0,96.....	10	N	6

## Gallringsprocenter av stamvolymen.

Ålder	$h_{100} = 12$				$h_{100} = 16$				$h_{100} = 20$				$h_{100} = 24$			
	A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D
35													9,2	38,7	41,0	
40									8,7	38,3	40,6	42,9				
45					8,2	37,9	40,2						15,3	22,0	28,9	
50									14,4	21,2	27,9	34,8				
55					13,9	20,2	27,1						13,1	21,1	29,8	
60	6,9	37,0	39,5						12,5	20,1	29,0	38,0				
65					12,3	20,0	28,1						11,6	20,6	31,1	
70	12,3	18,5	25,1						11,0	20,2	30,3	40,3				
75					10,8	19,5	29,5						10,6	20,8	31,6	
80	10,8	18,4	26,5						10,4	20,0	31,1	41,3				
85					10,0	19,4	30,4						9,5	20,4	31,9	
90	9,8	18,1	28,0						9,3	19,8	31,4	41,5				
95					9,1	19,3	30,9						8,9	20,2	31,8	
100	9,2	18,1	28,8						8,7	19,6	31,2	41,1				
105					8,6	19,2	30,8						8,4	19,9	31,4	
110	8,4	18,1	29,5						8,1	19,4	31,1	40,0				
115					7,9	19,1	30,6							19,4	30,9	
120		18,1	29,8						7,5	19,3	30,6	39,2				
125					7,4	18,8	30,5							19,5	30,5	
130		18,0	29,8						7,3	18,9	30,2					
135					7,1	18,7	29,8							19,2	29,9	
140		18,0	29,7						6,7	18,8	29,6					
145					6,7	18,4	29,5							18,8	29,3	

Bilaga M 21. Beräkning av tabell H 7. (Exempel:  $\varphi_0 = 3$ ,  $p' = 5$ )

Gallringens nummer	1	2	3	4	5	6	7	8
$\varphi_1$	3,0000	3,3366	3,6151	3,8543	4,0653	4,2563	4,4327	4,5981
$u'$	0,8991	0,9230	0,9379	0,9481	0,9551	0,9602	0,9640	—
$M_1'$ enl. tab. H 5 .	0,7912	0,9278	1,0619	1,1944	1,3249	1,4544	1,5831	1,7113
$\lambda_1 = \frac{0,04 M_1' + [\lambda_2]}{0,96}$	0,3000	0,3863	0,4802	0,5831	0,6958	0,8195	0,9550	1,1033
$\lambda_2 = \frac{\lambda_1}{u'} \dots\dots\dots$	0,3337	0,4185	0,5120	0,6150	0,7285	0,8535	0,9907	—
$\sigma_1'$ enl. tab. H 5 ..	0,5894	0,6546	0,7098	0,7569	0,7971	0,8314	0,8607	0,8858
$(\sigma_1')^2 \dots\dots\dots$	0,3474	0,4285	0,5038	0,5729	0,6354	0,6912	0,7408	0,7846
$F(\varphi_1)$ enl. tab. H 5	0,50000	0,63200	0,73125	0,80406	0,85732	0,89628	0,92495	0,94618
$(\lambda_1 + M_1')^2 \dots\dots$	1,1907	1,7269	2,3781	3,1595	4,0832	5,1706	6,4420	7,9220
$N = (\sigma_1')^2 + (\lambda_1 + M_1')^2 \dots\dots\dots$	1,5381	2,1554	2,8819	3,7324	4,7186	5,8618	7,1828	8,7066

## Bilaga M 22. Beräkning av tabell H 7

Hjälplista för interpolation. I och II beteckna försöksvärden

Gallringens nummer	I		2	
$\varphi_1$	3,0		3,3366	
$\varphi_2$	I 3,3	II 3,4	I 3,6000	II 3,6200
$u' = \frac{\varphi_1}{\varphi_2}$ .....	0,9091	0,8824	0,9268	0,9217
$M_2'$ enl. tab. H 5 .....	0,9114	0,9563	1,0539	1,0645
$\lambda_2 = \frac{\lambda_1}{u'}$ .....	0,3300	0,3400	0,4168	0,4191
$\sigma_2'$ enl. tab. H 5 .....	0,6474	0,6671	0,7068	0,7108
$(\sigma_2')^2$ .....	0,4191	0,4450	0,4996	0,5052
$F(\varphi_2)$ enl. tab. H 5 .....	0,61823	0,65584	0,72636	0,73284
$(\lambda_2 + M_2')^2$ .....	1,5411	1,6804	2,1630	2,2011
$T = (\sigma_2')^2 + (\lambda_2 + M_2')^2$ .....	1,9602	2,1254	2,6626	2,7063
$\frac{T}{N}$ .....	1,2744	1,3818	1,2353	1,2556
$\frac{F(\varphi_2)}{F(\varphi_1)}$ .....	1,2365	1,3117	1,1493	1,1596
$\frac{I_2}{I_1}$ enl. tab. H 6 .....	0,73380	0,66621	0,78123	0,76734
$\left(\frac{S_2}{S_1}\right)' = \frac{F(\varphi_2)}{F(\varphi_1)} \cdot \frac{I_2}{I_1}$ .....	0,90734	0,87387	0,89787	0,88981
$(u')^2$ .....	0,82646	0,77863	0,85896	0,84953
$F = (u')^2 \left(\frac{S_2}{S_1}\right)'$ .....	0,74988	0,68042	0,77123	0,75592
$\frac{G_2}{G_1} = F \frac{T}{N}$ .....	0,95565	0,94020	0,95270	0,94913
$p = 100 \left(1 - \frac{G_2}{G_1}\right)$ .....	4,435	5,980	4,730	5,087
$p' = 5$ $q = \frac{p' - p(I)}{p(II) - p(I)} =$	0,3657		0,7563	
$\varphi_2' = q\varphi_2(II) + (1 - q)\varphi_2(I) =$	3,3366		3,6151	

(Exempel:  $\varphi_0 = 3$ ,  $p' = 5$ )av  $\varphi_2$ , mellan vilka det sökta värdet  $\varphi_2'$  interpoleras.

3		4		5		6		7	
3,6151		3,8543		4,0653		4,2563		4,4327	
I 3,8400	II 3,8600	I 4,0500	II 4,0700	I 4,2400	II 4,2600	I 4,4200	II 4,4400	I 4,5900	II 4,6000
0,9414	0,9366	0,9517	0,9470	0,9588	0,9543	0,9630	0,9586	0,9657	0,9636
1,1860	1,1978	1,3150	1,3280	1,4429	1,4570	1,5735	1,5887	1,7050	1,7128
0,5101	0,5127	0,6127	0,6157	0,7257	0,7291	0,8510	0,8549	0,9889	0,9911
0,7542	0,7580	0,7942	0,7980	0,8286	0,8320	0,8587	0,8619	0,8846	0,8861
0,5688	0,5746	0,6308	0,6368	0,6866	0,6922	0,7374	0,7429	0,7825	0,7852
0,80007	0,80565	0,85380	0,85840	0,89330	0,89696	0,92318	0,92598	0,94521	0,94641
2,8768	2,9258	3,7160	3,7780	4,7028	4,7790	5,8782	5,9712	7,2571	7,3111
3,4456	3,5004	4,3468	4,4148	5,3894	5,4712	6,6156	6,7141	8,0396	8,0963
1,1956	1,2146	1,1646	1,1828	1,1422	1,1595	1,1286	1,1454	1,1193	1,1272
1,0941	1,1017	1,0619	1,0676	1,0420	1,0462	1,0300	1,0331	1,0219	1,0232
0,82187	0,80838	0,85145	0,83789	0,87225	0,85906	0,88476	0,87166	0,89286	0,88656
0,89921	0,89059	0,90415	0,89453	0,90888	0,89875	0,91130	0,90051	0,91241	0,90713
0,88623	0,87722	0,90573	0,89681	0,91930	0,91069	0,92737	0,91891	0,93258	0,92852
0,79691	0,78124	0,81892	0,80222	0,83553	0,81848	0,84511	0,82749	0,85090	0,84229
0,95279	0,94889	0,95371	0,94887	0,95434	0,94903	0,95379	0,94781	0,95241	0,94943
4,721	5,111	4,629	5,113	4,566	5,097	4,621	5,219	4,759	5,057
0,7154		0,7665		0,8173		0,6338		0,8087	
3,8543		4,0653		4,2563		4,4327		4,5981	

Bilaga M 23.

$p'$	$\varphi_1$						
	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	5,5	6,0
	$\Delta'$						
1	0,07937	0,06536	0,05371	0,04634	0,04219	0,03990	0,03882
2	,15874	,13072	,10742	,09268	,08438	,07980	,07764
3	,23811	,19608	,16113	,13902	,12657	,11970	,11646
4	,31748	,26144	,21484	,18536	,16876	,15960	,15528
5	,39685	,32680	,26855	,23170	,21095	,19950	,19410
6	,47622	,39216	,32226	,27804	,25314	,23940	,23292

Bilaga M 24. Exempel på tillämpning av bilaga M 23 för  $\varphi_0 = 3, p' = 5$

$n$	1	2	3	4	5	6
$\varphi_1 \dots \dots \dots$	3,00000	3,39685	3,73810	4,03716	4,30297	4,54919
$\Delta'' \dots \dots \dots$	0,39685	0,34125	0,29906	0,26581	0,24622	—
$u' = \frac{\varphi_1}{\varphi_2} \dots \dots$	0,8832	0,9087	0,9259	0,9382	0,9459	—
$P(u') = \frac{\varphi_0}{\varphi_n} \dots$	0,8832	0,8025	0,7431	0,6972	0,6595	—

Bilaga M 25. Utveckling av  $\varphi, u'$  och  $P(u')$  enligt M 24

Exempel:  $\varphi_0 = 3, p' = 5.$

$n$	$\varphi$	$u'$	$P(u')$	$n$	$\varphi$	$u'$	$P(u')$
1	3,00000	0,8832	0,8832	11	5,61753	0,9659	0,5158
2	3,39685	0,9087	0,8025	12	5,81576	0,9674	0,4990
3	3,73810	0,9259	0,7431	13	6,01185	0,9687	0,4834
4	4,03716	0,9382	0,6972	14	6,20591	0,9698	0,4688
5	4,30297	0,9459	0,6595	15	6,39933	0,9708	0,4551
6	4,54919	0,9519	0,6278	16	6,59211	0,9716	0,4422
7	4,77885	0,9560	0,6001	17	6,78464	0,9724	0,4300
8	4,99898	0,9595	0,5758	18	6,97735	0,9731	0,4184
9	5,20997	0,9619	0,5539	19	7,17023	0,9737	0,4074
10	5,41611	0,9641	0,5340	20	7,36405	0,9742	0,3969
				21	7,55892	—	—

$\varphi$ -utveckling då  $\lambda = 0$ 

$\varphi_1$							
6,5	7,0	7,5	8,0	8,5	9,0	9,5	10,0
$\Delta'$							
0,03849	0,03858	0,03912	0,03987	0,04068	0,04181	0,04284	0,04405
,07698	,07716	,07824	,07974	,08136	,08362	,08568	,08810
,11547	,11574	,11736	,11961	,12204	,12543	,12852	,13215
,15396	,15432	,15648	,15948	,16272	,16724	,17136	,17620
,19245	,19290	,19560	,19935	,20340	,20905	,21420	,22025
,23094	,23148	,23472	,23922	,24408	,25086	,25704	,26430

**Bilaga M 27. Beräkning av diameterkonstanterna A och B**Exempel: Tabell P 13. Tall, Norra Sverige, icke planterad.  $H_{100} = 20$ .  $L_5$  Gro, 10 qs = 1.0

$n$ = periodens nummer ålder	1 38	2 43	3 48	4 53	5 58	6 63	7 68	8 73
$\varphi_2$ enligt gallringsprogrammet .	3,7383	—	4,3029	—	4,7786	—	5,2101	—
$P(u')$ enligt gallringsprogrammet	0,8025	—	0,6972	—	0,6278	—	0,5758	—
$M_2'$ enligt gallringsprogrammet	1,12816	—	1,48722	—	1,85954	—	2,24088	—
$R' = 1,01$ R enligt F 1.3.....	—	1,0792	1,0695	1,0923	1,0735	1,0900	1,0718	1,0834
$b = 0,96$ $R'$ .....	—	1,0360	1,0267	1,0486	1,0306	1,0464	1,0289	1,0401
$B = P(b)$ .....	—	1,0360	1,0637	1,1154	1,1495	1,2028	1,2376	1,2872
$P(u') P(b)$ .....	0,8025	0,8314	0,7416	0,7777	0,7217	0,7551	0,7126	0,7412
$\sigma n_2 = \sigma n_0 P(u') P(b)$ .....	4,036	4,181	3,730	3,911	3,629	3,797	3,584	3,727
$C = 0,04 [Ms_2] + 0,96 [\alpha]$ ....	—	1,203	1,487	1,812	2,211	2,644	3,165	3,710
$\alpha = R'C$ .....	1,021	1,298	1,590	1,979	2,374	2,882	3,392	4,019
$Ms_2 - \alpha = M_2' \sigma n_2$ .....	4,553	4,717	5,547	5,817	6,748	7,061	8,031	8,352
$Ms_2$ .....	5,574	6,015	7,137	7,796	9,122	9,943	11,42	12,37
$B\alpha_0$ .....	1,021	—	1,086	—	1,174	—	1,264	—
$A = \alpha - B\alpha_0$ .....	0	—	0,504	—	1,200	—	2,128	—

## Bilaga M 28.

Exempel: Tabell P 13. Tall, Norra Sverige, icke planterad.  $H_{100} = 20$ .

Ålder	$D = A + Bd_0$		$\varphi$ -klass = $d_0 =$	1	2	3	4	5
	A	B		1,649	2,907	4,164	5,421	6,679
38	0	—	$Bd_0 =$ $D =$	1,649 1,649	2,907 2,907	4,164 4,164	5,421 5,421	6,679 6,679
48	0,504	1,0637	$Bd_0 =$ $D =$	1,754 2,258	3,092 3,596	4,429 4,933	5,766 6,270	7,104 7,608
58	1,200	1,1495	$Bd_0 =$ $D =$	1,896 3,096	3,342 4,542	4,786 5,986	6,231 7,431	7,678 8,878
68	2,128	1,2376	$Bd_0 =$ $D =$	2,041 4,169	3,598 5,726	5,153 7,281	6,709 8,837	8,266 10,39
78	3,301	1,3203	$Bd_0 =$ $D =$	2,177 5,478	3,838 7,139	5,498 8,799	7,157 10,46	8,818 12,12
88	4,734	1,3927	$Bd_0 =$ $D =$	2,297 7,031	4,049 8,783	5,799 10,53	7,550 12,28	9,302 14,04
98	6,415	1,4519	$Bd_0 =$ $D =$	— —	4,221 10,64	6,046 12,46	7,871 14,29	9,697 16,11
108	8,310	1,4952	$Bd_0 =$ $D =$	— —	4,346 12,66	6,226 14,54	8,106 16,42	9,986 18,30
118	10,401	1,5226	$Bd_0 =$ $D =$	— —	— —	6,340 16,74	8,254 18,66	10,169 20,57
128	12,657	1,5347	$Bd_0 =$ $D =$	— —	— —	6,390 19,05	8,320 20,98	10,250 22,91
138	15,042	1,5333	$Bd_0 =$ $D =$	— —	— —	6,385 21,43	8,312 23,35	10,241 25,28



## Diametertabla

$L_5$  GIO, IO.  $qs = 1.0$ .  $\varphi_0 = 3$ .  $\sigma n_0 = 5,029$ .  $\alpha_0 = 1,021$ .  $L_0 = \alpha_0 + \varphi_0 \sigma n_0$

6 7,936	7 9,193	8 10,45	9 11,71	10 12,96	11 14,22	12 15,48	$L_0 = 16,108$
7,936 7,936	9,193 9,193	10,45 10,45	11,71 11,71	12,96 12,96	14,22 14,22	15,48 15,48	$BL_0 = 16,108$ $L = 16,108$
8,442 8,946	9,779 10,28	11,116 11,62	12,456 12,96	13,786 14,29	15,126 15,63	16,466 16,97	$BL_0 = 17,1341$ $L = 17,638$
9,122 10,32	10,567 11,77	12,012 13,21	13,461 14,66	14,898 16,10	16,346 17,55	17,794 18,99	$BL_0 = 18,5161$ $L = 19,716$
9,822 11,95	11,377 13,51	12,933 15,06	14,492 16,62	16,039 18,17	17,599 19,73	19,158 21,29	$BL_0 = 19,9353$ $L = 22,063$
10,478 13,78	12,138 15,44	13,797 17,10	15,461 18,76	17,111 20,41	18,775 22,08	20,438 23,74	$BL_0 = 21,2674$ $L = 24,568$
11,052 15,79	12,803 17,54	14,554 19,29	16,308 21,04	18,049 22,78	19,804 24,54	21,559 26,29	$BL_0 = 22,4336$ $L = 27,168$
11,522 17,94	13,347 19,76	15,172 21,59	17,002 23,42	18,817 25,23	20,646 27,06	22,475 28,89	$BL_0 = 23,3872$ $L = 29,802$
11,866 20,18	13,745 22,06	15,625 23,93	17,509 25,82	19,378 27,69	21,262 29,57	23,146 31,46	$BL_0 = 24,0847$ $L = 32,395$
12,083 22,48	13,997 24,40	15,911 26,31	17,830 28,23	19,733 30,13	21,651 32,05	23,570 33,97	$BL_0 = 24,5260$ $L = 34,927$
12,179 24,84	14,108 26,77	16,038 28,69	17,971 30,63	19,890 32,55	21,823 34,48	23,757 36,41	$BL_0 = 24,7209$ $L = 37,378$
12,168 27,21	14,096 29,14	16,023 31,06	17,955 33,00	19,872 34,91	21,804 36,85	23,736 38,78	$BL_0 = 24,6984$ $L = 39,740$

Bilaga M 34. Uppgifter om utgångslägen. (Komplettering av produktions-  
tabellernas register)

Tabell nr	Vid utgångsläget			Tabell nr	Vid utgångsläget		
	$\sigma$ SI	$\alpha$	L		$\sigma$ SI	$\alpha$	L
<b>Tall, Norra Sverige, icke planterad</b>				P 98	2,964	1,021	16,108
P 1	2,964	1,021	16,108	P 99	2,964	1,021	16,108
P 2	2,964	1,021	16,108	P 100	2,964	1,021	16,108
P 3	2,964	1,021	16,108	<b>Tall, Norra Sverige, planterad</b>			
P 4	2,964	1,021	16,108	P 48	2,153	1,454	14,546
P 5	2,064	1,021	16,108	P 49	2,153	1,454	14,546
P 6	2,964	1,021	16,108	P 50	2,153	1,454	14,546
P 7	2,964	1,021	16,108	P 51	2,153	1,454	14,546
P 8	2,964	1,021	16,108	P 52	2,153	1,454	14,546
P 9	2,964	1,021	16,108	<b>Tall, Södra Sverige, icke planterad</b>			
P 10	2,964	1,021	16,108	P 53	2,749	2,310	16,302
P 11	2,964	1,021	16,108	P 54	2,749	2,310	16,302
P 12	2,964	1,021	16,108	P 55	2,749	2,310	16,302
P 13	2,964	1,021	16,108	P 56	2,749	2,310	16,302
P 14	2,964	1,021	16,108	P 57	2,749	2,310	16,302
P 15	2,964	1,021	16,108	P 58	2,749	2,310	16,302
P 16	2,964	1,021	16,108	P 59	2,749	2,310	16,302
P 17	2,964	1,021	16,108	P 60	2,749	2,310	16,302
P 18	2,964	1,021	16,108	P 61	2,749	2,310	16,302
P 19	2,964	1,021	16,108	P 62	2,749	2,310	16,302
P 20	2,964	1,021	16,108	<b>Tall, Södra Sverige, planterad</b>			
P 21	2,964	1,021	16,108	P 63	2,749	2,310	16,302
P 22	2,964	1,021	16,108	P 64	2,749	2,310	16,302
P 23	2,964	1,021	16,108	P 65	2,749	2,310	16,302
P 24	2,964	1,021	16,108	P 66	2,749	2,310	16,302
P 25	3,251	1,636	18,184	P 67	2,749	2,310	16,302
P 26	3,760	2,953	22,090	<b>Gran, Norra Sverige, icke planterad</b>			
P 27	3,760	2,953	22,090	P 68	2,229	2,005	13,348
P 28	3,639	2,615	21,137	P 69	2,229	2,005	13,348
P 29	3,946	3,503	23,588	P 70	2,229	2,005	13,348
P 30	3,946	2,351	22,459	P 71	2,229	2,005	13,348
P 31	2,964	1,411	16,498	P 72	2,229	2,005	13,348
P 32	2,964	1,920	17,007	P 73	2,229	2,005	13,348
P 33	2,964	1,920	17,007	P 74	2,229	2,005	13,348
P 34	2,964	1,920	17,007	P 75	2,229	2,005	13,348
P 35	2,964	1,920	17,007	P 76	2,229	2,005	13,348
P 36	2,964	1,920	17,007				
P 37	2,964	1,920	17,007				
P 38	2,964	2,699	17,786				
P 39	2,964	2,699	17,786				
P 40	2,964	2,699	17,786				
P 41	2,964	2,699	17,786				
P 42	2,964	4,200	19,287				
P 43	2,964	4,200	19,287				
P 44	2,964	4,200	19,287				
P 45	2,964	4,200	19,287				
P 46	2,964	1,021	16,108				
P 47	2,964	1,021	16,108				
P 95	2,964	0	15,130				
P 96	2,964	0	15,130				
P 97	2,964	0	15,130				

Forts.

Forts.

Tabell nr	Vid utgångsläget			Tabell nr	Vid utgångsläget		
	$\sigma_{SI}$	$\alpha$	$L$		$\sigma_{SI}$	$\alpha$	$L$
<b>Gran, Norra Sverige, planterad</b>				P 84	2,569	1,500	14,596
P 77	2,229	2,005	13,348	P 85	2,569	1,500	14,596
P 78	2,229	2,005	13,348	<b>Gran, Södra Sverige, planterad</b>			
P 79	2,229	2,005	13,348	P 86	2,569	1,500	14,596
<b>Gran, Södra Sverige, icke planterad</b>				P 87	2,569	1,500	14,596
P 80	2,569	1,500	14,596	P 88	2,569	1,500	14,596
P 81	2,569	1,500	14,596	P 89	2,569	1,500	14,596
P 82	2,569	1,500	14,596	P 90	2,569	1,500	14,596
P 83	2,569	1,500	14,596	P 91	2,569	1,500	14,596
				P 92	2,569	1,500	14,596
				P 93	2,569	1,500	14,596
				P 94	2,569	1,500	14,596

## Bilaga M 2. Exempel på symbolernas härledning

### M 2.1. Inledning

Följande härledningar tillhöra omskrivningen av bilaga M 1 till bilaga M 3. Därvid inskrevs i M 3 å första raden av varje block den till blocket hörande normalekvationens termer, uttryckta i de för M 3 avsedda symbolerna. Sedan fortskred arbetet från block till block och inom blocken från kolumn till kolumn. Vid omskrivning inom en viss kombination av block och kolumn förelägo alltså dels normalekvationerna och dels andra symboler, som redan omförts. Sådana uttryck hämtas här utan motivering från M 3.

### M 2.2. Block 3, kol. 3

Enligt M 1 är

$$s_{33} = n_{33} + c_{13} s_{13} + c_{23} s_{23} \dots \dots \dots (M \ 2.2.1)$$

I högra ledet är

$$n_{33} = \Sigma X_3^2$$

$$\text{och } c_{13} s_{13} = - \frac{(\Sigma X_3)^2}{N},$$

varav enligt 6.7.1

$$n_{33} + c_{13} s_{13} = \Sigma X_3^2 - \frac{(\Sigma X_3)^2}{N} = N \sigma_3^2 \dots \dots (M \ 2.2.2)$$

Vi övergå nu till sista termen i M 2.2.1. Där är

$$s_{23} = N p_{23},$$

$$c_{23} = - \frac{p_{23}}{\sigma_2^2}$$

$$\text{och } c_{23} s_{23} = - \frac{N (p_{23})^2}{\sigma_2^2} \dots \dots \dots (M \ 2.2.3)$$

Enligt M 2.2.1, M 2.2.2 och M 2.2.3 är alltså

$$s_{33} = N \left[ \sigma_3^2 - \frac{(p_{23})^2}{\sigma_2^2} \right].$$

Härav enligt 6.7.3 och 6.7.5

$$s_{33} = N \left[ \sigma_3^2 - \frac{r_{23}^2 \sigma_2^2 \sigma_3^2}{\sigma_2^2} \right]$$

$$= N \sigma_3^2 [1 - r_{23}^2]$$

$$= N \sigma_{3.2}^2.$$

**M 2.3. Block 3, kol. 4**

Enligt M 1 är

$$s_{34} = n_{34} + c_{13} s_{14} + c_{23} s_{24} \dots \dots \dots (M \ 2.3.1)$$

I högra ledet är

$$n_{34} = \Sigma X_3 X_4$$

$$\text{och } c_{13} s_{14} = - \frac{\Sigma X_3 \Sigma X_4}{N},$$

varav enligt 6.7.2

$$n_{34} + c_{13} s_{14} = N p_{34} \dots \dots \dots (M \ 2.3.2)$$

I sista termen av M 2.3.1 är

$$s_{24} = N p_{24},$$

$$c_{23} = - \frac{p_{23}}{\sigma_2^2}$$

$$\text{och } c_{23} s_{24} = - \frac{N p_{23} p_{24}}{\sigma_2^2} \dots \dots \dots (M \ 2.3.3)$$

Enligt M 2.3.1, M 2.3.2 och M 2.3.3 är alltså

$$\begin{aligned} s_{34} &= N \left[ p_{34} - \frac{p_{23} p_{24}}{\sigma_2^2} \right] \\ &= N \left[ r_{34} \sigma_3 \sigma_4 - \frac{r_{23} \sigma_2 \sigma_3 \cdot r_{24} \sigma_2 \sigma_4}{\sigma_2^2} \right] \\ &= N \sigma_3 \sigma_4 [r_{34} - r_{23} \cdot r_{24}], \end{aligned}$$

varav enligt 6.7.7

$$s_{34} = N \sigma_3 \sigma_4 r_{34.2} (1 - r_{23}^2)^{\frac{1}{2}} (1 - r_{24}^2)^{\frac{1}{2}}$$

och enligt 6.7.5

$$\begin{aligned} s_{34} &= N \sigma_{3.2} \sigma_{4.2} r_{34.2} \\ &= N p_{34.2}. \end{aligned}$$

**M 2.4. Block 3, kol. 0**

Enligt M 1 är

$$s_{30} = n_{30} + c_{13} s_{10} + c_{23} s_{20} \dots \dots \dots (M \ 2.4.1)$$

I högra ledet är

$$n_{30} = - \Sigma X_0 X_3$$

och

$$c_{13} s_{10} = + \frac{\Sigma X_0 \Sigma X_3}{N},$$

varav enligt 6.7.2

$$n_{30} + c_{13} s_{10} = - N p_{03} \dots \dots \dots (M \ 2.4.2)$$

I sista termen av M 2.4.1 är

$$s_{20} = -N p_{02},$$

$$c_{23} = -\frac{\dot{p}_{23}}{\sigma_2^2}$$

och

$$c_{23} s_{20} = + \frac{N \dot{p}_{02} \dot{p}_{23}}{\sigma_2^2} \dots\dots\dots (M 2.4.3)$$

Enligt M 2.4.1, M 2.4.2 och M 2.4.3 är alltså

$$\begin{aligned} s_{30} &= -N \left[ \dot{p}_{03} - \frac{\dot{p}_{02} \dot{p}_{23}}{\sigma_2^2} \right] \\ &= -N \left[ r_{03} \sigma_0 \sigma_3 - \frac{r_{02} \sigma_0 \sigma_2 \cdot r_{23} \sigma_2 \sigma_3}{\sigma_2^2} \right] \\ &= -N \sigma_0 \sigma_3 [r_{03} - r_{02} r_{23}], \end{aligned}$$

varav enligt 6.7.7

$$s_{30} = -N \sigma_0 \sigma_3 r_{03.2} (1 - r_{02}^2)^{\frac{1}{2}} (1 - r_{23}^2)^{\frac{1}{2}}$$

och enligt 6.7.5

$$\begin{aligned} s_{30} &= -N \sigma_{0.2} \sigma_{3.2} r_{03.2} \\ &= -N \dot{p}_{03.2}. \end{aligned}$$

## Bilaga M 6. Højdtvecklingskurvor. Härledning av formeln 7.5.II

### M 6.1. Tillägg till avhandlingens paragraf 7.5

Till komplettering av redogörelsen under 7.5 införes här diagrammet M 6.1.1, som för ett enskilt provträd visar de använda observationernas lägen.

Definitioner:

$$z_0 = x_3 - x_0$$

$$z_1 = x_3 - x_1$$

$$z_2 = x_3 - x_2$$

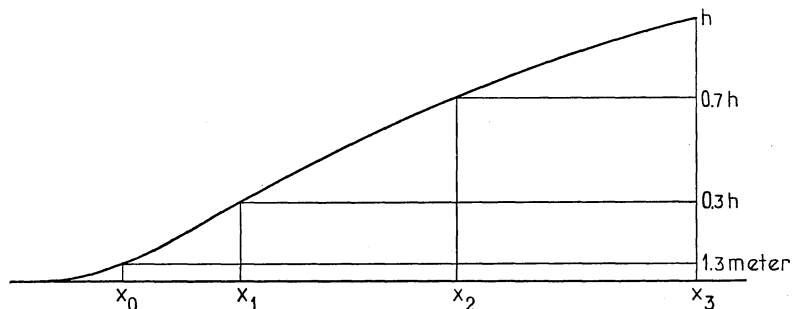


Fig. M 6.1.1. Undersökning av højdtvecklingen hos ett provträd.

**M 6.2. Härledning av formeln 7.5.II**

Enligt 7.5.I0 är

$$R = \frac{x_2}{x_0} = \frac{z_2 x_0}{z_0 x_2}.$$

För varje provträd är

$$x_2 + z_2 = x_0 + z_0, \text{ varav}$$

$$x_2 = x_0 + z_0 - z_2.$$

Då är enligt 7.5.I0

$$z_2 x_0 = R z_0 x_0 + R z_0 (z_0 - z_2),$$

$$\text{varav } x_0 (z_2 - R z_0) = R z_0 (z_0 - z_2)$$

$$\text{och } t = x_0 = \frac{R z_0 (z_0 - z_2)}{z_2 - R z_0}. \dots\dots\dots (\text{Se 7.5.II})$$

## Bilaga M 7. Härledning av tabell H 5, angående strukturfaktorer

**M 7.1. Inledning**

I detta arbete ha stamfördelningar karakteriserats genom jämförelse med den normala frekvensfunktionen (normalkurvan). Kurvan har anpassats till den aktuella fördelningen genom stympning (se 9.3). Den förda diskussionen har uteslutande rört sig om stympning från vänster. Som underlag för beräkningarna har använts tabell II i PEARSONS »Tables for Statisticians and Biometricians» (1924).

**M 7.2. Moment m. m.**

Jämför t. ex. QUENSEL (1944).

*Definitioner.*

$d$  = diametrar

$m$  = aritmetiska mediet av diametrarna

$m_0$  = provisorisk nollpunkt

$v_i$  = centralmoment av ordningen  $i = \frac{\Sigma (d - m)^i}{n}$

$v_i'$  = nollpunktsmoment av ordningen  $i = \frac{\Sigma (d - m_0)^i}{n}$

*Exempel:* Härledning av  $v_2$ , som enligt definitionen är  $= \sigma^2$ .

$$d - m_0 = (d - m) + (m - m_0)$$

$$(d - m_0)^2 = (d - m)^2 + 2(d - m)(m - m_0) + (m - m_0)^2.$$

$$\Sigma (d - m_0)^2 = \Sigma (d - m)^2 + 2(m - m_0) \Sigma (d - m) + n(m - m_0)^2.$$

Men  $\Sigma(d - m)$  är alltid = 0, enligt definitionen på aritmetiska mediet, alltså

$$\frac{\Sigma(d - m_0)^2}{n} = \frac{\Sigma(d - m)^2}{n} + (m - m_0)^2.$$

Härav  $\sigma^2 = v_2 = v_2' - (m - m_0)^2$ .

### M 7.3. Beteckningar

Vid beräkning av strukturfaktorerna i stympade fördelningar har normalkurvans nollpunkt valts som provisorisk nollpunkt och betecknats  $m_0$ .

$x = \frac{d - m_0}{\sigma n}$  = avvikelse från normalkurvans nollpunkt, uttryckt i kurvans medelavvikelse  $\sigma n$ .

$i$  =  $x$ -värdet vid fördelningens undre gräns

+ 3 = » » » övre »

$y$  = relativ stamfrekvens

$A = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{x^2}{2}}$  = avläsning för  $x$  i Tab. II, kol.  $z$ .

$B = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$  = avläsning för  $x$  i Tab. II, kol.  $\frac{1}{2} (1 + \alpha)$

$C = \sum_{-\infty}^x y = \begin{cases} B & \text{för positiva } x \\ (1 - B) & \text{för negativa } x \end{cases}$

$A(i) = A$  för  $x = i$

$R = A(+3) = A$  för  $x = +3$

$C(i) = C$  för  $x = i$

$S = C(+3) = C$  » » = + 3

$M = \frac{m - m_0}{\sigma n}$  = den i punkten  $x = i$  stympade fördelningens medeldiameter, mätt från normalkurvans nollpunkt och uttryckt i kurvans medelavvikelse  $\sigma n$ .

$M'$  = samma medeldiameter, mätt från stymningsgränsen, =  $M - i$ .

$\sigma'$  = den i punkten  $x = i$  stympade fördelningens medelavvikelse  $\sigma s$ , uttryckt i kurvans medelavvikelse  $\sigma n$ .

### M 7.4. Potenssummor och momentvärden

I  $\sum_{x=i}^{x=+3} y = C(+3) - C(i) = S - C(i) \dots\dots\dots$  (M 7.4.I)

II  $\sum_{x=i}^{x=+3} xy = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_i^{+3} t e^{-\frac{t^2}{2}} dt$



Lösning:

$$\int t e^{-\frac{t^2}{2}} dt = -e^{-\frac{t^2}{2}}$$

$$\int_i^{+3} t e^{-\frac{t^2}{2}} dt = -\left[e^{-\frac{t^2}{2}}\right]_i^{+3}$$

Härav

$$\sum_{x=i}^{x=+3} xy = -\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left[ e^{-\frac{x^2}{2}} \right]_i^{+3} = A(i) - R \dots\dots (M 7.4.2)$$

III

$$M = \frac{\sum_{x=i}^{x=+3} xy}{\sum_{x=i} y} = \frac{A(i) - R}{S - C(i)}, \text{ varav } \dots\dots\dots (M 7.4.3)$$

$$M' = M - i.$$

IV

$$\sum_{x=i}^{x=+3} x^2 y = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_i^{+3} t^2 e^{-\frac{t^2}{2}} dt$$

Lösning:

$$\int u v' dt = u v - \int v u' dt$$

Sätt

$$u = t \quad v = -e^{-\frac{t^2}{2}}$$

Härav

$$u' = 1 \quad v' = t e^{-\frac{t^2}{2}}$$

Då är

$$\int t^2 e^{-\frac{t^2}{2}} dt = -t e^{-\frac{t^2}{2}} + \int e^{-\frac{t^2}{2}} dt, \text{ varav}$$

$$\sum_{x=i}^{x=+3} x^2 y = -\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left[ x e^{-\frac{x^2}{2}} \right]_i^{+3} + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_i^{+3} e^{-\frac{x^2}{2}} dx =$$

$$= -3R + iA(i) + S - C(i) \dots\dots\dots (M 7.4.4)$$

V Enligt M 7.2 är

$$\nu_2' = \frac{\sum_{x=i}^{x=+3} x^2 y}{\sum_{x=i} y} = \frac{iA(i) - 3R + S - C(i)}{S - C(i)} \dots\dots\dots (M 7.4.5)$$

Härav

$$(\sigma')^2 = \nu_2 = \nu_2' - M^2 \dots\dots\dots (M 7.4.6)$$

### M 7.5. Högre moment

Den beskrivning av stympade fördelningar, som åstadkommes genom angivande av stympningsgränsen och de två första momenten, kan synas väl enkel. Ibland inställer sig tanken, att utjämningen skulle få större värde, om hänsyn toges även till högre moment. Emellertid beror denna föreställning på en sammanblandning av två skilda metoder.

Den ena, som använder den modifierade normalkurvan, har beskrivits i 9.2. Där finnes möjlighet att medtaga högre moment. Kurvans allmänna passning till ett givet material kan på detta sätt göras mycket tillfredsställande, men stor risk föreligger för orimliga resultat vid fördelningens övre gräns. Metoden kan därför ej användas för konstruktion av produktionstabeller.

För att undgå osäkerheten vid fördelningens övre gräns har i detta arbete stamfördelningen utjmnats genom stympade normalfördelningar, som karakteriserats av stympningsgränsens läge och av de två första momenten. Den vunna fördelen, att övre gränsen lämnas orörd, har i viss mån köpts genom sämre allmän passning. Betydelsen härav bör likväl ej överdrivas. Vårt mål är i detta sammanhang icke att åstadkomma en naturtrogen avbildning av stamfördelningen. Vi eftersträva en schematisk bild, som vid jämförelse mellan olika gallringsmetoder ger dessa samma möjligheter att utveckla sin egenart.

### M. 7.6. Förklaring till tabell H 5

De stympade normalfördelningar, som användas i produktionsundersökningen, redovisas som kvoter av den i punkterna  $Mn - 3\sigma n$  och  $Mn + 3\sigma n$  begränsade normalkurvan. I PEARSONS och CRAMÉRS förut åberopade tabeller är normalkurvans hela yta = 1. Ytan av den på förestående sätt begränsade normalkurvan är  $= S - C(-3) = 0,9973002$ .

I tabell H 5 står  $\varphi$  som ingång. För varje  $\varphi$  angivas följande faktorer:

$$i = 3 - \varphi \dots\dots\dots (\text{se tab. 9.3.2})$$

$$F(\varphi) = \frac{S - C(i)}{S - C(-3)}$$

$$M' \text{ enligt M 7.4.3}$$

$$\sigma' \quad \text{»} \quad \text{M 7.4.6}$$

$$\frac{M'}{\sigma'}$$

## Bilaga M 12. Härledning av tabell H 6, angående I-kvoter

### M 12.1. Låggallring i normal fördelning

I avhandlingens kap. 12 definieras låggallringen som sammansatt av ett låggallringsmoment och ett genomgallringsmoment. Vid tillämpning på en normal fördelning ändrar låggallringsmomentet fördelningens bas med kvoten

$u'$ . Därvid kvarställes det största stamantal, som är förenligt med den minskade basen. Av de så lämnade stammarna kvarställer genomgallringsmomentet kvoten  $\psi'$ .

Fig. 12.2.1 åskådliggör, hur den begränsade normalfördelningen I genom ett låggallringsmoment nedbringas till den begränsade normalfördelningen II. I den förra kurvan är  $x = \frac{d - Mn1}{\sigma n1}$  och i den senare är  $z = \frac{d - Mn2}{\sigma n2}$ . Kurvorna beröra varandra i en punkt, där  $x = i_1$  och  $z = i_2$ . I denna punkt bli ordinaterna  $y$  lika. Även derivatorna  $\frac{dy}{dx}$  måste vara lika, eftersom II eljest skulle skära I och i en närbelägen punkt ligga högre än I, vilket är orimligt.

Vi betrakta beröringspunkten som stympningsgräns. Då är

$$\varphi_1 \sigma n1 = \varphi_2 \sigma n2 = \varphi_2 u' \sigma n1,$$

varav

$$\varphi_2 = \frac{\varphi_1}{u'} \dots \dots \dots (M \ 12.1.1)$$

Enligt tab. 9.3.2 är

$$\varphi = 3 - i,$$

varav

$$3 - i_2 = \frac{3 - i_1}{u'}$$

och

$$i_2 = 3 - \frac{3 - i_1}{u'} = \frac{i_1 - 3(1 - u')}{u'} \dots \dots \dots (M \ 12.1.2)$$

I beröringspunkten är alltså

$$z = 3 - \frac{3 - x}{u'}$$

och

$$\frac{dz}{dx} = \frac{1}{u'},$$

varav i kurvan II

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dz} \cdot \frac{1}{u'} \dots \dots \dots (M \ 12.1.3)$$

## M 12.2. Normalkurvan

Den av normalkurvan och  $x$ -axeln begränsade ytan betecknas  $N$ . Fördelningens medelavvikelse skrives  $\sigma n$ . I tabeller över normalkurvan, t. ex. PEARSON (1924) och CRAMÉR (1949), förutsättes  $N = 1$  och  $\sigma n = 1$ . Då är en ordinata

$$y = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{x^2}{2}}.$$

Ordinatan når sitt högsta värde  $y_0$  för  $x = 0$ , varav vid angivna förutsättningar

$$y_0 = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}.$$

Generellt är

$$N = a y_0 \sigma n,$$

där  $a$  är en konstant (jfr YULE, 1927, sid. 303). Härav vid tabellens förutsättningar

$$1 = a \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot 1,$$

varav

$$a = \sqrt{2\pi}$$

och generellt

$$y = y_0 e^{-\frac{x^2}{2}} = \frac{N}{\sigma n \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{x^2}{2}} \dots \dots \dots (\text{M } 12.2.1)$$

I vårt fall har normalkurvan begränsats i punkterna  $Mn - 3 \sigma n$  och  $Mn + 3 \sigma n$ . Den mellan gränserna liggande ytan, som här representerar stamantal, betecknas  $I$  och är  $= 0.99730 N$ .

### M 12.3. Beräkning av $i_1$ och $i_2$

Eftersom fördelningarna I och II skola ha lika ordinatör i beröringspunkten är

$$\frac{I_1}{\sigma n 1 \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{i_1^2}{2}} = \frac{I_2}{\sigma n 2 \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{i_2^2}{2}}, \dots \dots \dots (\text{M } 12.3.1)$$

varav

$$I_1 \cdot e^{-\frac{i_1^2}{2}} = \frac{I_2}{u'} \cdot e^{-\frac{i_2^2}{2}} \dots \dots \dots (\text{M } 12.3.2)$$

Även derivatorna  $\frac{dy}{dx}$  skola vara lika, alltså enligt M 12.1.3

$$-i_1 I_1 \cdot e^{-\frac{i_1^2}{2}} = -i_2 \frac{I_2}{u'} \cdot e^{-\frac{i_2^2}{2}} \cdot \frac{1}{u'} \dots \dots \dots (\text{M } 12.3.3)$$

Vi dividera M 12.3.3 med M 12.3.2 och få

$$i_1(u') = i_2 = \frac{i_1 - 3(1 - u')}{u'}, \dots \dots \dots (\text{M } 12.3.4)$$

varav

$$\begin{aligned} i_1(u')^2 &= i_1 - 3(1 - u') \\ i_1[1 - (u')^2] &= 3(1 - u') \end{aligned}$$

och

$$i_1 = \frac{3}{1 + u'} \dots \dots \dots (\text{M } 12.3.5)$$

Härav enligt M 12.3.4 är

$$i_2 = \frac{3u'}{1 + u'} \dots\dots\dots (\text{M } 12.3.6)$$

### M 12.4. I-kvoten

De i M 12.3.5 och M 12.3.6 erhållna värdena på  $i_1$  och  $i_2$  insätts i M 12.3.2. Vi få

$$\frac{I_2}{I_1} = u' \cdot e^{-\frac{4,5 [1-(u')^2]}{(1+u')^2}} = u' \cdot e^{-\frac{4,5 (1-u')}{(1+u')}} \dots\dots (\text{M } 12.4.1)$$

Exponenten  $\frac{4,5 (1-u')}{(1+u')}$  är  $= x$  i  $e$ -tabellen, där funktionsvärdena avläsas i kolumn  $e^{-x}$  (jfr HAYASHI, 1938).

## Bilaga M 20. Uttagsprocenter av grundytan, härledning

Beteckningar:

$G$  = grundytan per hektar, uttryckt i  $\text{m}^2$ .

$d$  = diametrar i cm.

Härledning:

$$G = \frac{\pi}{40\,000} [d_1^2 + d_2^2 + d_3^2 + \dots] = \frac{\pi}{40\,000} \Sigma d^2.$$

Enligt 6.7.1 är

$$\Sigma d^2 = N \sigma s^2 + \frac{(\Sigma d)^2}{N} = N (\sigma s^2 + M s^2) \dots\dots (\text{M } 20.1)$$

Nu är

$$\sigma s = \sigma' \sigma n,$$

$$M s = \alpha + M' \sigma n = \lambda \sigma n + M' \sigma n = \sigma n (\lambda + M'),$$

varav

$$G = \frac{\pi}{40\,000} \cdot N \sigma n^2 [(\sigma')^2 + (\lambda + M')^2] \dots\dots\dots (\text{M } 20.2)$$

Vi beteckna som vanligt tillstånd före gallringen med index 1 och tillstånd efter gallringen med index 2. Då är

$$\begin{aligned} \frac{G_2}{G_1} &= \frac{N_2 \sigma n^2 [(\sigma'_2)^2 + (\lambda_2 + M'_2)^2]}{N_1 \sigma n^2 [(\sigma'_1)^2 + (\lambda_1 + M'_1)^2]} \\ &= \left( \frac{S_2}{S_1} \right)' \cdot (u')^2 \cdot \frac{[(\sigma'_2)^2 + (\lambda_2 + M'_2)^2]}{[(\sigma'_1)^2 + (\lambda_1 + M'_1)^2]} \dots\dots (\text{M } 20.3) \end{aligned}$$

I M 20.3 har kvoten  $\frac{N_2}{N_1}$  utbytts emot den i dylika sammanhang förut

använda stamantalskvoten  $\frac{S_2}{S_1}$ . Primecknet vid S-kvoten erinrar, att det endast är fråga om låggallringsmomentet (jfr 12.3.3).

Av 12.3.3 framgår, att stamantalen  $S_2$  och  $S_1$  ej behöva beräknas. Kvoten erhålles direkt ur  $u'$  och  $\varphi$ .

## Bilaga M 26. Förenklad beräkning av höggallring

### M 26.1. Inledning

I 16.7 lämnas ett höggallringsschema, som vid tillämpning på normala fördelningar utgör en spegelbild av låggallringsschemat. Beträffande programets användning på stympade fördelningar kan man vara tveksam. Då höggallringsförsök saknats i vårt material har tillfälle ej funnits att pröva metoden på sådana fördelningar.

### M 26.2. Förenklad metod

För att i någon mån belysa höggallringens verkningar ha fem produktions-tabeller, nämligen P 21—P 24 samt P 59, utarbetats enligt en förenklad metod, som framgår av fig. M 26.2.1. I figuren föreställer kurvan I stam-

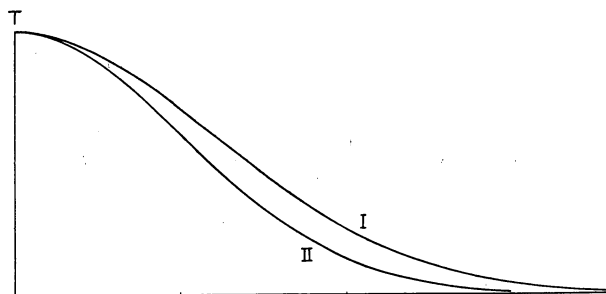


Fig. M 26.2.1. I figuren föreställer kurvan I stamfrekvensen i diameterklasser vid utgångsläget. Denna kurva indrages genom ett eller flera höggallringsmoment till läget II.

frekvensen i diameterklasser vid utgångsläget. Denna kurva indrages genom ett eller flera höggallringsmoment till läget II. Vardera kurvan utgör högra hälften av en begränsad normalkurva. För båda är alltså  $\varphi = 3$ . Toppunkten  $T$  är gemensam.

Beträffande låggallring diskuteras i 16.4 en förenklad metod för val av gallringsprogram, som använts i tabellarbetet. Samma metod har tillämpats även för höggallringstabellerna. Förenklingen består däri, att beståndens undre gräns vid programvalet förlagts till diameterskalans nollpunkt, vilket skett genom nollsättning av måttet  $\lambda$ . Vi återkomma i M 26.6 till verkningarna av denna åtgärd.

Liksom vid behandling av låggallringen bortse vi i denna diskussion från tillväxten och syssla endast med ändringar genom gallring. Vart femte år minskas fördelningens bas genom multiplikation med  $u'$ . Därvid förblir  $\varphi = 3$ . Då  $\varphi$  sålunda är konstant bli även  $M'$  och  $\sigma'$  konstanta. Formeln 16.4.1 får då följande motsvarighet för höggallringsmoment:

$$\frac{G_2}{G_1} = (u')^2 \cdot \left(\frac{S_2}{S_1}\right)' \dots\dots\dots (M \ 26.2.2)$$

Eftersom kurvorna I och II i fig. M 26.2.1 ha samma höjd och samma form förhålla sig de av kurvorna representerade stamantalerna som baserna, alltså

$$\left(\frac{S_2}{S_1}\right)' = u',$$

varav

$$\frac{G_2}{G_1} = (u')^3 \dots\dots\dots (M \ 26.2.3)$$

Vart femte år minskas grundytan med  $p$  %, alltså

$$\frac{p}{100} = \frac{G_1 - G_2}{G_1},$$

varav

$$\frac{G_2}{G_1} = 1 - \frac{p}{100}.$$

Härav

$$u' = \sqrt[3]{\frac{G_2}{G_1}} = \sqrt[3]{1 - \frac{p}{100}} \dots\dots\dots (M \ 26.2.4)$$

och

$$P(u') = (u')^n \dots\dots\dots (M \ 26.2.5)$$

### M 26.3. Övre gränsen

I 17.4 framhålles, att låggallringsmomentet successivt förskjuter stamfördelningens undre gräns upp genom  $\varphi$ -klasserna. Härigenom bli vissa  $\varphi$ -klasser liggande helt utom fördelningen och andra  $\varphi$ -klasser ligga helt inom fördelningen. Den  $\varphi$ -klass, inom vilken gränsen är belägen vid ett visst tillfälle, blir delad på båda kategorierna.

Vid *långgallring* falla beståndets klenaste stammar inom på detta sätt delade klasser. Då dessa stammar ha ringa betydelse för resultatet ha de — för att minska arbetet — helt negligerats vid bearbetningen.

Vid *höggallring* är ett sådant förfarande icke möjligt. Här innehålla de delade klasserna i stället de grövsta stammarna, varför delningen måste redovisas.

Vi börja med ett allmänt resonemang, som anknytes till fig. 17.4.1. För en diameter  $D$  i fördelningen definieras

$$\varphi' = \frac{L - D}{\sigma n} = \frac{(L - \alpha) - (D - \alpha)}{\sigma n} = \varphi - \frac{D - \alpha}{\sigma n}, \dots \quad (\text{M } 26.3.1)$$

varav

$$D - \alpha = (\varphi - \varphi') \sigma n \dots \dots \dots (\text{M } 26.3.2)$$

Eftersom  $D$  och  $\alpha$  ej ändras genom gallring är

$$(\varphi_1 - \varphi_1') \sigma n_1 = (\varphi_2 - \varphi_2') \sigma n_2,$$

varav

$$(\varphi_1 - \varphi_1') = (\varphi_2 - \varphi_2') u' \dots \dots \dots (\text{M } 26.3.3)$$

Enligt den förenklade höggallring, som här diskuteras, ändras ej  $\varphi$  genom gallringen, utan denna faktor förblir = 3. Då blir enligt M 26.3.3

$$\frac{3 - \varphi_1'}{3 - \varphi_2'} = u_1'.$$

Vid nästa tillfälle betecknas tillståndet före gallringen med index 3 och tillståndet efter gallringen med index 4. Vi få

$$\frac{3 - \varphi_3'}{3 - \varphi_4'} = u_3',$$

varav

$$\frac{3 - \varphi_1'}{3 - \varphi_2'} \cdot \frac{3 - \varphi_3'}{3 - \varphi_4'} = u_1' \cdot u_3' = P(u').$$

Men

$$\varphi_3' = \varphi_2'$$

alltså

$$\frac{3 - \varphi_1'}{3 - \varphi_4'} = P(u')$$

och

$$3 - \varphi_n' = \frac{3 - \varphi_0'}{P(u')} \dots \dots \dots (\text{M } 26.3.4)$$

Vid fördelningens övre gräns är  $\varphi_n' = 0$ . Härav enligt M 26.3.4

$$3 = \frac{3 - \varphi_0'}{P(u')}$$

och

$$\varphi_0' = 3 [1 - P(u')] \dots \dots \dots (\text{M } 26.3.5)$$

Innebörden av  $\varphi_0'$  framgår av fig. 17.4.1 och av definitionen i 17.4.3. Där motsvarar  $D$  läget i utgångsfördelningen av övre gränsträdet vid tillfället  $n$ . Vi kalla i fortsättningen detta läge för korr.  $L_0$ . Då är enligt 17.4.3

$$\begin{aligned} \text{korr. } L_0 &= L_0 - \varphi_0' \sigma n_0 \\ &= L_0 - 3 [1 - P(u')] \sigma n_0 \dots \dots \dots (\text{M } 26.3.6) \end{aligned}$$



Emellertid är

$$\begin{aligned} L_0 &= \alpha_0 + \varphi_0 \sigma n_0 \dots\dots\dots (M \ 26.3.7) \\ &= \alpha_0 + 3 \sigma n_0, \end{aligned}$$

varav

$$\text{kor. } L_0 = \alpha_0 + 3 P(u') \sigma n_0 \dots\dots\dots (M \ 26.3.8)$$

I diametertablån införes vid höggallring två kolumner:

$L$  = fördelningens övre gräns vid tillfället  $n = A + B$  (kor.  $L_0$ )

$LL = d_{3\sigma}$  för höjdberäkningen = det läge, som övre gränsen skulle ha haft vid tillfället  $n$ , om de grövsta träden ej borttagits  $= A + BL_0$ .

### M 26.4. Stamantal

De produktionstabeller för höggallring, som här avses, förutsätta utgångsfördelningar, där  $\varphi_0$  är = 3. För beräkning av beståndsutvecklingen har utgångsfördelningens bas indelats i 12 klasser, vardera omfattande 0,25  $\sigma n$ . Klassvidden i  $\varphi$ -skalan blir då 0,25. Vi erhålla utgångsbeståndets  $\varphi'$ -serie d. v. s.  $\varphi$  vid undre gränsen av alla  $\varphi$ -klasser, genom att från 3 successivt draga 0,25. Dessa värden betecknas  $\varphi'_0$ .

Vid ett senare tillfälle  $n$  är  $\varphi$  fortfarande = 3. En mot utgångsserien svarande  $\varphi'$ -serie fås enligt M 26.3.4 genom att från 3 successivt draga  $\frac{0.25}{P(u')}$ . Dessa värden betecknas  $\varphi'_n$ .

I utgångsläget är fördelningens stamantal känt. Denna summa fördelas på  $\varphi$ -klasserna med hjälp av faktorn  $F(\varphi)$  i tabell H 5. Varje klass avgränsas av två  $\varphi'$ -värden, för vilka  $F(\varphi)$  avläses i tabellen. Skillnaden mellan  $F(\varphi)$ -värdena skrives Diff.  $F(\varphi)$ . Den utgör kvoten mellan klassens frekvenssumma och den begränsade normalfördelningens frekvenssumma. Eftersom  $\varphi_0$  antagits = 3 är utgångsbeståndets  $F(\varphi) = 0,5$ . Alltså är  $2 \cdot \text{Diff. } F(\varphi) =$  kvoten mellan klassens stamantal och utgångsbeståndets stamantal.

Vid ett senare tillfälle  $n$  förfäres på samma sätt, dock med den skillnaden, att  $\varphi'_n$ -värdena i regel måste interpoleras i tab. H 5. Härtill kommer, att sista klassen genom inryckningen uppifrån i regel blir delad. Detta medför emellertid inga svårigheter, eftersom  $F(\varphi)$  vid delningsgränsen alltid är = 0. Alltså blir för den delade klassen Diff.  $F(\varphi) = F(\varphi)$  vid undre klassgränsen.

### M 26.5. Diametrar

Av kap. 21 framgår, att  $\varphi$ -klassernas diametrar vid alla tillfällen härledas ur motsvarande diametrar vid utgångsläget genom två konstanter  $A$  och  $B$ , som beräknas för varje tillfälle (se 21.6). I flertalet fall ligga såväl de aktuella diametrarna som deras motsvarigheter i utgångsfördelningen mitt i  $\varphi$ -klasserna.

Vid höggallring brytes denna regel genom att övre gränsen indrages mot vänster, så att dels hela  $\varphi$ -klasser bortfalla och dels den vid varje tillfälle högsta kvarvarande klassen delas. I delad klass avser mittdiametern endast den del, där material finnes, varigenom den aktuella diametern och även dess motsvarighet i utgångsfördelningen förskjutes åt vänster. Till skillnad från de vanliga utgångsdiametrarna, vilkas lägen äro givna, måste därför utgångsdiametrarna till delade klasser beräknas. Sådana diametrar betecknas i det följande korr.  $D_0$ .

Vid tillfället  $n$  antages för en delad klass

$$\begin{aligned}\varphi'_n &= \varphi' \text{ vid klassens undre gräns} \\ \varphi'_{mn} &= \varphi' \text{ mitt i klassens materialdel} \\ 0 &= \varphi' \text{ vid delningsgränsen.}\end{aligned}$$

Då är approximativt

$$\varphi'_{mn} = \frac{\varphi'_{n+0}}{2} = 0,5 \varphi'_n \dots\dots\dots (\text{M } 26.5.1)$$

Enligt M 26.3.4 är

$$3 - \varphi'_{mo} = P(u') (3 - \varphi'_{mn}), \dots\dots\dots (\text{M } 26.5.2)$$

varav

$$\varphi'_{mo} = 3 - P(u') (3 - \varphi'_{mn}) \dots\dots\dots (\text{M } 26.5.3)$$

Enligt M 26.3.2 och M 26.3.6 är

$$\begin{aligned}\text{korr. } D_0 &= \alpha_o + (\varphi_o - \varphi'_{mo}) \sigma n_o \dots\dots\dots (\text{M } 26.5.4) \\ &= \alpha_o + \varphi_o \sigma n_o - \varphi'_{mo} \sigma n_o \\ &= L_o - \varphi'_{mo} \sigma n_o \dots\dots\dots (\text{M } 26.5.5)\end{aligned}$$

För alla tillfällen upplägges *sista* klassen på en hjälplista, där korr.  $D_0$  uträknas enligt ovanstående. Vid beräkning av diameterutvecklingen genom  $A$  och  $B$  ersätta dessa korr.  $D_0$  klassens ursprungliga  $D_0$ .

### M 26.6. Nollsättning av $\lambda$

Det återstår att säga några ord om nollsättningen av  $\lambda$  (jfr M 26.2). Liksom vid låggallringen bör understrykas, att nollsättningen ej inför något fel i själva produktionstabellen. Denna belyser verkningarna av det reala gallringsprogram, som redovisas genom tabellens uppgifter om gallringsuttaget vid varje tillfälle. Däremot har nollsättningen åstadkommit en uppluckring av sambandet mellan det formella gallringsprogrammet, t. ex.  $H_3$ ,  $G_{10}$ ,  $10$ , och det reala programmet.

I texttabellen 16.5.2 visas ett låggallringsmoment, som programenligt skulle tagit 5 % av grundytan, men genom nollsättning av  $\lambda$  kommit att uttaga 5,87 %. Det samtidiga uttaget av volymen var 5,36 %. Motsättningen löstes tillfälligt genom en kompromiss, som lät det formella programmet gälla för volymen.

En liknande beräkning har gjorts för produktionstabellen P 21, vars gallringsformel är H 3, G 10, 10. Här steg höggallringsmomentets uttag från avsedda 3 % till 4,22 % av grundytan. Motsvarande volymuttag var 4,47 %. Någon anledning att ge det formella programmet ändrad innebörd fanns alltså icke. Detta resultat torde få anses karakteristiskt för höggallringen.

Med stöd av dylika överbägganden har i 16.8 uttalats, att gallringsprogrammen böra definieras genom uttagsprocenter av grundytan. Nollsättning av  $\lambda$  bör i såväl hög- som låggallring betraktas som en nödfallsutväg.

## Bilaga M 29. Dubbel interpolation

### M 29.1. Härledning

För att konkretisera framställningen antaga vi, att interpolationen avser en tabell, där volymen  $v$  anges med diametern  $d$  och höjden  $h$  som ingångar.

Beteckningar:

$d'$  = observerat  $d$

$d_1$  = närmast lägre  $d$  i tabellen

$d_2$  = » högre » » »

$h'$  = observerat  $h$

$h_1$  = närmast lägre  $h$  i tabellen

$h_2$  = » högre » » »

$v(d' h')$  = sökt volym =  $V$

$v(d_1 h_1)$  = tabellens volym vid angivna  $d$  och  $h$

$v(d_1 h_2)$  = » » » » » » »

$v(d_2 h_1)$  = » » » » » » »

$v(d_2 h_2)$  = » » » » » » »

$$Q = \frac{d' - d_1}{d_2 - d_1}$$

$$R = \frac{h' - h_1}{h_2 - h_1}$$

Antag

$$\frac{v(d_1 h') - v(d_1 h_1)}{v(d_1 h_2) - v(d_1 h_1)} = \frac{h' - h_1}{h_2 - h_1} = R,$$

varav

$$\begin{aligned} v(d_1 h') &= v(d_1 h_1) + R v(d_1 h_2) - R v(d_1 h_1) \\ &= R v(d_1 h_2) + (1 - R) v(d_1 h_1). \end{aligned}$$

På samma sätt fås

$$v(d_2 h') = R v(d_2 h_2) + (1 - R) v(d_2 h_1)$$

och

$$v(d'h') = Q v(d_2 h') + (1 - Q) v(d_1 h').$$

Härav genom insättning

$$v(d'h') = Q R v(d_2 h_2) + Q (1 - R) v(d_2 h_1) + (1 - Q) R v(d_1 h_2) + (1 - Q) (1 - R) v(d_1 h_1).$$

Vi ordna termerna efter tabellingångarna och få

$$v(d'h') = (1 - Q) (1 - R) v(d_1 h_1) + (1 - Q) R v(d_1 h_2) + Q (1 - R) v(d_2 h_1) + Q R v(d_2 h_2).$$

Sätt

$$c_1 = (1 - Q) (1 - R)$$

$$c_2 = (1 - Q) R$$

$$c_3 = Q (1 - R)$$

$$c_4 = Q R$$

Tabell M 29. 2.1. Hjälpstabell

$Q$ ( $d$ )	$R$ ( $h$ )	$c_1$	$c_2$	$c_3$	$c_4$	$Q$ ( $d$ )	$R$ ( $h$ )	$c_1$	$c_2$	$c_3$	$c_4$
0,0	0,0	1,00	0,00	0,00	0,00	0,3	0,0	0,70	0,00	0,30	0,00
0,0	,1	0,90	,10	,00	,00	0,3	,1	,63	,07	,27	,03
0,0	,2	,80	,20	,00	,00	0,3	,2	,56	,14	,24	,06
0,0	,3	,70	,30	,00	,00	0,3	,3	,49	,21	,21	,09
0,0	,4	,60	,40	,00	,00	0,3	,4	,42	,28	,18	,12
0,0	,5	,50	,50	,00	,00	0,3	,5	,35	,35	,15	,15
0,0	,6	,40	,60	,00	,00	0,3	,6	,28	,42	,12	,18
0,0	,7	,30	,70	,00	,00	0,3	,7	,21	,49	,09	,21
0,0	,8	,20	,80	,00	,00	0,3	,8	,14	,56	,06	,24
0,0	,9	,10	,90	,00	,00	0,3	,9	,07	,63	,03	,27
0,1	0,0	0,90	0,00	0,10	0,00	0,4	0,0	0,60	0,00	0,40	0,00
0,1	,1	,81	,09	,09	,01	0,4	,1	,54	,06	,36	,04
0,1	,2	,72	,18	,08	,02	0,4	,2	,48	,12	,32	,08
0,1	,3	,63	,27	,07	,03	0,4	,3	,42	,18	,28	,12
0,1	,4	,54	,36	,06	,04	0,4	,4	,36	,24	,24	,16
0,1	,5	,45	,45	,05	,05	0,4	,5	,30	,30	,20	,20
0,1	,6	,36	,54	,04	,06	0,4	,6	,24	,36	,16	,24
0,1	,7	,27	,63	,03	,07	0,4	,7	,18	,42	,12	,28
0,1	,8	,18	,72	,02	,08	0,4	,8	,12	,48	,08	,32
0,1	,9	,09	,81	,01	,09	0,4	,9	,06	,54	,04	,36
0,2	0,0	0,80	0,00	0,20	0,00	0,5	0,0	0,50	0,00	0,50	0,00
0,2	,1	,72	,08	,18	,02	0,5	,1	,45	,05	,45	,05
0,2	,2	,64	,16	,16	,04	0,5	,2	,40	,10	,40	,10
0,2	,3	,56	,24	,14	,06	0,5	,3	,35	,15	,35	,15
0,2	,4	,48	,32	,12	,08	0,5	,4	,30	,20	,30	,20
0,2	,5	,40	,40	,10	,10	0,5	,5	,25	,25	,25	,25
0,2	,6	,32	,48	,08	,12	0,5	,6	,20	,30	,20	,30
0,2	,7	,24	,56	,06	,14	0,5	,7	,15	,35	,15	,35
0,2	,8	,16	,64	,04	,16	0,5	,8	,10	,40	,10	,40
0,2	,9	,08	,72	,02	,18	0,5	,9	,05	,45	,05	,45



M 29.2.1. Vid användningen väljes först den  $Q$ -kolumn (här representerande diameterdifferensen), vars decimalsiffra motsvarar den aktuella diameters. I  $R$ -kolumnen till höger därom uppsökes decimalsiffran för höjden, varefter koefficienterna  $c$  återfinnas på samma rad. Ex: Volymen sökes för ett träd med  $d = 7,3$  cm,  $h = 5,8$  m. Koefficienterna äro 0,14, 0,56, 0,06 och 0,24. Vid maskinräkning multipliceras tabellavläsningarna  $v_1$ ,  $v_2$ ,  $v_3$  och  $v_4$  i ström med sina koefficienter, varvid produktsumman, som representerar trädets volym, samlas i maskinen.

Tabellvolymernas samhörighet med diametrar och höjder visas i en skiss till höger i tabellen.

## Bilaga M 30. Bestämning av utgångsbeståndet

### M 30.1. Inledning

Från beräkningens synpunkt betrakta vi de fall som normala, där det sökta utgångsbeståndet ligger inom materialets gränser. Förbehållet gäller både gruppkaraktärer och beståndsegenskaper, vilka uttryckas genom variabler (jfr 26.1).

Emellertid är det utvecklingsstadium, som karakteriserar tabellernas utgångsbestånd, svagt representerat i materialet. Av detta och andra skäl kunna utgångsbestånden ligga utanför materialets gränser. Därigenom uppstå en del problem, som här skola diskuteras i ett sammanhang.

De utgångsbestånd, som förekomma i detta arbete, ha bestämts på olika sätt. Bearbetningen har måst anpassas till de i regel knapphändiga upplysningar, som stått att få. I M 30.2 anföras några allmänna synpunkter på problemet. Därefter redogöres i särskilda avsnitt för den metodik, som använts i var och en av de åtta huvudgrupperna (se tab. 3.4.1).

Under gruppribrikerna behandlas endast särpräglade synpunkter och metoder. Det som är gemensamt för alla grupperna har i regel framförts i texten eller i M 30.2 och kan förbigås i gruppavsnitten.

### M 30.2. Allmänna synpunkter

Vid definierandet av ett utgångsbestånd äro vi bundna av det för hela undersökningen uppställda villkoret, att beståndets övre höjd skall vara 8 meter. Utgångsåldern blir i varje bonitet det hela årantal, som ligger närmast åldern vid 8 meter (jfr t. ex. 28.1).

I första hand önska vi bestämma beståndets relativa stamfördelning. Detta sker genom data, som angiva fördelningens form, basvidd och lokalisering. De två sista begreppen hänföra sig till diameterskalan vid brösthöjd.

En sådan definition kan formuleras på många sätt. Som exempel på tillräckliga data må nämnas följande kombinationer.

I.  $Mn$ ,  $\sigma n$  och  $\varphi$ . Här erinras, att  $Mn$  är medeldiametern och  $\sigma n$  medelavvikelsen i den normalkurva, varav den aktuella fördelningen är en del.  $\varphi$  anger denna dels läge i normalkurvan och är därigenom formbestämmande.

II.  $Ms$ ,  $\sigma s$  och  $\alpha$ , där  $Ms$  och  $\sigma s$  äro medeldiametern och medelavvikelsen i den aktuella fördelningen, som vanligen är stympad.  $\alpha$  är fördelningens undre gräns. Vi ha enligt 9.3.3

$$\frac{Ms - \alpha}{\sigma s} = \frac{M'}{\sigma'} \dots \dots \dots (M \ 30.2.1)$$

På detta sätt erhålles  $\frac{M'}{\sigma'}$ , varav  $\varphi$  genom interpolation i tab. H 5. Med samma ingång avläses  $\sigma'$ , varav  $\sigma n = \frac{\sigma s}{\sigma'}$ . Slutligen få vi fördelningens övre gräns

$$L = \alpha + \varphi \sigma n \dots \dots \dots (M \ 30.2.2)$$

III.  $Ms$ ,  $\sigma s$  och  $\varphi$ . Samma formel som M 30.2.1. Eftersom vi känna  $\varphi$  och därigenom  $\frac{M'}{\sigma'}$  kunna vi beräkna  $\alpha$  och  $L$ .

IV.  $\alpha$ ,  $L$  och  $\varphi$ . Härav  $\sigma n$  enligt M 30.2.2 och enligt tab. H 5  $M'$ , varav

$$Ms = \alpha + M' \sigma n \dots \dots \dots (M \ 30.2.3)$$

V.  $\alpha$ ,  $L$  och  $Ms$ . Vi få

$$Ms - \alpha = M' \sigma n$$

$$L - \alpha = \varphi \sigma n,$$

varav

$$\frac{Ms - \alpha}{L - \alpha} = \frac{M'}{\varphi} \dots \dots \dots (M \ 30.2.4)$$

Härav  $\varphi$  efter en enkel räkning i tab. H 5.

VI.  $\alpha$ ,  $\varphi$  och ett samband mellan  $\sigma s$  och  $Ms$ . Vi ha enligt 9.3.3

$$\frac{Ms - \alpha}{\sigma s} = \frac{M'}{\sigma'} \dots \dots \dots (M \ 30.2.5)$$

I M 30.2.5 är  $\frac{M'}{\sigma'}$  givet genom  $\varphi$  och  $\alpha$  är givet. Vidare är enligt F 8.1

$$\log \sigma s = 0,5419 \log Ms \dots \dots \dots (M \ 30.2.6)$$

Genom att i vänstra ledet av M 30.2.5 insätta försöksvärden på  $Ms$  och däremot svarande värden på  $\sigma s$  enligt M 30.2.6 söka vi bestämma  $Ms$  och  $\sigma s$  så, att vänstra ledet blir  $= \frac{M'}{\sigma'}$ .

Sedan den relativa stamfördelningen bestämts multipliceras totala stamantalet  $S$  med klasskvoterna.

### M 30.3. Tall, Norra Sverige, icke planterad

I. Ej röjda bestånd. Beräknad medeldiameter. Det framhålls i kap. 28, att gruppen utgöres av bestånd, uppkomna genom självsådd efter brand, ej röjda och så täta, att självgallring pågick vid första revisionen. Vid normal bear-

betning gäller det att konstruera utgångsbestånd, som harmoniera med denna beståndstyp.

I ett tidigt stadium av undersökningen utarbetades den funktion för bestämning av medeldiametern, som visas i tab. M 30.3.1. Såsom oberoende variabler ingå övre höjden  $h_{3\sigma}$ , boniteten  $h_{100}$  och åldern. Sedan boniteringen ändrats är denna funktion ej längre fullt aktuell, varför den förbigåtts i funktionsbilagan. Likväl intages funktionen här, emedan den använts i 28.1 vid beräkning av medeldiametern. I boniteten  $h_{100} = 20$  blev enligt funktionen  $M_{SI} = 4,3$  cm.

**Tabell M 30.3.1. Funktion för beräkning av medeldiametern vid utgångsläget**

Tidigare använd för Tall, Norra Sverige

Variabler	Koefficienter	$\varepsilon \%$	$\frac{\sum x_0}{N}$	Spridningar			
				$\sigma$ s före första gallringen		S	
				abso-lut	%	abso-lut	%
$x_0 = Ms - 1 \dots\dots$	$a = 0$ (villkor)	—	10,79	5,242	48,61		
$x_2 = (z + t) (h_{3\sigma} - 1,3) \dots\dots\dots$	$b_2 = + 0,003877$	6,9					
$x_3 = h_{100} (h_{3\sigma} - 1,3)$	$b_3 = + 0,01687$	7,8				1,968	18,24
$Ms =$ medeldiametern, uttryckt i cm.							

Medeldiametern 4,3 cm betrakta vi som karakteristisk för materialets utgångsbestånd i  $h_{100} = 20$ . Visserligen tillhör hela gruppen en föryngringstyp, som genom skogseldarnas upphörande blir allt mindre vanlig. Men å andra sidan har en stor del av våra nuvarande tallbestånd uppkommit på detta sätt. Det är därför befogat, att typen studeras så grundligt som möjligt.

Emellertid är det påtagligt, att man vid anläggning av försöksytor i denna grupp med förkärlek uppsökt mycket täta bestånd, som hade stort stamantal och låg medeldiameter. Det är givetvis svårt att bedöma, vilket inflytande denna tendens haft på den beräknade medeldiametern i utgångsbestånden, men det synes säkert, att skäl finnas för en höjning av det beräknade värdet 4,3 cm. På grund härav ha inga produktionstabeller utarbetats på basis av  $M_{SI} = 4,3$  cm.

Enligt tab. M 30.3.1 utgör spridningen kring funktionen nära 2 cm. Vi kunna därför, utan att lämna gruppen, välja medeldiametrar för utgångsbestånden, som äro mer sannolika i framtiden än det nu beräknade värdet.



*II. Ej röjda bestånd. Medeldiametern bedömd = 5 cm.* I enlighet med de synpunkter, som anförts under *I*, valdes för boniteten  $h_{100} = 20$  en medeldiameter av 5 cm. Då tillräckligt stöd saknades för en differentiering av medeldiametern fick detta värde gälla för utgångsbestånden i alla boniteter. Medelavvikelsen och stamantalet erhöles genom att insätta den valda medeldiametern i funktionerna *F* 1.1 och *F* 1.2 (se funktionsbilagan).  $\varphi$  bedömdes = 3.

På detta sätt ha utgångsbestånden beräknats för produktionstabellerna *P* 1—*P* 24 samt *P* 46 och *P* 47. I tabellerna *P* 95, *P* 96 och *P* 97 har utgångsbeståndet beräknats på i huvudsak samma sätt, men undre gränsen  $\alpha$  har antagits = 0, varigenom  $\varphi$  ändrats till 4,1205.

*III. Ej röjda bestånd. Medeldiametern bedömd = 6 cm.* Omfattar endast produktionstabellen *P* 25.

*IV. Ej röjda bestånd. Medeldiametern bedömd = 8 cm.* Omfattar tabellerna *P* 26 och *P* 27, som ha samma utgångsbestånd.

*V. Ej röjda bestånd. Första gallringen uppskjuten 20 år. Medeldiametern beräknad = 7,5 cm.* I  $h_{100} = 20$  utfördes den uppskjutna gallringen vid 58 år. Medeldiametern var då, enligt *M* 30.3.1, = 7,5 cm. Omfattar endast tabell *P* 28.

*VI. Ej röjda bestånd. Första gallringen uppskjuten 20 år. Medeldiametern beräknad = 8,8 cm.*  $\varphi = 3$ . Den enligt *V* beräknade medeldiametern vid 58 år motsvarade den i *I* beräknade, okorrigerade medeldiametern 4,259 cm, som avrundats till 4,3 cm. I *II* höjdes detta värde till 5 cm, vilket innebar en multiplikation med 1,17. Den här angivna medeldiametern 8,8 cm har erhållits genom att multiplicera medeldiametern 7,5 cm i *V* med 1,17. Omfattar endast tabell *P* 29.

*VII. Ej röjda bestånd. Första gallringen uppskjuten 20 år. Medeldiametern beräknad = 8,8 cm.*  $\varphi = 4$ . Omfattar endast tabell *P* 30.

*VIII. Ej röjda, men glest uppkomna bestånd.* I detta fall lämnade *M* 30.3.1 ringa eller ingen hjälp. Funktionen avsåg nämligen bestånd, som stodo under självgallring, och stöd saknades för dess användning i glesare bestånd. För direkt undersökning av glesa utgångsbestånd fanns intet material.

En viss orientering kunde likväl erhållas genom att jämföra tänkta glesa bestånd med ett beräknat »normalbestånd». Som sådant valdes utgångsbeståndet för tabellerna *P* 3—*P* 24, alla tillhörande gruppen Tall, Norra Sverige, icke planerad. Stamtätheten uttrycktes genom kvoten  $q_s$  mellan det aktuella utgångsbeståndets stamantal och det normala utgångsbeståndets stamantal.

Emellertid kunna bestånd med samma låga stamantal uppvisa mycket olika strukturer. Då det här gällde att klargöra gleshetens verkningar borde strukturella karakteristika hållas konstanta, såvida ej avvikelsen betingades av glesheten.

Inom självsådd nordsvensk tallskog, varom här är fråga, kunna glesa utgångsbestånd hänföras till någon av två huvudtyper: homogent glesa bestånd

eller gruppvis täta, men genom luckighet glesa bestånd. Av dessa huvudtyper förekomma alla blandningsgrader. I skriften »Om skogsvårdslagens tillämpning» fördes resonemanget på basis av homogent glesa bestånd. För att tillfredsställa det i förra stycket uppställda kravet förutsattes här, att den antagna glesheten beror på luckighet. Strukturen bestämmes då av tillståndet i grupperna, som anses likna normalbestånden. På grund härav antages, att strukturfaktorn  $\varphi$  har samma värde i de glesa som i de normala bestånden. Däremot antages, att diametertillväxten gynnsats av luckigheten under beståndets uppväxande till 8 meter, varför diametrarna böra vara större i de glesa utgångsbestånden än i de normala.

För den fortsatta diskussionen behövas en del beteckningar. De flesta ha definierats förut, men deras innebörd upprepas här för bättre överblick.

I det aktuella utgångsbeståndet är:

$\alpha$	=	stamfördelningens undre gräns
$Ms$	=	aritmetiska medeldiametern
$L$	=	stamfördelningens övre gräns
$d$	=	ett enskilt träds diameter
$Dmg$	=	grundytamedelstammens diameter
$\sigma s$	=	diameterns medelavvikelse
$N$	=	stamantal per hektar
$G$	=	grundyta » »

Data för motsvarande normalbestånd erhålla samma beteckningar, men med tillfogat index o.

Dessutom definieras

$\Delta(\alpha)$	=	diameterökning genom gleshet	=	$\alpha - \alpha_o$
$\Delta(Ms)$	=	» » »	=	$Ms - Ms_o$
$\Delta(L)$	=	» » »	=	$L - L_o$

Vi ha redan antagit, att  $\varphi$  i föreliggande fall ej påverkas av glesheten, varav

$$\varphi = \varphi_o \dots \dots \dots (M \ 30.3.2)$$

Enligt 9.3.3, som åberopas i M 30.2.5, är

$$\frac{Ms - \alpha}{\sigma s} = \frac{M'}{\sigma'}.$$

Ekvationens högra led bestämmes av  $\varphi$  och är därför i det aktuella fallet lika med normalfallet. Härav

$$\frac{Ms - \alpha}{\sigma s} = \frac{Ms_o - \alpha_o}{\sigma s_o},$$

varav

$$\frac{\sigma s}{\sigma s_o} = \frac{Ms - \alpha}{Ms_o - \alpha_o} \dots \dots \dots (M \ 30.3.3)$$

Emellertid är

$$Ms - \alpha = Ms_o + \Delta (Ms) - \alpha_o - \Delta (\alpha).$$

Antag nu

$$\Delta (Ms) = \Delta (\alpha).$$

Då är

$$\sigma s = \sigma s_o \dots \dots \dots (M \ 30.3.4)$$

På samma sätt fås

$$\frac{\sigma s}{\sigma s_o} = \frac{L - \alpha}{L_o - \alpha_o} \dots \dots \dots (M \ 30.3.5)$$

Antag

$$\Delta (L) = \Delta (\alpha).$$

Då är

$$\sigma s = \sigma s_o \dots \dots \dots (M \ 30.3.6)$$

Dessa samband kunna också uttryckas på följande sätt. I två fördelningar, där strukturfaktorerna  $\varphi$  och  $\varphi_o$  äro lika, äro medelavvikelserna  $\sigma s$  och  $\sigma s_o$  proportionella mot fördelningarnas baser eller mot likabelägna delar av dessa. Om diametrarna ökas mer på vänstra flygeln än på den högra, minskas basen och därmed  $\sigma s$ . Om däremot diametrarna ökas mindre på vänstra flygeln än på den högra, ökas basen och därmed  $\sigma s$ . Vid konstant bas blir alltså  $\sigma s$  konstant. (M 30.3.7)

Vårt slutmål är att för alla  $qs$ -klasser beräkna utgångsbeståndets medeldiameter  $Ms$ . Enligt M 7.2 är

$$Ms^2 = \frac{\Sigma d^2}{N} - \sigma s^2,$$

varav

$$Ms^2 = Dmg^2 - \sigma s^2 \dots \dots \dots (M \ 30.3.8)$$

Vid bearbetningen antogs enligt M 30.3.7

$$\sigma s^2 = \sigma s_o^2.$$

För bestämning av  $Ms$  återstod alltså att bedöma  $Dmg^2$ . Därvid infördes begreppet  $qg$ , d. v. s. utgångsbeståndets grundyta, uttryckt som kvot av normalbeståndets grundyta. Två värden voro kända. För  $qs = 0$  måste  $qg$  vara  $= 0$  och för  $qs = 1$  var  $qg = 1$ . För utgångsbestånd i samma grupp, alltså bestånd med samma övre höjd och samma  $\varphi$ , antogs, att grundytamedelstammens diameter var större vid mindre  $qs$ . I så fall måste regressionslinjen av  $qg$  på  $qs$  vara krökt och konvex uppåt.

Eftersom material saknades kunde denna kroklinje ej beräknas. För belysning av frågan utarbetades emellertid produktionstabeller på basis av alternativa antaganden.

I. Först antogs

$$qg = \sqrt{qs} \text{ (se tabellerna P 31—P 45).}$$

Härav

$$\frac{Dmg^2}{Dmg_o^2} = \frac{N_o G}{N G_o} = \frac{\sqrt{qs}}{qs} = \frac{1}{\sqrt{qs}} \dots\dots\dots (M \ 30.3.9)$$

II. Därefter antogs som gränsfall

$$qg = qs \text{ (se tabellerna P 98—P 100).}$$

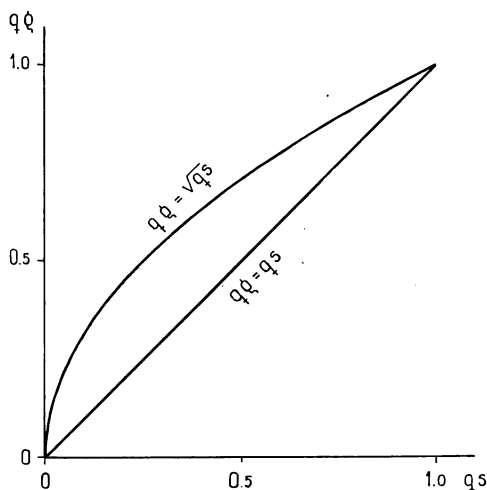


Fig. M 30.3.11. Alternativa samband mellan grundytan och stamantalet i glest uppkomna bestånd. Grundytan och stamantalet äro uttryckta som kvoter  $qg$  och  $qs$  av motsvarande storheter i ett »normalbestånd».

Härav

$$\frac{Dmg^2}{Dmg_o^2} = \frac{N_o G}{N G_o} = \frac{qs}{qs} = 1 \dots\dots\dots (M \ 30.3.10)$$

I detta fall blev alltså i alla  $qs$ -klasser  $Dmg^2 = Dmg_o^2$ . Liksom förut antogs  $\sigma s^2 = \sigma s_o^2$ . Härav i alla klasser, enligt M 30.3.8,

$$Ms = Ms_o.$$

*IX. Rödja bestånd.* Även i detta fall saknades material, varför uppgiften måste lösas genom konstruktion med stöd av erfarenheter från planterade bestånd. Det förutsattes, att beståndet uppkommit på samma sätt som i I. Vid 10—15 års ålder utfördes röjning, som kvarställde så många individer att alternativt 2 800 eller 4 101 stammar kunde påräknas vid 8 m. Utgångsbeståndet och den fortsatta utvecklingen antogs bli lika med det planterade beståndet. Observera, att plantorna före röjningen stått tätare än i motsvarande planteringsfall. Härtill togs ej hänsyn, varför röjningsresultaten få anses något överskattade. Vidare bör framhållas, att röjningen förutsätter samma föryngringstid som i I.

### M 30.4. Tall, Norra Sverige, planterad

I. Stamantal enligt planterade ytor. Inga tillväxtbestämda försöksytor funnos. Emellertid kunde en ungefärlig bedömning av utgångsbeståndet åstadkommas med hjälp av en vid skogsforskningsinstitutet utförd undersökning av äldre skogskulturer i de nordligaste länen (EKLUND och HUSS, 1946). Av detta material användes alla tallytor, summa 43 stycken, därav 5 planterade. Materialet förstärktes med fyra ytor, varav en planterad, vilka undersökts av professor TIRÉN.

För studiet av utgångsläget i planterade bestånd funnos alltså endast sex ytor. På grund härav bearbetades alla 47 ytorna gemensamt, varefter de planterade ytornas lägen i samlingen observerades.

Först upplades de aritmetiska medeldiametrarna grafiskt över beståndens övre höjd. Därvid utmärktes fyra stamantalsgrupper med olika färg. Inom varje sådan grupp var kvoten mellan medeldiametern i cm och övre höjden i m någorlunda konstant. Kvoten blev mindre vid större stamantal. Planteringsytorna föllo i punktsvärmens överkant.

I medeltal för de sex planteringsytorna var övre höjden 7,21 m, medeldiametern 7,03 cm, kvoten mellan medeldiametern och övre höjden 0,967 och stamantalet 2 911. I enlighet härmed uppskattades medeldiametern vid 8 m till 7,7 cm. På grund av den obetydliga skillnaden mellan övre höjderna 8 m och 7,21 m ansågs det genomsnittliga stamantalet 2 911 tillämpligt även vid 8 m. En något större medeldiameter skulle sannolikt erhållas vid något lägre stamantal. För utgångsbeståndet antogs därför medeldiametern = 8 cm och stamantalet = 2 800.

Vidare uträknades kvoten  $\frac{M}{L}$  mellan medeldiametern  $M$  och grövsta diametern  $L$ . De på detta sätt erhållna kvoterna för de planterade ytorna upplades över den övre höjden. Med ledning härav bedömdes kvoten vid 8 meter vara = 0,55. Innebörden av detta värde belyses genom följande resonemang.

Enligt M 30.2.4 är

$$\frac{M - \alpha}{L - \alpha} = \frac{M'}{\varphi}.$$

Vid positiva värden på  $\alpha$  är

$$\frac{M}{L} > \frac{M - \alpha}{L - \alpha}$$

och alltså

$$\frac{M}{L} > \frac{M'}{\varphi} \dots \dots \dots (\text{M } 30.4.1)$$

För  $\varphi$ -värden, som äro  $\leq 6$ , kan kvoten  $\frac{M'}{\varphi}$  beräknas i tab. H 5. Vid högre  $\varphi$ -värden är tydligen

$$\frac{M'}{\varphi} = \frac{\varphi - 3}{\varphi} \dots\dots\dots (M \ 30.4.2)$$

På förestående sätt ha de kvoter erhållits, som framgå av tab. M 30.4.3.

Tabell M 30.4.3. Kvoten  $\frac{M'}{\varphi}$

$\varphi$	$\frac{M'}{\varphi}$	$\varphi$	$\frac{M'}{\varphi}$
1	(0,316)	6	0,500
2	0,255	7	0,571
3	0,264	8	0,625
4	0,321	9	0,667
5	0,410	10	0,700

Vi kunna nu bestämma utgångsbeståndets  $\varphi$  med ledning av kvoten  $\frac{M}{L} = 0,55$ . Om vi begränsa vårt val till heltalsvärden av  $\varphi$  skola vi i tab. M 30.4.3 söka en kvot  $\frac{M'}{\varphi}$ , som är lägre än 0,55. Då det gäller utgångsbestånd ha vi anledning räkna med ett lågt värde på diametern  $\alpha$  vid fördelningens undre gräns. Vi välja därför det  $\frac{M'}{\varphi}$ -värde, som är närmast lägre än 0,55. Detta tal är  $= 0,500$ , varav  $\varphi = 6$ .

Se produktionstabellerna P 49 och P 50.

II. *Stamantal enligt orörda bestånd.* Till jämförelse med *I* utarbetades produktionstabeller, där utgångsbeståndets stamantal beräknades genom den för självgallrade bestånd gällande funktionen F 1.2. Under förutsättning av samma medeldiameter som i *I*, alltså 8 cm, blev stamantalet 4 101. I övrigt definierades utgångsbeståndet lika med *I*.

Inför en dylik konstruktion måste vi överväga, om kombinationen är rimlig. Det är säkert, att 4 101 stammar kunna förekomma vid en medeldiameter av 8 cm. Men det behöver styrkas, att kombinationen är möjlig vid övre höjden 8 meter i planterade bestånd.

I vårt mycket knappa planteringsmaterial finnes en yta, där medeldiametern är 8,2 cm, övre höjden 10,0 meter och stamantalet 4 667. Kvoten mellan medeldiametern och övre höjden är alltså  $= 0,82$ , varav överslagsvis medeldiametern vid 8 meter  $= 6,6$  cm. Vid det lägre stamantalet 4 101 skulle medeldiametern troligen bli högre, kanske 7 cm. Detta avsåg en enda yta. Det synes antagligt, att kombinationen 8 m, 8 cm och 4 101 stammar kan förekomma i den här behandlade gruppen, men det är osäkert, i vilken utsträckning man kan räkna därmed.

De tabeller, som utarbetats enligt M 30.4.II, äro P 48, P 51 och P 52.

### M 30.5. Tall, Södra Sverige, icke planterad

Gruppen omfattar 66 ytor, varav 45 förmodligen självsådda och 21 sådda. Av de sistnämnda ha 6 tillkommit genom bredsådd efter eld, 5 genom rutsådd, 6 genom sådd i plogfårar och 4 genom sådd enligt obestämd metod.

För att begränsa diskussionen till bestånd med närmelsevis samma höjd som tabellernas utgångsbestånd framtogs ur materialets utgångsbestånd alla ytor, vilkas övre höjd ej översteg 12 m. Deras antal var 14. För dessa ytor upplades medeldiametern grafiskt över den övre höjden, med särskiljande av stamantalsklasser. Bilden blev densamma som i M 30.4. Stamantalsklassernas regressionslinjer gingo närmelsevis genom origo, vilket innebar, att kvoten mellan medeldiametrar och övre höjder var tämligen konstant. Kvoten blev mindre vid större stamantal.

I medeltal för de 14 ytorna var övre höjden 10,9 m, medeldiametern 6,5 cm, kvoten 0,6 och stamantalet 6 585. I enlighet härmed uppskattades medeldiametern vid 8 m till 4,8 cm.

Observera skillnaden mellan resonemanget i M 30.4, angående planterad tall i norra Sverige, och den här utförda beräkningen. I det förra fallet låg tabellernas utgångshöjd nära nog mitt i materialet, medan den i senare fallet låg helt utanför och fordrade en kraftig extrapolering. På grund härav måste för Tall, Södra Sverige, icke planterad, utgångsbeståndets medeldiameter bedömas.

Enligt gängse uppfattning är norrlandstallen slankare och den anses ha tunnare bark än den sydsvenska. På grund härav borde tallen i södra Sverige ha grövre medeldiameter på bark än den norrländska, i båda fallen vid övre höjden 8 meter. För norra Sverige bedömdes medeldiametern i utgångsbeståndet till 5 cm (jfr M 30.3). På grund härav definierades utgångsbeståndet i tabellerna P 53—P 62 på följande sätt. Medeldiametern antogs = 6 cm och som en följd härav blev stamantalet enligt  $F\ 3.2 = 7\ 290$ .  $\varphi$  bedömdes = 3.

### M 30.6. Tall, Södra Sverige, planterad

Tabellerna P 63—P 67 äro studietabeller, som närmast avse att klargöra effekten av höjdutvecklingskurvans ändring i planteringsfall genom  $t' = 0,7\ t$ . Övriga definitioner av utgångsbeståndet äro desamma som i M 30.5. För tabeller, som skola användas för skötselval, är fältundersökning av utgångsbestånden önskvärd.

### M 30.7. Gran, Norra Sverige, icke planterad

Då materialet och bearbetningen för denna grupp helt skilja sig från de övriga grupperna, har det ansetts lämpligt att förlägga redogörelsen härför till en fristående metodbilaga, M 31. Gruppen omfattar tabellerna P 68—P 76.

### M 30.8. Gran, Norra Sverige, planterad

Denna grupp är, liksom M 30.6, närmast avsedd att belysa effekten av höjdtutvecklingskurvans ändring genom  $t' = 0,7 t$ . Övriga definitioner av utgångsbeståndet äro desamma som i M 30.7. Reservationen i sista meningen av M 30.6 gäller även här.

Gruppen omfattar tabellerna P 77—P 79.

### M 30.9. Gran, Södra Sverige, icke planterad

Beträffande gran i södra Sverige har den grundläggande undersökningen förlagts till de planterade bestånden. Den därvid använda definitionen av utgångsbeståndet lämnas i M 30.10. Denna definition har accepterats även för den icke planterade granen, dock med undantag för den ändring av höjdtutvecklingskurvan, som uppkommit genom att  $t'$  satts  $= t$  i stället för de planterade beståndens  $t' = 0,7 t$ .

Denna grupp är rätt heterogen och mycket svåröverskådlig. Man har intrycket, att de nuvarande bestånden inom gruppen representera övergångsförhållanden, som icke återkomma. Gruppen omfattar tabellerna P 80—P 85. Liksom i M 30.6 och M 30.8 avse dessa tabeller närmast att belysa effekten av höjdkurvans ändring. Även i detta fall är fältundersökning av utgångsbestånden önskvärd, men den blir svårare att genomföra än i M 30.6 och M 30.8.

### M 30.10. Gran, Södra Sverige, planterad

Inom denna grupp hade planteringen i regel skett i mycket täta förband och första gallringen hade kommit sent. På grund härav var tabellernas utgångsålder väsentligt lägre än materialets, och detta gjorde, att utgångsbeståndet måste bedömas. Denna bedömning försvårades av materialets överdrivna täthet.

I detta läge ansåg jag det svårt att bedöma utgångsbeståndets  $M_{SI}$ . Av denna anledning tillgreps metoden M 30.2. VI, där endast  $\alpha$  och  $\varphi$  behövde bedömas. Lösningen gav  $M_{SI}$ ,  $\sigma_{SI}$ , och  $L$ . Stamantalet erhöles genom en kombination av regressionsanalys och bedömning, som redovisas i metodbilagan M 32.

Till gruppen höra produktionstabellerna P 86—P 94.

### M 30.11. Specialtabeller

Sist i produktionstabellregistret för Tall, Norra Sverige, icke planterad, bonitet  $h_{100} = 20$ , ha samlats sex tabeller, som på olika sätt skilja sig från de övriga.

Beträffande tabellerna P 95—P 97 har utgångsläget definierats på i huvudsak samma sätt som i flertalet tabeller inom gruppen, t. ex. P 13. De absoluta



bestämningarna äro lika, men en mindre skillnad har uppkommit i  $\varphi$  genom att  $\alpha$  satts = 0.

Tab. P 95 avser självgallring, tab. P 96 standardgallring med fast  $w$  och tab. P 97 standardgallring med rörligt  $w$  (se 13.4 och 14.3).

De återstående tabellerna P 98—P 100 äro avsedda att belysa det i M 30.3. VIII uppställda alternativet II, där  $qg$  antagits =  $qs$ .

## Bilaga M 31. Konstruktion av produktionstabeller för Gran, Norra Sverige, icke planterad

### M 31.1. Inledning

För en framgångsrik produktionsforskning fordras, såsom förut påpekats, att de undersökta bestånden kunna beskrivas något så när entydigt. De böra därför vara närmelsevis homogena. Inom alla grupper utgöra sådana bestånd en mindre del av gruppen. Likväl ha de produktionstabeller, som upprättats, i regel grundats på dessa minoriteter. För den stora mängden av härifrån avvikande bestånd har man måst hänvisa till *bedömning* med stöd av resultaten från de homogena bestånden.

Beträffande norrländsk gran är denna möjlighet till jämförelser mycket begränsad. Detta gäller särskilt för mellersta och övre Norrland. Skogsforskningsinstitutet har där endast några få försöksytor, som tillhöra nämnda grupp, och dessa uppfylla dåligt kravet på homogenitet. För närvarande kan därför en regelrätt tabellkonstruktion ej göras för granen i denna landsända.

Emellertid behövdes våren 1950 ett underlag för provisorisk bedömning av norrländsk granskog. Problemet löstes genom en överslagsberäkning med stöd av borrhånsmätningar från orörd skog. Som resultat erhöles produktionstabellerna P 68—P 79. Förfarandet redovisas i det följande.

### M 31.2. Materialet

De använda borrhånsen tillhörde skogsforskningsinstitutets stora undersökning i orörd skog, till vilken fältarbetet utfördes under åren 1941—1949. Därvid undersöktes provträd, som efter vissa uteslutningar voro representativa för ytan, och dessutom uttogos ytans fem grövsta stammar av varje trädslag såsom provträd. Av provträden borrhades vartannat vid brösthöjd. Å borrhånsen mättes bredden av varje årsring från mären till undersökningstillfället.

Av detta material utnyttjade jag spån från granskog i Norrbottens, Västerbottens, Jämtlands och Västernorrlands län. För undersökning uttogs åldersklassen 140—179 år av bonitetsgrupperna III—VIII. Vårt studium begränsades till senaste hundra år. Genom summering av årsringsbredderna beräknades på varje spån *radien* för utgångsåret och för vart tionde år därefter. Dessa radier utgjorde element i undersökningen.

Härav bildades två materialgrupper, A och B.

*Material A* bestod av 15 ytor, som observerats 100 år, och en yta, som observerats 70 år. Från varje yta medtogs endast det *grövsta* borrade provträdet, vilket observerades 11 gånger å de 15 ytorna och 8 gånger å den 16:de ytan. Alltså undersöktes 16 ytor = 16 träd = 173 observationer.

*Material B* utgjordes av de 15 ytorna i material A, men här ingingo *alla* borrade provträd, både representativa och grövsta. Materialet omfattade alltså 15 ytor = 140 träd = 1 540 observationer.

Samtliga 16 ytor boniterades enligt tab. H 4.

*Beteckningar:*

(M 31.2.1)

$x$  = antal år från undersökningens början

$y$  = antal årsringar vid 1,3 m, då undersökningen började

$x + y = z$  i boniteringstabellerna

$z + t$  = trädets ålder

$R$  = radien  $x$  år från undersökningens början, uttryckt i mm

$r$  = » vid undersökningens början, uttryckt i mm.

### M 31.3. Utgångsläget

I materialet förlades utgångsläget till den undersökta periodens början, oberoende av åldern. Som utgångsläge för produktionstabellerna valdes däremot den ålder, vilken närmast motsvarar övre höjden 8 meter.

För Gran, Norra Sverige, icke planterad,  $h_{100} = 20$ , är enligt tab. H 4 övre höjden = 8 meter, då antalet årsringar är = 30. Vi behövde i vårt överslag den häremot svarande radien u. b.

På grund härav bearbetades material A med regressionsanalys enligt tab. M 31.3.1.

Tabell M 31.3.1. Grövsta borrade trädets radie  $R$

Variabler	Koefficienter	$\varepsilon$ %	$\frac{\sum x_0}{N}$	Spridningar			
				os före första gallringen		S	
				abso- lut	%	absolut	%
$x_0 = \log R$ (se M31.2.1) ..	$a = -1,0$ (villkor)	—	3,009	0,2860	9,51		
$x_2 = \log z$ (se M31.2.1) ..	$b_2 = +1,018$	1,8					
$x_3 = \log h_{100}$ .....	$b_3 = +0,9001$	3,5				0,08556	2,84

Härav erhöles för utgångsläget i  $h_{100} = 20$  radien u. b. = 47,31 mm, varav  $d_0$  u. b. = 9,462 cm. Denna diameter tillhörde ett träd, vilket hade samma relativa läge i fördelningen som det grövsta borrade provträdet. I genomsnitt

för material A var den största diametern på ytan = 1,2221 gånger diametern hos det grövsta borrade trädet. Emellertid är det föga sannolikt, att beståndstypens grövsta träd blir representerat på en liten provyta. På grund härav avrundades faktorn 1,2221 uppåt till 1,3. Härav fördelningens övre gräns =  $L_o$  u. b. = 12,301 cm. Slutligen gav barkfunktionen F 5.5 övre gränsen på bark =  $L_o$  p. b. = 13,348 cm.

Förestående kalkyl utfördes för alla boniteter. Emellertid visade sig resultaten så nära överensstämmande, att fördelningens övre gräns i  $h_{100} = 20$  kunde accepteras för samtliga boniteter.

Liksom för Tall, Norra Sverige, icke planterad, antogs  $M_{SI}$  vid utgångsläget = 5,0 cm och  $\varphi = 3$ . Enligt 9.3.3 och 17.4.2 äro

$$M_{SI} - \alpha = M_1' \sigma n_1$$

och

$$L - \alpha = \varphi_1 \sigma n_1,$$

varav

$$\frac{M_{SI} - \alpha}{L - \alpha} = \frac{M_1'}{\varphi_1} = \frac{M_1'}{3} = 0,264 \dots \dots \dots \text{(se bil. M 7)}$$

$$\alpha = \frac{M_{SI} - 0,264 L}{1 - 0,264} = 2,005 \text{ cm p. b.}$$

Härav enligt barkfunktionen

$$\alpha \text{ u. b.} = 1,780 \text{ cm.}$$

Till utgångsbeståndets stamantal återkomma vi i M 31.5.

### M 31.4. Beståndsutveckling

För beräkning av beståndsutvecklingen eftersträvades i första hand en diametertablå enligt 21.7. Uppläggningsen av en sådan tablå krävde kännedom om storleken vid varje tillfälle av konstanterna

$$B = P(b) \dots \dots \dots \text{(M 31.4.1)}$$

och

$$A = \alpha - B \alpha_o \dots \dots \dots \text{(M 31.4.2)}$$

Sedan  $A$  och  $B$  bestämts kunde diametrarna i alla  $\varphi$ -klasser vid varje tillfälle erhållas genom ekvationen

$$D = A + B d_o \dots \dots \dots \text{(M 31.4.3)}$$

där  $d_o$  var  $\varphi$ -klassens mittdiameter vid utgångsläget.

I de materialgrupper, som bearbetats normalt, ha  $A$  och  $B$  beräknats indirekt, enligt M 31.4.1 och M 31.4.2. Beträffande Gran, Norra Sverige, icke planterad, beräknades däremot konstanterna direkt genom regressionsanalys av observerade radier.

Tabell M 31.4.3. Samtliga borrade träds radier R

Variabler: $x_0 = R$ (se M 31.2.1) $x_2 = r$ » $x_3 = \gamma$ » $x_4 = h_{100}$	Koefficienter	$\varepsilon \%$	$\frac{\Sigma x_0}{N}$	Spridningar			
				$\sigma$ s före första gallr.		S	
				absolut	%	absolut	%
Period I.....	$a = 0$ (villkor) $b_2 = + 1,149$ $b_3 = - 0,1716$ $b_4 = + 1,096$	— 2,7 14,9 5,6	52	29,80	57,17	9,451	18,13
Period II.....	$a = 0$ (villkor) $b_2 = + 1,284$ $b_3 = - 0,3070$ $b_4 = + 2,206$	— 4,2 14,6 4,8	68	34,19	50,60	16,47	24,39
Period III.....	$a = 0$ (villkor) $b_2 = + 1,368$ $b_3 = - 0,3733$ $b_4 = + 3,041$	— 5,1 15,4 4,5	80	38,43	48,13	21,13	26,47
Period IV.....	$a = 0$ (villkor) $b_2 = + 1,410$ $b_3 = - 0,3930$ $b_4 = + 3,748$	— 5,8 17,2 4,3	91	42,03	46,33	24,91	27,46
Period V.....	$a = 0$ (villkor) $b_2 = + 1,443$ $b_3 = - 0,3960$ $b_4 = + 4,360$	— 6,6 19,8 4,3	101	45,59	45,28	28,93	28,73

För analysen användes det i M 31.2 omnämnda materialet B. Därvid fördelades materialet på fem perioder, vardera omfattande 20 år av den 100-åriga observationstiden. Funktionernas utseende och resultaten framgå av tab. M 31.4.3.

I betraktande av materialets ringa omfattning är sambandet mellan perioderna I—V påfallande gott. Man är dock böjd att sätta ett frågetecken för bonitetens starka inflytande. Då resultaten av denna beräkning skulle användas omedelbart vågade jag ej lita på bonitetseffekten. Beräkningen accepterades för medelboniteten  $h_{100} = 20$ , men avvikelserna från medeltalet minskades genom bedömning enligt följande.

I funktionerna skrevs

$$b_4 h_{100} = \frac{b_4 h_{100}}{4} + \frac{3 b_4 h_{100}}{4}.$$

I sista termen ersattes  $h_{100}$  med sitt ungefärliga medelvärde, som är = 20, varav

$$\text{korr. } (b_4 h_{100}) = b_4 (0,25 h_{100} + 15).$$

Häri genom ändrades ej resultatet i boniteten  $h_{100} = 20$ , men avvikelserna dämpades.

I var och en av grupperna I—V blev

$$A = b_3 y + \text{kor.} (b_4 h_{100})$$

och

$$B = b_2.$$

Denna korrektion utgör en grov approximation till den effekt, som normalt skulle uppnås genom bonitetsvariabelns omformning. Om det angivna förfarandet utbildas till en verklig undersökningsmetod, blir säkerligen materialet större och mer tid kan disponeras för tillväxtfunktionens tillpassning. Korrektionen kommer då att försvinna.

Enligt M 31.2 bestod materialet av radier för utgångsåret och för vart tionde år därefter. I t. ex. period II ingingo dels radier för år 30 från utgångsåldern och dels lika många radier för år 40 från utgångsåldern. Gruppens medeltal av  $A$  och  $B$  motsvarade alltså år 35 från utgångsåldern. Med iakttagande av denna lokalisering interpolerades konstanterna  $A$  och  $B$  för tabellens alla »tillfällen», alltså för vart tionde år. Därefter kunde diametertablån beräknas enligt M 31.4.3.

Beräkningen av mittstammarnas höjder i  $\varphi$ -klasserna grundades som vanligt på övre höjden. Denna erhöles genom interpolation i tab. H 3 a. I saknad av material från norrländsk gran hämtades de enligt 22.5.1 erforderliga konstanterna  $A'$  och  $B$  från gruppen Tall, Norra Sverige, icke planterad. De därvid använda siffrorna tillhörde en äldre version, som något skilde sig från de i tab. H 10 intagna. Slutligen bestämdes mittstammarnas volymer på vanligt sätt.

Avsikten med dessa beräkningar var att åstadkomma provisoriska produktionstabeller. För att nå detta mål måste vi få ett grepp på stamantalsutvecklingen. Denna fråga behandlas i nästa avsnitt.

### M 31.5. Sammanfattning

Vi ha i denna bilaga betraktat en summarisk metod för konstruerande av produktionstabeller. Att metoden medtagits här har främst berott på att den faktiskt använts för en stor och viktig beståndstyp, där underlag saknades för det normala förfarandet. De erfarenheter, som gjorts vid denna bearbetning, ha emellertid ansetts äga en allmännare räckvidd, vilket motiverat framställningens bredd.

Vid regelrätt konstruktion bestämmas utgångsbeståndets struktur, dimensioner och stamantal genom undersökningar i bestånd vid och omkring utgångsläget. Att sådant material saknats vid denna bearbetning har berott på en tillfällig situation, vilken snart kan ändras. Svagheter, som nu belasta definierandet av utgångsläget, behöva därför ej anses som ofrånkomliga.

Den fortsatta utvecklingen äger rum under växelvis inverkan av gallring och tillväxt. Normalt beräknas tillväxten genom funktioner, som innehålla täthetsvariabler. Tillväxten kan då anpassas till fritt valda gallringsprogram.

Så är det icke här. Den observerade tillväxten är beroende av den täthet, varunder beståndet uppvuxit. I detta fall är tillväxten känd, men icke tätheten. Det gäller att beräkna den senare. Eftersom diametrarna äro givna bestämmes tätheten av stamantalen i  $\varphi$ -klasserna.

Vår första uppgift blir därför att beräkna den stamantalsutveckling, som ligger bakom den observerade tillväxten. Detta kan ske genom att för varje yta beräkna det sannolika utgångsbeståndet och jämföra detsamma med slutbeståndet, vilket är tillgängligt för uppskattning. För beräkningen av utgångsbeståndet fordras enkla uppskattningar av provytor i orörd skog, valda i de åldrar, då undersökningen började, i detta fall vid 40—80 årsringar från mårgen. Dessa observationer bearbetas till statistiska funktioner, med vilka utgångsbestånden bestämmas (jfr 13.2). Data för bestånd, som ligga mellan utgångsåldern och slutåldern, erhållas genom antaget gallringsprogram.

Då det gäller norrländsk granskog är en sådan beräkning förenad med svårigheter, som bero på olika slag av heterogenitet. Sålunda är det vanligt, att granen uppkommer med stark inblandning av björk, som vid undersökning hundra år senare i huvudsak försvunnit. En bedömning av utgångsbeståndet med stöd av slutbeståndet blir i dylika fall vansklig.

Emellertid kunna de norrländska granbestånden vara heterogena även på andra sätt, t. ex. genom olikåldrighet och luckighet. Dessa drag kunna finnas hos utgångsbeståndet, men de uppstå ej sällan under utväxandet. Luckor bildas genom kalamiteter, och i både gamla och nya luckor inkomma yngre grupper. En sådan heterogenitet kan tydligen förvrida uppfattningen om sambandet mellan tillväxt och stamantal. Det kan därför vara befogat att utesluta åldersavvikande grupper.

Vårt dilemma är detta: vi kunna noggrant beskriva en provytas slutbestånd, men vår bedömning av samma ytas utgångsbestånd förblir osäker. Så länge det gäller homogena bestånd, få vi god ledning genom att undersöka *nuvarande* bestånd vid utgångsåldern och med stöd härav beräkna det för provytans typ sannolika utgångsbeståndet. Men i fråga om heterogena bestånd uppstå svårigheter att bestämma ytans typ. Mot samma slutbestånd svara många utgångsbestånd, som äro sannolika under olika förutsättningar.

Det bör framhållas, att en god del av denna osäkerhet kan elimineras genom en omsorgsfull analys av slutbeståndet, som ger oss de kvarvarande trädens historia. Med ledning härav få vi sluta oss till hela beståndets utvecklingsgång.

De svårigheter, som här berörts, sammanhånga med engångsundersökningar genom »långborrning», i detta fall omfattande 100 år. Vid normal engångsundersökning genom borrning, där varje element begränsas till ett kort intervall, är beskrivningen av utvecklingens gång mycket mindre vansklig. Sådana undersökningar kallas i detta sammanhang »kortborrning».

På här beskrivet sätt få vi en föreställning om sambandet mellan täthet och tillväxt i de orörda bestånden. Sedan återstår den betydligt svårare uppgiften att bedöma, hur tillväxten skulle gestaltats, om stamantalsutvecklingen i stället reglerats av ett program för aktiv gallring. Man kan få en ledtråd genom jämförelse med någon grupp, som beräknats för gallringar av olika grader. En sådan jämförelse, som hämtats från Tall, Norra Sverige, tabellerna P 7, P 9 och P 13, utföres i tab. M 31.5.1, där tre gallringsprogram representeras av tillväxtkonstanterna  $A$  och  $B$  samt av fördelningens övre gräns  $L$ . Vi se, att båda konstanterna och  $L$  öka betydligt, då gallringen skärpes.

**Tabell M 31. 5.1. Tall, Norra Sverige, icke planterad.  $H_{100} = 20$**   
Diameterkonstanterna  $A$  och  $B$  samt fördelningens övre gräns  $L$  vid tre gallringsprogram

Ålder	$L5\ G1, 10$			$L5\ G6, 10$			$L5\ G10, 10$		
	$A$	$B$	$L$	$A$	$B$	$L$	$A$	$B$	$L$
38	0,000	1,0000	16,11	0,000	1,0000	16,11	0,000	1,0000	16,11
48	0,489	1,0332	17,13	0,497	1,0488	17,39	0,504	1,0637	17,64
58	1,107	1,0615	18,21	1,154	1,1053	18,96	1,200	1,1495	19,72
68	1,852	1,0777	19,21	1,989	1,1560	20,61	2,128	1,2376	22,06
78	2,714	1,0832	20,16	3,007	1,1985	22,31	3,301	1,3203	24,57
88	3,678	1,0803	21,08	4,201	1,2321	24,05	4,734	1,3927	27,17
98	4,744	1,0711	22,00	5,563	1,2575	25,82	6,415	1,4519	29,80
108	5,886	1,0567	22,91	7,095	1,2736	27,61	8,310	1,4952	32,39
118	7,115	1,0383	23,84	8,763	1,2810	29,40	10,401	1,5226	34,93
128	8,412	1,0166	24,79	10,561	1,2802	31,18	12,657	1,5347	37,38
138	9,770	0,9925	25,76	12,488	1,2719	32,98	15,042	1,5333	39,74

I Gran, Norra Sverige, icke planterad,  $h_{100} = 20$ , är tab. P 70 den svagast gallrade tabellen. Gallringsprocenten av volym är där drygt 1,5 % per år. Detta motsvarar knappt en svag låggallring enligt institutets gamla instruktioner (jfr 15.2), men innebär dock en utglesning i förhållande till de orörda bestånd, som ligga bakom beräkningen av diametertillväxten. På grund härav måste tillväxtberäkningen anses för låg redan i denna tabell, som är svagast gallrad. I den starkast gallrade tabellen P 71 har diametertillväxten och därmed totalproduktionen underskattats i högre grad.

Eftersom avgången genom självgallring i orörda bestånd är begränsad till något sådant som 1 % av volymen per år (jfr 15.2) förutsätta låga stamantal i slutbestånden också jämförelsevis låga stamantal i utgångsbestånden. På grund härav vågade jag ej uppskatta utgångsbeståndens stamantal till mer än 4 000. Om beståndet enbart bestått av likåldrig gran borde detta stamantal varit kombinerat med en grövre medeldiameter än antagna 5 cm. Sistnämnda antagande förutsätter därför olikåldrighet eller inblandning av annat trädslag, troligen björk. Sannolikheten av olikåldrighet vid utgångsläget borde kunnat bedömas genom detaljerad åldersanalys i slutbeståndet, men därtill fanns ej tid.

Med förestående resonemang har jag velat erinra om synpunkter, som förtjäna att beaktas vid bedömning av långborrningsens möjligheter. Denna fråga är värd att studeras, emedan långborrningen har givna företräden i vissa situationer. Under övergångstiden mellan exploaterande och producerande skogsbruk, då produktionsforskningens vanliga metoder äro föga givande, möjliggör den utarbetandet av provisoriska produktionstabeller med stöd av mycket små material. Även i senare utvecklingsstadier, då avancerad produktionsforskning kan utföras, synes långborrningen kunna göra god tjänst som kontroll på tillväxtberäkningen.

## **Bilaga M 32. Konstruktion av stamantalet vid utgångsläget för Gran, Södra Sverige, planterad**

### **M 32.1. Inledning**

I avhandlingen har framhållits, att materialet i denna grupp avviker rätt mycket från sådana bestånd, som anses normala. Planteringen har i regel skett i mycket täta förband och första gallringen har vanligen kommit för sent. Detta gör, att produktionstabellernas utgångsbestånd tillhöra ett tidigare stadium och äro sammansatta på annat sätt än materialets utgångsbestånd.

Dessa förhållanden påverka starkt beräkningen av utgångsbeståndets stamantal. I de övriga grupperna har beräkningen skett genom en enkel funktion av typen

$$\log S = a + b \log M,$$

där  $S$  är stamantalet och  $M$  medeldiametern i observerade orörda bestånd. För planterad gran är denna funktion tillämplig endast i  $M$ -skalans högra hälft, varifrån stigningen avtar vid gång mot lägre diametrar. Kurvan blir  $S$ -formad med en vändpunkt ungefär vid  $M = 9$ . I den vänstra delen äro observationerna så få, att kurvan ej kan beräknas genom regressionsanalys.

På grund härav har jag tillgripit en kombination av regressionsanalys och bedömning. Den sistnämnda har gällt vändpunktens läge och dessutom en enda punkt, nämligen stamantalet  $S_0$  vid medeldiametern  $M_0 = 4$  cm. Vändpunkten har antagits ligga i  $M = 9$  och stamantalet vid  $M = 4$  har bedömts vara 7 000.

### **M 32.2. Kurvan till höger om vändpunkten**

$$\log S = a + b \log M$$

$$\ln S = \frac{a}{0,43429} + b \ln M$$



$$\frac{d \ln S}{d M} = \frac{b}{M}$$

$$\frac{d \ln S}{d S} = \frac{1}{S}$$

$$\frac{d \ln S}{d S} \cdot \frac{d S}{d M} = \frac{d \ln S}{d M} = \frac{b}{M}$$

$$\frac{d S}{d M} = \frac{b S}{M}.$$

### M 32.3. Kurvan till vänster om vändpunkten

$$\log (S_o - S) = \alpha + \beta \log (M - M_o)$$

$$\ln (S_o - S) = \frac{\alpha}{0,43429} + \beta \ln (M - M_o)$$

$$\frac{d \ln (S_o - S)}{d M} = \frac{\beta}{M - M_o}$$

$$\frac{d \ln (S_o - S)}{d S} = - \frac{1}{S_o - S}$$

$$\frac{d \ln (S_o - S)}{d S} \cdot \frac{d S}{d M} = \frac{d \ln (S_o - S)}{d M} = \frac{\beta}{M - M_o}$$

$$\frac{d S}{d M} = - \frac{\beta (S_o - S)}{M - M_o}.$$

### M 32.4. Derivatorna lika i vändpunkten

$$\frac{b S'}{M'} = - \frac{\beta (S_o - S')}{M' - M_o}$$

$$\beta = - b \cdot \frac{M' - M_o}{M'} \cdot \frac{S'}{S_o - S'}$$

där  $M'$  och  $S'$  beteckna  $M$  och  $S$  i vändpunkten.

### M 32.5. Stamantalen lika i vändpunkten

I föreliggande fall är  $S_o = 7\,000$ ,  $S' = 5\,075$ ,  $M' = 9$  och  $M_o = 4$ .

Enligt M 32.3 är

$$\begin{aligned} \alpha &= \log (S_o - S') - \beta \log (M' - M_o) \\ &= \log 1\,925 - \beta \log 5. \end{aligned}$$

### M 32.6. Tillämpning

I funktionstabellen F 8.2 visas under I funktionen M 32.2 och under II funktionen M 32.3. Av det föregående framgår, att koefficienterna  $a$  och  $b$  i I äro beräknade genom regressionsanalys, medan koefficienterna  $\alpha$  och  $\beta$  i II tillkommit enligt M 32.4 och M 32.5.

Den på förestående sätt beräknade kurvan visas i fig. M 32.6.1.

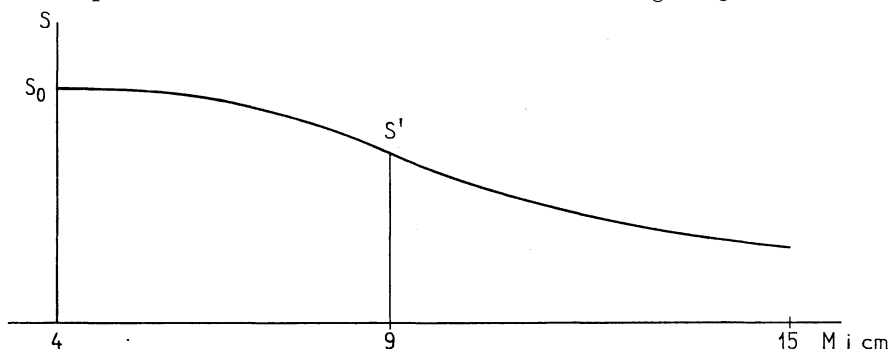


Fig. M 32.6.1. Gran, Södra Sverige, planterad. Sambandet mellan stamantal och medeldiameter i utgångsbestånd.

## Bilaga M 33. Strukturundersökning i fält

### M 33.1. Inledning

Bilagorna M 30—M 32 ha rört bestämning av utgångsbestånden för produktionstabeller. Då det härför tillgängliga materialet ofta varit otillräckligt, har arbetet i stor utsträckning måst byggas på antaganden, som det har varit metodernas uppgift att samordna. Detta arbetssätt måste emellertid betraktas som tillfälligt. För framtiden böra produktionsforskningens utgångsbestånd grundas på fältundersökning av bestånd kring utgångsläget.

Vid dylika undersökningar kunna många problem uppkomma, som förtjäna att grundligt övervägas. Vi betrakta här endast två frågor av mera allmän natur, nämligen undersökningens uppläggning vid stympad och vid normal stamfördelning.

### M 33.2. Stympad fördelning

Här förutsättes, att strukturen skall definieras enligt  $\varphi$ -systemet (jfr 17.1). det föregående ha vi för detta ändamål använt formeln 9.3.3, enligt vilken

$$\frac{M_s - \alpha}{\sigma_s} = \frac{M'}{\sigma'} \dots\dots\dots (\text{M } 33.2.1)$$

$M_s$  och  $\sigma_s$  bestämmas på vanligt sätt genom uppklavning av beståndet.

I vissa fall har  $\alpha$  varit givet och vi ha beräknat  $\frac{M'}{\sigma'}$ , varav  $\varphi$  erhållits enligt

tab. H 5. I andra fall har  $\varphi$  varit givet, och vi ha då kunnat räkna oss till  $\alpha$ . Vi önska nu bestämma både  $\alpha$  och  $\varphi$  med stöd av observationerna.

Välj en godtycklig diameter  $\alpha_z$  nära fördelningens vänstra flygel. Det inträffar ibland, att fördelningen i stort sett kan utjämnas genom en stympad normalfördelning, men att den vänstra flygeln avviker därifrån. I sådana fall väljes  $\alpha_z$  vid undre gränsen av den normala delen.

Den del av fördelningen, som ligger till höger om  $\alpha_z$ , kan definieras enligt M 33.2.1.  $M_{s_z}$  och  $\sigma_{s_z}$  beräknas för de diameterklasser, som tillhöra denna del, och delens  $\alpha$  är  $= \alpha_z$ . Härav delens  $\frac{M'_z}{\sigma'_z}$ ,  $\sigma'_z$ ,  $\varphi_z$  och  $F(\varphi_z)$ . Vi få

$$\sigma n = \frac{\sigma_{s_z}}{\sigma'_z} \dots \dots \dots (\text{M } 33.2.2)$$

och

$$L = \alpha_z + \varphi_z \sigma n \dots \dots \dots (\text{M } 33.2.3)$$

Delens stamantal betecknas  $S_z$  och totala stamantalet  $S$ . Vi få den stympade normalfördelning  $F(\varphi)$ , som motsvarar stamantalet  $S$ , enligt relationen

$$\frac{F(\varphi)}{F(\varphi_z)} = \frac{S}{S_z} \dots \dots \dots (\text{M } 33.2.4)$$

varefter det  $\varphi$ , som svarar mot  $F(\varphi)$ , erhålles ur tab. H 5. Då är för hela fördelningen

$$\alpha = L - \varphi \sigma n, \dots \dots \dots (\text{M } 33.2.5)$$

där  $L$  och  $\sigma n$  hämtats från M 33.2.3 och M 33.2.2.

### M 33.3. Normal fördelning

I 12.4 och 12.5 visas, hur en stympad fördelning genom låggallring överföres till normal. Därvid bibehålles utgångsbeståndets undre gräns  $\alpha_o$  (stympningsgränsen) under hela livet som stödpunkt för beräkningen av  $\varphi$ . Vid upprättande av produktionstabeller är utgångsfördelningen i regel stympad och  $\alpha_o$  kan beräknas enligt M 33.2. Emellertid framgår av M 30.4, att utgångsbeståndet ibland kan vara normalt. Det anförda exemplet avser planterad tall i norra Sverige. Företeelsen är icke utmärkande för planterade bestånd i allmänhet, ty sådana bruka vara hårt stympade vid utgångsläget. Sannolikt har den normala utgångsfördelningen uppkommit genom glest planteringsförband, som ensidigt utglesats genom kalamiteter.

Även i detta fall har  $\alpha_o$  definierats som utgångsfördelningens undre gräns. Den övre gränsen betecknas med  $L_o$ . Vi få

$$L_o = Mn_o + 3 \sigma n_o$$

$$\alpha_o = Mn_o - 3 \sigma n_o,$$

varav fördelningens bas

$$L_o - \alpha_o = \varphi_o \sigma n_o = 6 \sigma n_o$$

och

$$\varphi_o = 6.$$

Vidare är

$$L_o + \alpha_o = 2 M n_o,$$

varav

$$\alpha_o = 2 M n_o - L_o = 2 M s_o - L_o \dots (M \ 33.3.1)$$

Vid låggallring förblir fördelningen normal, men undre gränsen  $\alpha$  flyttas åt höger. Emellertid beräknas  $\varphi$  alltså med stöd av  $\alpha_o$  och stiger därför över 6.

### Bilaga M 35. Barkrelationer.

Av skäl som angivits i 34.4 framläggas produktionstabellernas volymer under bark. Materialets barktjocklek har emellertid redovisats genom funktionerna F 1.5, F 3.5, F 5.5 och F 8.5 i funktionsbilagan. I tab. M 35.1 återgivas funktionsvärden på barktjockleken för tall och gran i norra och södra Sverige, beräknade för vissa brösthöjdsdiameterar fr. o. m. 5 cm. De här angivna barkrelationerna äro genomsnittsvärden för det bearbetade försöksystematerialet och kunna därför ej utan vidare tillämpas på praktikens skogsbestånd. Barkens tjocklek företer som bekant stor variation inom vårt land.

Tabell M 35. 1. Barktjockleken.

Diameter på bark cm	Barkens dubbla tjocklek, mm			
	Tall		Gran	
	N. Sverige	S. Sverige	N. Sverige	S. Sverige
5	5,9	6,8	4,7	3,7
10	11,3	13,7	8,3	6,4
15	16,5	20,7	11,5	8,9
20	21,7	27,8	14,5	11,2
25	26,8	34,9	17,4	13,4
30	31,8	42,0	20,2	15,5
35	36,8	49,2	22,9	17,6
40	41,8	56,3	25,5	19,6
45	46,7	63,5	28,0	21,5

För att omföra produktionstabellernas volymer under bark till motsvarande volymer på bark fordras endast att varje volymsiffra multipliceras med tillhörande barkkvot. Barkkvoterna uttrycka förhållandet mellan volymerna på och under bark. Av tids- och utrymmesskäl ha volymerna på bark ej kunnat beräknas och publiceras för samtliga 100 produktionstabeller. För att i möjligaste mån tillgodose eventuella önskemål om volymsuppgifter på bark ha sådana beräknats för några typfall inom de 100 tabellerna och återgivas här



**Tabell M 35. 2. Tall, Norra Sverige, icke planterad.  $H_{100} = 12$ .  $L\ 5\ G\ 10$ , 10.  $qs = 1,0$**   
Jämför produktionstabell P 1.

Ålder	Volym på bark, m <sup>3</sup>					Barkkvoter mellan volym på och under bark				
	före gallr.	gallr.	efter gallr.	årlig löpande tillväxt	årlig medel-tillväxt	före gallr.	gallr.	efter gallr.	årlig löpande tillväxt	årlig medel-tillväxt
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
61	87	24	63	—	1,4	1,29	1,30	1,29	—	1,29
71	85	23	62	2,2	1,5	1,26	1,28	1,26	1,20	1,27
81	86	24	63	2,5	1,6	1,24	1,25	1,24	1,20	1,26
91	88	24	64	2,5	1,7	1,22	1,23	1,22	1,19	1,25
101	88	24	64	2,5	1,8	1,21	1,22	1,21	1,18	1,24
111	87	24	63	2,3	1,9	1,20	1,20	1,20	1,17	1,23
121	82	23	60	2,0	1,9	1,19	1,19	1,19	1,16	1,22
131	77	21	55	1,7	1,9	1,18	1,18	1,18	1,16	1,22
141	70	19	50	1,4	1,8	1,17	1,18	1,17	1,15	1,22
151	62	17	45	1,1	1,8	1,17	1,17	1,16	1,14	1,21
161	54	15	39	0,9	1,7	1,16	1,16	1,16	1,14	1,21

**Tabell M 35. 3. Tall, Norra Sverige, icke planterad.  $H_{100} = 20$ .  $G\ 15$ , 10.  $qs = 1,0$**   
Jämför produktionstabell P 3.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
38	86	24	62	—	2,3	1,30	1,30	1,30	—	1,30
48	96	27	69	3,4	2,5	1,25	1,25	1,25	1,17	1,26
58	106	29	77	3,7	2,7	1,22	1,22	1,22	1,16	1,24
68	113	31	82	3,6	2,8	1,20	1,20	1,20	1,16	1,22
78	116	32	84	3,5	2,9	1,19	1,19	1,19	1,16	1,21
88	117	32	84	3,2	3,0	1,18	1,18	1,18	1,15	1,20
98	115	32	83	3,0	3,0	1,17	1,17	1,17	1,14	1,20
108	110	31	80	2,7	2,9	1,16	1,16	1,16	1,14	1,19
118	104	29	75	2,4	2,9	1,15	1,15	1,15	1,13	1,19
128	96	27	69	2,1	2,8	1,15	1,15	1,15	1,13	1,18
138	87	24	63	1,8	2,8	1,14	1,14	1,14	1,12	1,18
148	77	21	56	1,5	2,7	1,14	1,14	1,14	1,13	1,18

**Tabell M 35. 4. Tall, Norra Sverige, icke planterad.  $H_{100} = 20$ .  $L\ 1\ G\ 5$ , 10.  $qs = 1,0$**   
Jämför produktionstabell P 5.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
38	86	10	76	—	2,3	1,30	1,30	1,30	—	1,30
48	111	13	98	3,5	2,5	1,25	1,26	1,25	1,16	1,26
58	136	16	120	3,8	2,7	1,22	1,22	1,22	1,14	1,23
68	158	19	140	3,8	2,9	1,20	1,21	1,20	1,15	1,21
78	178	21	156	3,8	3,0	1,19	1,19	1,19	1,14	1,20
88	192	23	168	3,5	3,1	1,17	1,18	1,17	1,13	1,19
98	205	25	180	3,7	3,1	1,17	1,17	1,17	1,13	1,18
108	215	27	188	3,5	3,2	1,16	1,16	1,16	1,14	1,18
118	221	27	193	3,3	3,2	1,16	1,16	1,16	1,13	1,17
128	225	28	196	3,2	3,2	1,15	1,15	1,15	1,12	1,17
138	227	29	198	3,1	3,2	1,15	1,15	1,15	1,12	1,16
148	227	29	198	2,9	3,1	1,14	1,14	1,14	1,13	1,16

**Tabell M 35. 5. Tall, Norra Sverige, icke planterad.  $H_{100} = 20$ . L 3 G 3, 10.  $qs = 1,0$**   
Jämför produktionstabell P 6.

Ålder	Volym på bark, m <sup>3</sup>					Barkkvoter mellan volym på och under bark				
	före gallr.	gallr.	efter gallr.	årlig löpande tillväxt	årlig medel-tillväxt	före gallr.	gallr.	efter gallr.	årlig löpande tillväxt	årlig medel-tillväxt
I	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
38	86	10	76	—	2,3	1,30	1,31	1,30	—	1,30
48	112	13	99	3,6	2,5	1,25	1,27	1,25	1,16	1,25
58	139	17	122	4,0	2,8	1,22	1,24	1,22	1,15	1,23
68	164	20	144	4,1	3,0	1,20	1,21	1,19	1,14	1,21
78	186	23	163	4,2	3,2	1,18	1,19	1,18	1,14	1,20
88	205	26	179	4,2	3,3	1,17	1,18	1,17	1,13	1,19
98	220	28	192	4,1	3,4	1,16	1,17	1,16	1,14	1,18
108	232	30	202	4,0	3,4	1,15	1,16	1,15	1,12	1,17
118	241	32	209	3,9	3,5	1,15	1,15	1,15	1,13	1,17
128	246	32	214	3,7	3,5	1,14	1,14	1,14	1,11	1,16
138	251	33	218	3,7	3,5	1,14	1,14	1,14	1,13	1,16
148	251	33	218	3,3	3,5	1,14	1,14	1,14	1,11	1,16

**Tabell M 35. 6. Tall, Norra Sverige, icke planterad.  $H_{100} = 20$ . L 5 G 1, 10.  $qs = 1,0$**   
Jämför produktionstabell P 7.

I	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
38	86	10	75	—	2,3	1,30	1,33	1,29	—	1,30
48	113	13	99	3,7	2,6	1,25	1,28	1,24	1,16	1,25
58	142	17	125	4,2	2,9	1,21	1,24	1,21	1,15	1,23
68	170	21	149	4,5	3,1	1,19	1,21	1,19	1,14	1,21
78	196	24	171	4,7	3,3	1,18	1,19	1,17	1,14	1,19
88	218	28	191	4,7	3,5	1,16	1,17	1,16	1,13	1,18
98	237	30	207	4,6	3,6	1,16	1,16	1,16	1,14	1,18
108	252	32	221	4,6	3,7	1,15	1,15	1,15	1,12	1,17
118	265	33	232	4,5	3,7	1,15	1,15	1,15	1,13	1,17
128	274	34	239	4,2	3,8	1,14	1,14	1,14	1,11	1,16
138	280	34	245	4,0	3,8	1,14	1,14	1,14	1,11	1,16
148	284	35	249	3,9	3,8	1,13	1,14	1,13	1,12	1,15
158	285	34	251	3,6	3,8	1,13	1,13	1,13	1,10	1,15

**Tabell M 35. 7. Tall, Norra Sverige, icke planterad.  $H_{100} = 20$ . L 5 G 5, 10.  $qs = 1,0$**   
Jämför produktionstabell P 8.

I	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
38	86	16	69	—	2,3	1,30	1,31	1,29	—	1,30
48	106	20	86	3,6	2,5	1,25	1,27	1,24	1,17	1,26
58	128	24	103	4,2	2,8	1,21	1,23	1,21	1,16	1,23
68	147	28	119	4,4	3,1	1,19	1,20	1,19	1,15	1,21
78	164	32	132	4,5	3,2	1,18	1,18	1,18	1,15	1,20
88	177	35	142	4,5	3,4	1,16	1,17	1,16	1,13	1,19
98	185	36	148	4,2	3,5	1,16	1,16	1,16	1,14	1,18
108	188	37	151	4,0	3,5	1,15	1,15	1,15	1,12	1,18
118	188	37	152	3,7	3,5	1,14	1,15	1,14	1,12	1,17
128	186	36	149	3,4	3,5	1,14	1,14	1,14	1,12	1,17
138	180	34	145	3,0	3,5	1,13	1,13	1,13	1,11	1,16
148	172	33	139	2,7	3,4	1,13	1,13	1,13	1,11	1,16
158	162	30	132	2,3	3,4	1,12	1,12	1,12	1,10	1,16

**Tabell M 35. 8. Tall, Norra Sverige, icke planterad.  $H_{100} = 20$ .  $L\ 5\ G\ 10, 10$ .  $gs = 1,0$**   
Jämför produktionstabell P 13.

Ålder	Volym på bark, m <sup>3</sup>					Barkkvoter mellan volym på och under bark				
	före gallr.	gallr.	efter gallr.	årlig löpande tillväxt	årlig medeltillväxt	före gallr.	gallr.	efter gallr.	årlig löpande tillväxt	årlig medeltillväxt
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
38	86	24	62	—	2,3	1,30	1,31	1,29	—	1,30
48	98	27	72	3,6	2,5	1,24	1,26	1,24	1,17	1,26
58	113	31	82	4,1	2,8	1,21	1,22	1,21	1,16	1,23
68	125	34	91	4,3	3,0	1,19	1,20	1,19	1,16	1,22
78	134	37	97	4,3	3,2	1,18	1,18	1,18	1,16	1,21
88	137	38	99	4,0	3,3	1,16	1,17	1,16	1,14	1,19
98	136	38	98	3,7	3,3	1,15	1,16	1,15	1,12	1,19
108	130	36	94	3,2	3,3	1,14	1,15	1,14	1,12	1,18
118	120	33	87	2,6	3,3	1,14	1,14	1,14	1,11	1,18
128	109	30	79	2,2	3,2	1,13	1,13	1,13	1,11	1,17
138	96	26	70	1,7	3,1	1,13	1,13	1,12	1,11	1,17

**Tabell M 35. 9. Tall, Norra Sverige, icke planterad.  $H_{100} = 28$ .  $L\ 5\ G\ 10, 10$ .  $gs = 1,0$**   
Jämför produktionstabell P 47.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
30	85	23	62	—	2,8	1,30	1,31	1,29	—	1,30
40	110	30	80	4,8	3,3	1,23	1,24	1,23	1,16	1,24
50	138	38	100	5,8	3,8	1,19	1,20	1,19	1,15	1,21
60	162	44	117	6,1	4,2	1,17	1,18	1,17	1,14	1,19
70	180	50	130	6,3	4,5	1,15	1,16	1,15	1,13	1,18
80	191	53	138	6,0	4,7	1,14	1,15	1,14	1,12	1,17
90	192	54	139	5,5	4,8	1,13	1,14	1,13	1,11	1,16
100	186	52	135	4,8	4,8	1,13	1,13	1,12	1,10	1,16
110	175	49	126	4,0	4,7	1,12	1,12	1,12	1,10	1,15
120	159	44	115	3,3	4,6	1,11	1,11	1,11	1,09	1,15
130	142	39	103	2,7	4,4	1,11	1,11	1,11	1,10	1,15

**Tabell M 35. 10. Tall, Norra Sverige, icke planterad.  $H_{100} = 20$ . Själgallring.**  
Jämför produktionstabell P 95.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
38	—	—	87	—	2,3	—	—	1,29	—	1,29
43	107	9	98	3,9	2,5	1,26	1,28	1,26	1,15	1,26
48	118	9	108	4,0	2,6	1,24	1,26	1,24	1,16	1,25
53	129	9	120	4,1	2,8	1,23	1,24	1,23	1,15	1,23
58	140	10	131	4,2	2,9	1,21	1,23	1,21	1,15	1,22
63	151	10	141	4,2	3,0	1,20	1,21	1,20	1,14	1,21
68	162	10	152	4,2	3,1	1,20	1,21	1,20	1,17	1,21
73	174	11	163	4,4	3,2	1,19	1,20	1,19	1,12	1,20
78	184	11	173	4,2	3,2	1,18	1,19	1,18	1,15	1,19
83	195	11	183	4,4	3,3	1,18	1,18	1,18	1,15	1,19
88	205	12	193	4,4	3,4	1,17	1,18	1,17	1,13	1,19
93	215	12	203	4,3	3,4	1,17	1,17	1,16	1,12	1,18
98	225	12	212	4,4	3,5	1,16	1,17	1,16	1,15	1,18
103	235	13	222	4,5	3,5	1,16	1,17	1,16	1,15	1,18
108	244	13	231	4,4	3,6	1,16	1,16	1,16	1,12	1,17
113	253	13	240	4,4	3,6	1,16	1,16	1,16	1,13	1,17
118	262	13	249	4,5	3,6	1,15	1,15	1,15	1,10	1,17
123	271	14	257	4,4	3,7	1,15	1,15	1,15	1,13	1,17
128	279	14	265	4,4	3,7	1,15	1,15	1,15	1,14	1,16



**Tabell M 35. 11. Tall, Norra Sverige, icke planterad.  $H_{100} = 20$ . Standardgallring (konstant w).**

Jämför produktionstabell P 96.

Ålder	Volym på bark, m <sup>3</sup>					Barkkvoter mellan volym på och under bark				
	före gallr.	gallr.	efter gallr.	årlig löpande tillväxt	årlig medel-tillväxt	före gallr.	gallr.	efter gallr.	årlig löpande tillväxt	årlig medel-tillväxt
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
38	87	8	79	—	2,3	1,29	1,31	1,29	—	1,29
43	98	9	88	3,8	2,5	1,26	1,27	1,26	1,15	1,17
48	109	10	99	4,2	2,6	1,24	1,26	1,24	1,18	1,25
53	120	10	109	4,2	2,8	1,23	1,24	1,22	1,15	1,24
58	132	11	122	4,6	2,9	1,21	1,22	1,21	1,17	1,23
63	144	11	133	4,5	3,1	1,20	1,21	1,20	1,15	1,22
68	155	11	144	4,4	3,2	1,19	1,20	1,19	1,13	1,21
73	166	11	155	4,5	3,3	1,19	1,19	1,18	1,15	1,20
78	176	11	165	4,3	3,3	1,18	1,19	1,18	1,15	1,20
83	187	11	175	4,4	3,4	1,17	1,18	1,17	1,13	1,19
88	198	11	187	4,5	3,4	1,17	1,18	1,17	1,15	1,19
93	208	11	196	4,2	3,5	1,17	1,17	1,17	1,13	1,18
98	217	11	206	4,2	3,5	1,16	1,17	1,16	1,15	1,18
103	227	11	216	4,2	3,6	1,16	1,16	1,16	1,11	1,18
108	236	11	225	4,1	3,6	1,15	1,16	1,15	1,11	1,17
113	245	11	234	4,0	3,6	1,15	1,16	1,15	1,12	1,17
118	254	11	243	4,0	3,6	1,15	1,16	1,15	1,14	1,17
123	263	11	252	4,0	3,6	1,15	1,15	1,15	1,13	1,17
128	272	13	259	4,1	3,7	1,15	1,15	1,15	1,13	1,17

**Tabell M 35. 12. Tall, Norra Sverige, icke planterad.  $H_{100} = 20$ . Standardgallring (rörligt w).**

Jämför produktionstabell P 97.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
38	87	8	79	—	2,3	1,29	1,31	1,29	—	1,29
43	98	8	89	3,8	2,5	1,26	1,27	1,26	1,15	1,27
48	108	9	100	3,8	2,6	1,24	1,26	1,24	1,17	1,25
53	120	9	111	4,1	2,8	1,23	1,24	1,23	1,16	1,24
58	132	10	122	4,1	2,9	1,21	1,22	1,21	1,16	1,23
63	143	10	133	4,1	3,0	1,20	1,21	1,20	1,14	1,22
68	153	10	143	4,2	3,1	1,20	1,20	1,20	1,16	1,21
73	164	11	154	4,3	3,1	1,19	1,19	1,19	1,13	1,20
78	175	11	164	4,2	3,2	1,18	1,19	1,18	1,14	1,20
83	185	11	174	4,3	3,3	1,18	1,18	1,18	1,16	1,19
88	195	12	184	4,3	3,3	1,17	1,18	1,17	1,11	1,19
93	206	12	194	4,5	3,4	1,17	1,17	1,17	1,16	1,18
98	215	12	203	4,2	3,4	1,16	1,17	1,16	1,13	1,18
103	225	12	213	4,4	3,5	1,16	1,16	1,16	1,12	1,18
108	235	13	222	4,5	3,5	1,16	1,16	1,16	1,15	1,18
113	243	13	230	4,3	3,6	1,15	1,16	1,15	1,10	1,17
118	253	13	240	4,4	3,6	1,15	1,16	1,15	1,15	1,17
123	262	14	248	4,4	3,6	1,15	1,15	1,15	1,11	1,17
128	270	14	256	4,4	3,7	1,15	1,15	1,15	1,14	1,17

Tabell M 35. 13. Tall, Norra Sverige, planterad.  $H_{100} = 20$ .  $L\ 3\ G\ 10, 10$ .  $qs = 1,0$ 

Jämför produktionstabell P 49.

Ålder	Volym på bark, m <sup>3</sup>					Barkkvoter mellan volym på och under bark				
	före gallr.	gallr.	efter gallr.	årlig löpande tillväxt	årlig medeltillväxt	före gallr.	gallr.	efter gallr.	årlig löpande tillväxt	årlig medeltillväxt
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
29	58	14	44	—	2,0	1,27	1,28	1,27	—	1,27
39	79	19	60	3,5	2,4	1,22	1,23	1,22	1,17	1,23
49	99	24	74	3,9	2,7	1,19	1,20	1,19	1,16	1,21
59	111	27	83	3,6	2,9	1,18	1,18	1,18	1,16	1,20
69	117	29	88	3,3	2,9	1,17	1,17	1,17	1,15	1,19
79	117	29	88	2,9	2,9	1,16	1,16	1,16	1,13	1,18
89	112	28	84	2,5	2,9	1,15	1,15	1,15	1,13	1,17
99	104	26	78	2,0	2,8	1,14	1,15	1,14	1,12	1,17
109	95	24	71	1,6	2,7	1,14	1,14	1,14	1,12	1,17

Tabell M 35. 14. Tall, Norra Sverige, planterad.  $H_{100} = 20$ .  $L\ 3\ G\ 10, 10$ .  $qs = 1,0$ 

Jämför produktionstabell P 51.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
29	86	21	65	—	3,0	1,27	1,28	1,27	—	1,27
39	110	27	83	4,5	3,4	1,22	1,23	1,22	1,16	1,23
49	132	33	100	4,9	3,7	1,20	1,20	1,19	1,15	1,21
59	148	37	111	4,8	3,9	1,18	1,18	1,18	1,15	1,20
69	155	38	116	4,4	3,9	1,17	1,17	1,17	1,15	1,19
79	156	39	117	4,0	3,9	1,16	1,16	1,16	1,13	1,18
89	152	38	114	3,4	3,9	1,15	1,15	1,15	1,13	1,18
99	143	36	108	3,0	3,8	1,15	1,15	1,15	1,12	1,17
109	132	33	99	2,5	3,7	1,14	1,14	1,14	1,12	1,17
119	120	30	90	2,0	3,5	1,14	1,14	1,14	1,12	1,17

Tabell M 35. 15. Tall, Södra Sverige, icke planterad.  $H_{100} = 12$ .  $L\ 5\ G\ 10, 5$ .  $qs = 1,0$ 

Jämför produktionstabell P 53.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
55	89	14	75	—	1,6	1,35	1,36	1,35	—	1,35
60	90	14	75	3,0	1,7	1,33	1,35	1,33	1,26	1,34
65	89	14	75	2,8	1,8	1,32	1,33	1,32	1,26	1,33
70	89	14	75	2,8	1,9	1,31	1,32	1,30	1,26	1,32
75	88	14	74	2,6	1,9	1,29	1,31	1,29	1,24	1,31
80	88	14	74	2,7	2,0	1,28	1,29	1,28	1,24	1,31
85	87	14	73	2,6	2,0	1,27	1,28	1,27	1,23	1,30
90	86	13	72	2,5	2,0	1,27	1,28	1,27	1,23	1,30
95	84	13	71	2,4	2,1	1,26	1,27	1,26	1,23	1,29
100	83	13	70	2,4	2,1	1,25	1,26	1,25	1,21	1,29
105	81	13	68	2,2	2,1	1,25	1,25	1,25	1,23	1,28
110	79	12	66	2,1	2,1	1,24	1,25	1,24	1,23	1,28
115	76	12	65	2,0	2,1	1,24	1,24	1,24	1,19	1,28
120	74	11	62	1,8	2,1	1,23	1,23	1,23	1,19	1,27
125	71	11	60	1,7	2,0	1,23	1,23	1,23	1,21	1,27
130	67	10	57	1,5	2,0	1,22	1,23	1,22	1,20	1,27
135	64	10	54	1,4	2,0	1,22	1,22	1,22	1,20	1,27

Tabell M 35. 16. Tall, Södra Sverige, icke planterad.  $H_{100} = 20$ . L 5 G 10, 5.  $q_s = 1,0$   
Jämför produktionstabell P 56.

Ålder	Volym på bark, m <sup>3</sup>					Barkkvoter mellan volym på och under bark				
	före gallr.	gallr.	efter gallr.	årlig löpande tillväxt	årlig medel-tillväxt	före gallr.	gallr.	efter gallr.	årlig löpande tillväxt	årlig medel-tillväxt
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
31	89	14	75	—	2,9	1,35	1,36	1,35	—	1,35
36	101	16	85	5,2	3,2	1,32	1,33	1,31	1,23	1,32
41	110	17	93	5,0	3,4	1,29	1,30	1,29	1,22	1,30
46	120	19	101	5,3	3,6	1,27	1,28	1,27	1,22	1,29
51	126	20	106	5,1	3,8	1,26	1,27	1,26	1,21	1,28
56	131	21	110	5,0	3,9	1,24	1,25	1,24	1,20	1,27
61	135	21	114	4,9	4,0	1,23	1,24	1,23	1,20	1,26
66	137	21	116	4,7	4,0	1,23	1,23	1,22	1,19	1,25
71	138	22	116	4,5	4,0	1,22	1,22	1,22	1,20	1,25
76	139	22	117	4,5	4,1	1,21	1,22	1,21	1,18	1,24
81	138	22	116	4,1	4,1	1,21	1,21	1,21	1,18	1,24
86	136	21	115	4,0	4,1	1,20	1,20	1,20	1,15	1,24
91	133	21	113	3,7	4,1	1,19	1,20	1,19	1,17	1,23
96	130	20	110	3,5	4,0	1,19	1,19	1,19	1,17	1,23
101	126	20	106	3,2	4,0	1,19	1,19	1,19	1,17	1,23
106	121	19	103	3,0	3,9	1,18	1,19	1,18	1,16	1,22
111	116	18	98	2,6	3,9	1,18	1,18	1,18	1,15	1,22

Tabell M 35. 17. Tall, Södra Sverige, icke planterad.  $H_{100} = 28$ . L 5 G 10, 5.  $q_s = 1,0$   
Jämför produktionstabell P 61.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
23	89	14	76	—	3,9	1,35	1,36	1,35	—	1,35
28	113	18	95	7,5	4,5	1,30	1,31	1,30	1,22	1,31
33	134	21	113	7,7	5,0	1,27	1,28	1,27	1,20	1,28
38	151	24	127	7,8	5,4	1,25	1,26	1,25	1,19	1,26
43	167	26	141	8,0	5,7	1,23	1,24	1,23	1,19	1,25
48	180	28	151	7,7	5,9	1,22	1,23	1,22	1,18	1,24
53	189	30	159	7,7	6,1	1,21	1,22	1,21	1,18	1,23
58	197	31	166	7,5	6,2	1,20	1,21	1,20	1,18	1,23
63	202	32	170	7,3	6,3	1,20	1,20	1,20	1,18	1,22
68	205	32	172	6,9	6,3	1,19	1,20	1,19	1,16	1,22
73	206	33	173	6,6	6,3	1,19	1,19	1,19	1,17	1,22
78	205	32	172	6,3	6,3	1,18	1,19	1,18	1,17	1,21
83	201	31	170	5,8	6,3	1,18	1,18	1,18	1,16	1,21
88	197	31	166	5,5	6,3	1,18	1,18	1,17	1,15	1,21
93	191	30	161	5,0	6,2	1,17	1,17	1,17	1,15	1,20
98	184	28	156	4,6	6,1	1,17	1,17	1,17	1,14	1,20
103	177	27	149	4,2	6,0	1,17	1,17	1,16	1,15	1,20

Tabell M 35. 18. Gran, Södra Sverige, planterad.  $H_{100} = 16$ .  $L 5$   $G 10$ , 5.  $qs = 1,0$   
Jämför produktionstabell P 87.

Ålder	Volym på bark, m <sup>3</sup>					Barkkvoter mellan volym på och under bark				
	före gallr.	gallr.	efter gallr.	årlig löpande tillväxt	årlig medel-tillväxt	före gallr.	gallr.	efter gallr.	årlig löpande tillväxt	årlig medel-tillväxt
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
33	75	11	63	—	2,3	1,16	1,17	1,16	—	1,17
38	92	14	78	5,7	2,7	1,16	1,16	1,16	1,14	1,16
43	105	16	89	5,4	3,0	1,15	1,16	1,15	1,13	1,15
48	115	18	98	5,3	3,3	1,15	1,15	1,14	1,13	1,15
53	124	19	105	5,2	3,4	1,14	1,15	1,14	1,13	1,15
58	131	20	110	5,1	3,6	1,14	1,14	1,14	1,13	1,15
63	135	21	114	4,9	3,7	1,14	1,14	1,13	1,12	1,14
68	138	21	117	4,8	3,8	1,13	1,14	1,13	1,13	1,14
73	140	22	119	4,8	3,8	1,13	1,13	1,13	1,12	1,14
78	141	22	119	4,5	3,9	1,13	1,13	1,13	1,11	1,14
83	141	22	119	4,4	3,9	1,13	1,13	1,13	1,13	1,14
88	140	22	118	4,2	3,9	1,12	1,13	1,12	1,11	1,13
93	138	21	117	3,9	3,9	1,12	1,12	1,12	1,11	1,13
98	135	21	114	3,7	3,9	1,12	1,12	1,12	1,11	1,13
103	132	20	111	3,5	3,9	1,12	1,12	1,12	1,11	1,13
108	127	20	107	3,1	3,9	1,12	1,12	1,12	1,11	1,13
113	122	19	103	2,9	3,8	1,12	1,12	1,12	1,11	1,13

Tabell M 35. 19. Gran, Södra Sverige, planterad.  $H_{100} = 24$ .  $L 5$   $G 10$ , 5.  $qs = 1,0$   
Jämför produktionstabell P 89.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
22	74	11	63	—	3,4	1,17	1,17	1,16	—	1,17
27	111	17	95	9,7	4,5	1,15	1,16	1,15	1,14	1,16
32	142	21	120	9,4	5,3	1,15	1,15	1,15	1,14	1,15
37	169	26	143	9,7	5,9	1,14	1,15	1,14	1,13	1,15
42	191	29	161	9,5	6,3	1,14	1,14	1,14	1,13	1,14
47	209	32	177	9,5	6,7	1,13	1,14	1,13	1,12	1,14
52	223	34	189	9,3	6,9	1,13	1,13	1,13	1,13	1,14
57	235	37	199	9,3	7,1	1,13	1,13	1,13	1,12	1,14
62	243	38	205	8,8	7,3	1,13	1,13	1,13	1,13	1,13
67	247	38	209	8,5	7,4	1,12	1,13	1,12	1,10	1,13
72	250	39	211	8,3	7,4	1,12	1,12	1,12	1,12	1,13
77	251	39	211	7,9	7,5	1,12	1,12	1,12	1,11	1,13
82	248	39	210	7,4	7,4	1,12	1,12	1,12	1,11	1,13
87	245	38	206	7,0	7,4	1,12	1,12	1,12	1,11	1,13
92	238	37	201	6,3	7,4	1,11	1,12	1,11	1,10	1,13
97	231	36	195	6,0	7,3	1,11	1,11	1,11	1,11	1,13
102	222	35	187	5,3	7,2	1,11	1,11	1,11	1,11	1,12

Tabell M 35. 20. Gran, Södra Sverige, planterad.  $H_{100} = 32$ .  $L\ 5\ G\ 10, 5$ .  $qs = 1,0$ 

Jämför produktionstabell P 94.

Ålder	Volym på bark, m <sup>3</sup>					Barkkvoter mellan volym på och under bark				
	före gallr.	gallr.	efter gallr.	årlig löpande tillväxt	årlig medeltillväxt	före gallr.	gallr.	efter gallr.	årlig löpande tillväxt	årlig medeltillväxt
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
18	76	11	64	—	4,2	1,16	1,17	1,16	—	1,16
23	132	20	112	13,5	6,2	1,15	1,16	1,15	1,14	1,15
28	181	27	154	13,8	7,6	1,14	1,15	1,14	1,14	1,15
33	225	34	191	14,2	8,6	1,14	1,14	1,14	1,13	1,14
38	266	41	225	14,9	9,4	1,13	1,14	1,13	1,12	1,14
43	299	46	253	14,9	10,1	1,13	1,13	1,13	1,13	1,14
48	326	51	276	14,7	10,6	1,13	1,13	1,13	1,12	1,13
53	348	55	294	14,5	10,9	1,13	1,13	1,13	1,12	1,13
58	364	57	307	14,1	11,2	1,12	1,13	1,12	1,11	1,13
63	375	59	317	13,5	11,4	1,12	1,12	1,12	1,11	1,13
68	382	60	322	13,2	11,5	1,12	1,12	1,12	1,11	1,13
73	384	60	324	12,3	11,6	1,12	1,12	1,12	1,11	1,13
78	382	60	322	11,6	11,6	1,12	1,12	1,12	1,11	1,13
83	376	59	317	10,8	11,5	1,11	1,12	1,11	1,10	1,12
88	367	57	310	10,0	11,4	1,11	1,11	1,11	1,10	1,12
93	356	55	301	9,3	11,3	1,11	1,11	1,11	1,11	1,12
98	342	54	289	8,3	11,2	1,11	1,11	1,11	1,10	1,12
103	326	50	276	7,4	11,0	1,11	1,11	1,11	1,10	1,12



## XII. FUNKTIONER

## Funktioner. Register.

	Sid.
F 1.1—F 1.6 Tall, Norra Sverige .....	313
F 3.1—F 3.6 Tall, Södra Sverige .....	314
F 5.4—F 5.6 Gran, Norra Sverige .....	314
F 8.1—F 8.6 Gran, Södra Sverige .....	315

## Beteckningar.

$\sigma$	= medelavvikelse i cm
$S$	= stamantal per hektar
$Ms$	= medeldiameter i cm
$p_5$	= medeldiameterens tillväxtprocent för 5 år
$w = S Ms$	= diametersumman på bark per hektar före första gallringen i meter
$z + t$	= ålder
$E$	= antal år efter första gallringen
$Seb$	= stamantal per hektar efter gallringen vid periodens början
$Meb$	= medeldiameter efter gallringen vid periodens början i cm
$K$	= se kap. 22, formel 22.2.1
$h_{3\sigma}$	= övre höjd i meter
$B$	= barkens dubbla tjocklek i cm
$F$	= formkvot, förhållandet mellan diametrarna vid 60 resp. 20 procent av trädets höjd.
$h$	= höjd över marken i meter
$d$	= brösthöjdsdiameter på bark resp. under bark i cm
$f$	= formtal under bark



Tabell F 1. Tall, Norra Sverige, icke planterad.

Variabler	Koefficienter	$\varepsilon \%$	$\frac{\sum x_0}{N}$	Spridningar			
				$\sigma_s$ före första gallr.		S	
				absolut	%	absolut	%
Vid utgångsläget							
F I. 1. Medelavvikelsen $\sigma_s$ . Funktion: $x_0 = a + b_2 x_2$							
$x_0 = \log \sigma_s$	$a = + 0,1183$	31,2	0,6378	0,1255	19,68		
$x_2 = \log M_s$	$b_2 = + 0,5059$	7,5				0,07394	11,59
F I. 2. Stamantalet S. Funktion: $x_0 = a + b_2 x_2$							
$x_0 = \log S$	$a = + 5,106$	1,4	3,408	0,3575	10,49		
$x_2 = \log M_s$	$b_2 = - 1,654$	4,0				0,1304	3,83
Beståndsutveckling							
F I. 3. Medeldiameterns tillväxtprocent $p_5$ för 5 år. Funktion: $x_0 = a + b_2 x_2 + \dots + b_7 x_7$							
$x_0 = \log p_5$	$a = + 4,216$	10,4	0,6454	0,1836	28,45		
$x_2 = \log w$	$b_2 = + 0,6737$	8,1					
$x_3 = \log (z+t)$	$b_3 = - 0,5925$	10,8					
$x_4 = \frac{1}{E+30}$	$b_4 = - 122,4$	26,5					
$x_5 = \frac{\log(E+30)}{E+30}$	$b_5 = + 106,9$	26,3					
$x_6 = \log(Seb+1000)$	$b_6 = - 1,791$	6,4					
$x_7 = \frac{1}{Meb+3}$	$b_7 = + 12,06$	6,7				0,1012	15,68
F I. 4. Höjdtillväxten. Funktion: $x_0 = a + b_2 x_2$							
$x_0 = K = b(h_{3\sigma} - 1,3)^{\frac{1}{2}}$	$a = + 0,7718$	1,7	0,8377	0,02811	3,36		
$x_2 = h_{3\sigma}$	$b_2 = + 0,003472$	20,0				0,02415	2,88
F I. 5. Barkens dubbla tjocklek B. Funktion: $x_0 = a + b_2 x_2$							
$x_0 = \log B + 1$	$a = + 0,1082$	1,4	1,244	0,2078	16,71		
$x_2 = \log (d pb)$	$b_2 = + 0,9441$	0,13				0,01234	0,99
F I. 6. Formkvoten. Funktion: $x_0 = a + b_2 x_2 + b_3 x_3 + b_4 x_4$							
$x_0 = F$	$a = + 0,2931$	4,9	0,7214	0,05229	7,25		
$x_2 = h$	$b_2 = + 0,006690$	5,4					
$x_3 = d ub$	$b_3 = - 0,001384$	16,4					
$x_4 = f$	$b_4 = + 0,6348$	3,4				0,04259	5,90

Tabell F 3. Tall, Södra Sverige, icke planterad.

Variabler	Koefficienter	$\varepsilon \%$	$\frac{\sum x_0}{N}$	Spridningar			
				$\sigma_s$ före första gallr.		S	
				absolut	%	absolut	%
Vid utgångsläget							
F 3. 1. Medelavvikelsen $\sigma_s$ . Funktion: $x_0 = a + b_2 x_2$							
$x_0 = \log \sigma_s$	$a = 0$ (villkor)	—	0,6048	0,1249	20,65		
$x_2 = \log Ms$	$b_2 = + 0,5644$	1,1				0,05330	8,81
F 3. 2. Stamantalet S. Funktion: $x_0 = a + b_2 x_2$							
$x_0 = \log S$	$a = + 5,179$	1,2	3,368	0,3632	10,78		
$x_2 = \log Ms$	$b_2 = - 1,691$	3,5				0,09909	2,94
Beståndsutveckling							
F 3. 3. Medeldiameters tillväxtprocent $p_5$ för 5 år. Funktion: $x_0 = a + b_2 x_2 + b_3 x_3 + \dots + b_6 x_6$							
$x_0 = \log p_5$	$a = + 5,712$	6,5	0,7841	0,2019	25,75		
$x_2 = \log w$	$b_2 = + 0,3941$	14,8					
$x_3 = \log (z + t)$	$b_3 = - 0,6819$	8,9					
$x_4 = E$	$b_4 = - 0,003613$	34,3					
$x_5 = \log (Seb + 600)$	$b_5 = - 1,723$	6,7					
$x_6 = \frac{1}{Meb + 3}$	$b_6 = + 16,58$	5,9				0,08946	11,41
F 3. 4. Höjdtillväxten. Funktion: $x_0 = a + b_2 x_2$							
$x_0 = K = b(h_{3\sigma} - 1,3)^{\frac{1}{2}}$	$a = + 0,7281$	2,7	0,8429	0,03794	4,50		
$x_2 = h_{3\sigma}$	$b_2 = + 0,006299$	16,9				0,02905	3,45
F 3. 5. Barkens dubbla tjocklek B. Funktion: $x_0 = a + b_2 x_2$							
$x_0 = \log B + 1$	$a = + 0,1167$	1,4	1,392	0,2559	18,38		
$x_2 = \log (d pb)$	$b_2 = + 1,020$	0,13				0,01582	1,14
F 3. 6. Formkvoten. Funktion: $x_0 = a + b_2 x_2 + b_3 x_3 + b_4 x_4$							
$x_0 = F$	$a = + 0,3718$	3,1	0,7216	0,05567	7,72		
$x_2 = h$	$b_2 = + 0,008742$	3,4					
$x_3 = d ub$	$b_3 = - 0,003263$	6,6					
$x_4 = f$	$b_4 = + 0,4929$	3,7				0,04314	5,98

Tabell F 5. Gran, Norra Sverige, icke planterad

Utgångsläge och diametertillväxt se metodbilagan M 31.							
<b>F 5. 4. Höjdtillväxten se Tall, Norra Sverige. Fi.4</b>							
<b>F 5. 5. Barkens dubbla tjocklek B. Funktion: <math>x_0 = a + b_2 x_2</math></b>							
$x_0 = \log B + 1 \dots$	$a = +0,1078$	2,8	1,088	0,1992	18,30		
$x_2 = \log (d pb) \dots$	$b_2 = +0,8105$	0,30				0,02252	2,07
<b>F 5. 6. Formkvoten. Funktion: <math>a + b_2 x_2 + b_3 x_3 + b_4 x_4</math></b>							
$x_0 = F$	$a = +0,2385$	6,7	0,6484	0,07837	12,09		
$x_2 = h$	$b_2 = +0,01046$	3,3					
$x_3 = d ub$	$b_3 = -0,004407$	5,8					
$x_4 = f$	$b_4 = +0,6532$	3,8				0,04716	7,27

Tabell F 8. Gran, Södra Sverige, planterad

Variabler	Koefficienter	$\varepsilon \%$	$\frac{\sum x_0}{N}$	Spridningar			
				$\sigma_s$ före första gallr.		S	
				absolut	%	absolut	%

Vid utgångsläget

F 8. 1. Medelavvikelsen  $\sigma_s$ . Funktion:  $x_0 = a + b_2 x_2$

$x_0 = \log \sigma_s$	$a = 0$ (villkor)	—	0,5626	0,1060	18,83		
$x_2 = \log Ms$	$b_2 = + 0,5419$	1,6				0,07746	13,77

F 8. 2. Stamantalet S.

I. För  $Ms \geq 9$ . Funktion:  $x_0 = a + b_2 x_2$

$x_0 = \log S$	$a = + 5,245$	1,4	3,569	0,2216	6,21		
$x_2 = \log Ms$	$b_2 = - 1,613$	4,3				0,07511	2,10

II. För  $Ms < 9$ . Funktion:  $x_0 = \alpha + \beta x_2$

$x_0 = \log (7000 - S)$	$\alpha = + 1,633$						
$x_2 = \log (Ms - 4)$	$\beta = + 2,363$						

Beståndsutveckling

F 8. 3. Medeldiameterns tillväxtprocent  $p_5$  för 5 år. Funktion:  $x_0 = a + b_2 x_2 + b_3 x_3 + \dots + b_6 x_6$

$x_0 = \log p_5$	$a = + 5,628$	9,1	0,9166	0,1544	16,85		
$x_2 = \log w$	$b_2 = + 0,6970$	14,0					
$x_3 = \log (z + t)$	$b_3 = - 0,9404$	15,9					
$x_4 = E$	$b_4 = - 0,004580$	34,7					
$x_5 = \log (Seb + 500)$	$b_5 = - 1,721$	6,2					
$x_6 = \frac{I}{Meb + 3}$	$b_6 = + 14,84$	8,0				0,09636	10,51

F 8. 4. Höjdtillväxten. Funktion:  $x_0 = a + b_2 x_2$

$x_0 = K = b(h_3 \sigma - 1,3)^{\frac{1}{3}}$	$a = + 0,8347$	1,9	0,8924	0,02540	2,85		
$x_2 = h_3 \sigma$	$b_2 = + 0,002807$	27,4				0,02365	2,65

F 8. 5. Barkens dubbla tjocklek B. Funktion:  $a + b_2 x_2$

$x_0 = \log B + 1$	$a = 0$ (villkor)	—	0,9921	0,1778	17,92		
$x_2 = \log (d pb)$	$b_2 = + 0,8062$	0,044				0,02173	2,19

F 8. 6. Formkvoten. Funktion:  $x_0 = a + b_2 x_2 + b_3 x_3 + b_4 x_4$

$x_0 = F$	$a = + 0,2094$	5,6	0,6814	0,05986	8,79		
$x_2 = h$	$b_2 = + 0,008591$	3,3					
$x_3 = d ub$	$b_3 = - 0,003157$	7,4					
$x_4 = f$	$b_4 = + 0,7385$	2,6				0,03980	5,84



### XIII. HJÄLPTABELLER

## Hjälpstabeller. Register.

	Sid.
H 1    Differensen $\chi = \left(\frac{1}{1,3}\right)^{\frac{1}{2}} - \left(\frac{1}{h}\right)^{\frac{1}{2}}$ .....	319
H 2    Differensen $\chi = \left(\frac{1}{1,3}\right)^{\frac{1}{3}} - \left(\frac{1}{h}\right)^{\frac{1}{3}}$ .....	320
H 3 a   Bonitering enligt övre höjden med ledning av beståndsåldern .....	321
H 3 b   Bonitering enligt medelgrundytans höjd .....	322
H 4    Bonitering enligt övre höjden med ledning av antalet årsringar vid brösthöjd .....	323
H 5    Strukturfaktorer i stympade fördelningar .....	325
H 6    Stamantalskvoten $\frac{I_2}{I_1}$ för låggallringsmoment med olika $u'$ .....	325
H 7    Normaltabell för låggallringsmoment. $\varphi$ -utveckling .....	326
H 8    Normaltabell för låggallringsmoment. Relativa stamantal .....	328
H 9    Normaltabell för genomgallringsmoment .....	346
H 10   Konstanterna $A'$ och $B$ i höjdkurvan .....	348

Tabell H I. Differensen  $\chi = \left(\frac{I}{I,3}\right)^{\frac{1}{2}} - \left(\frac{I}{\bar{h}}\right)^{\frac{1}{2}}$ 

Höjd meter	Tiondelar av höjden									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	—	—2,2856	—1,3591	—0,9488	—0,7040	—0,5372	—0,4140	—0,3182	—0,2411	—0,1771
1	—0,1230	—0,0765	—0,0359	± 0 0000	+ 0,0318	+ 0,0605	+ 0,0864	+ 0,1100	+ 0,1316	+ 0,1515
2	+ 0,1699	+ 0,1869	+ 0,2028	+ 0,2176	2315	2445	2568	2684	2794	2898
3	2996	3090	3180	3265	3347	3425	3499	3571	3640	3706
4	3770	3831	3890	3948	4003	4056	4107	4157	4206	4252
5	4298	4342	4385	4426	4467	4506	4544	4581	4618	4653
6	4687	4721	4754	4786	4817	4848	4877	4907	4935	4963
7	4990	5017	5043	5069	5094	5119	5143	5166	5189	5212
8	5234	5256	5278	5299	5320	5340	5360	5380	5399	5418
9	5437	5455	5473	5491	5508	5526	5543	5559	5576	5592
10	5608	5623	5639	5654	5670	5684	5699	5713	5727	5741
11	5755	5768	5782	5795	5808	5821	5834	5846	5859	5871
12	5883	5895	5907	5919	5930	5942	5953	5964	5975	5986
13	5996	6007	6018	6028	6038	6048	6058	6068	6078	6088
14	6097	6107	6116	6126	6135	6144	6153	6162	6171	6179
15	6188	6197	6205	6214	6222	6230	6238	6246	6254	6262
16	6270	6278	6285	6293	6301	6308	6316	6323	6330	6337
17	6345	6352	6359	6366	6373	6380	6386	6393	6400	6406
18	6413	6419	6426	6432	6439	6445	6451	6458	6464	6470
19	6476	6482	6488	6494	6500	6505	6511	6517	6523	6528
20	6534	6539	6545	6551	6556	6561	6567	6572	6577	6583
21	6588	6593	6598	6603	6608	6613	6619	6623	6628	6633
22	6638	6643	6648	6652	6657	6662	6667	6671	6676	6680
23	6685	6689	6694	6698	6703	6707	6712	6716	6720	6725
24	6729	6733	6737	6742	6746	6750	6754	6758	6762	6766
25	6770	6774	6778	6782	6786	6790	6794	6798	6801	6805
26	6809	6813	6816	6820	6824	6827	6831	6835	6838	6842
27	6845	6849	6852	6856	6860	6863	6867	6870	6874	6877
28	6880	6884	6887	6890	6893	6897	6900	6903	6907	6910
29	6913	6916	6920	6923	6926	6929	6932	6935	6938	6941
30	6944	6947	6950	6953	6956	6959	6962	6965	6968	6971
31	6974	6977	6980	6983	6986	6988	6991	6994	6997	6999
32	7002	7005	7008	7010	7013	7016	7019	7021	7024	7027
33	7029	7032	7034	7037	7040	7042	7045	7047	7050	7052
34	7055	7058	7060	7063	7065	7068	7070	7072	7075	7077
35	7080	7082	7085	7087	7089	7092	7094	7096	7099	7101
36	7103	7106	7108	7110	7112	7115	7117	7119	7121	7124
37	7126	7128	7130	7133	7135	7137	7139	7141	7143	7146
38	7148	7150	7152	7154	7156	7158	7160	7163	7165	7167
39	7169	7171	7173	7175	7177	7179	7181	7183	7185	7187
40	7189	7191	7193	7195	7197	7199	7201	7203	7204	7206
41	7208	7210	7212	7214	7216	7218	7220	7222	7223	7225
42	7227	7229	7231	7232	7234	7236	7238	7240	7241	7243
43	7245	7247	7249	7250	7252	7254	7256	7257	7259	7261
44	7262	7264	7266	7268	7269	7271	7273	7274	7276	7278

Tabell H 2. Differensen  $\chi = \left(\frac{1}{1,3}\right)^{\frac{1}{3}} - \left(\frac{1}{h}\right)^{\frac{1}{3}}$ 

Höjd meter	Tiondelar av höjden									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	—	— 1,2376	— 0,7934	— 0,5773	— 0,4406	— 0,3433	— 0,2691	— 0,2097	— 0,1606	— 0,1191
1	— 0,0834	— 0,0521	— 0,0244	± 0 0000	+ 0,0227	+ 0,0430	+ 0,0616	+ 0,0787	+ 0,0945	+ 0,1092
2	+ 0,1229	+ 0,1357	+ 0,1477	+ 0,1590	1697	1798	1894	1985	2071	2154
3	2232	2308	2380	2449	2516	2580	2641	2701	2758	2813
4	2866	2918	2968	3016	3063	3109	3153	3196	3238	3278
5	3318	3356	3394	3430	3466	3501	3535	3568	3600	3632
6	3663	3693	3723	3752	3780	3808	3835	3862	3888	3913
7	3938	3963	3987	4011	4034	4057	4080	4102	4124	4145
8	4166	4187	4207	4227	4247	4266	4285	4304	4322	4341
9	4358	4376	4394	4411	4428	4444	4461	4477	4493	4509
10	4524	4540	4555	4570	4585	4599	4614	4628	4642	4656
11	4670	4683	4696	4710	4723	4736	4748	4761	4774	4786
12	4798	4810	4822	4834	4846	4857	4869	4880	4891	4902
13	4913	4924	4935	4945	4956	4966	4977	4987	4997	5007
14	5017	5027	5036	5046	5056	5065	5074	5084	5093	5102
15	5111	5120	5129	5138	5147	5155	5164	5172	5181	5189
16	5197	5206	5214	5222	5230	5238	5246	5254	5262	5269
17	5277	5284	5292	5299	5307	5314	5322	5329	5336	5343
18	5350	5357	5364	5371	5378	5385	5392	5399	5405	5412
19	5418	5425	5431	5438	5444	5451	5457	5463	5470	5476
20	5482	5488	5494	5500	5506	5512	5518	5524	5530	5536
21	5541	5547	5553	5558	5564	5570	5576	5581	5586	5592
22	5597	5603	5608	5613	5619	5624	5629	5634	5639	5645
23	5650	5655	5660	5665	5670	5675	5680	5685	5690	5694
24	5699	5704	5709	5714	5718	5723	5728	5732	5737	5741
25	5746	5751	5755	5760	5764	5768	5773	5777	5782	5786
26	5790	5795	5799	5803	5808	5812	5816	5820	5824	5828
27	5833	5837	5841	5845	5849	5853	5857	5861	5865	5869
28	5873	5877	5881	5884	5888	5892	5896	5900	5904	5907
29	5911	5915	5919	5922	5926	5930	5933	5937	5941	5944
30	5948	5951	5955	5958	5962	5965	5969	5972	5976	5979
31	5983	5986	5989	5993	5996	6000	6003	6006	6010	6013
32	6016	6019	6023	6026	6029	6032	6036	6039	6042	6045
33	6048	6051	6055	6058	6061	6064	6067	6070	6073	6076
34	6079	6082	6085	6088	6091	6094	6097	6100	6103	6106
35	6109	6112	6115	6118	6120	6123	6126	6129	6132	6135
36	6137	6140	6143	6146	6149	6151	6154	6157	6160	6162
37	6165	6168	6170	6173	6176	6178	6181	6184	6186	6189
38	6192	6194	6197	6199	6202	6204	6207	6210	6212	6215
39	6217	6220	6222	6225	6227	6230	6232	6235	6237	6240
40	6242	6245	6247	6249	6251	6254	6256	6259	6261	6264
41	6266	6268	6271	6273	6275	6277	6280	6282	6285	6287
42	6289	6292	6294	6296	6298	6301	6303	6305	6307	6309
43	6312	6314	6316	6318	6320	6323	6325	6327	6329	6331
44	6333	6336	6338	6340	6342	6344	6346	6348	6350	6352



Tabell H 3 a. Bonitering enligt övre höjden med ledning av beståndsåldern.

$h_{100}$	Övre höjd i meter vid beståndsålder														
	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150
<b>Tall, Norra Sverige, <i>icke planterad</i></b>															
12	0,43	1,7	3,4	5,0	6,5	7,9	9,1	10,2	11,1	12,0	12,8	13,5	14,1	14,6	15,2
16	0,59	2,4	4,6	6,7	8,8	10,6	12,2	13,6	14,9	16,0	17,0	17,9	18,8	19,5	20,2
20	0,74	3,0	5,7	8,4	10,9	13,2	15,2	17,0	18,6	20,0	21,3	22,4	23,4	24,4	25,2
24	0,87	3,5	6,8	10,1	13,1	15,8	18,2	20,4	22,3	24,0	25,5	26,9	28,1	29,3	30,3
28	1,0	4,0	7,8	11,6	15,2	18,4	21,2	23,7	26,0	28,0	29,8	31,5	32,9	34,3	35,5
32	1,1	4,5	8,8	13,2	17,2	20,8	24,1	27,0	29,7	32,0	34,1	36,0	37,7	39,2	40,6
<b>Tall, Norra Sverige, <i>planterad</i></b>															
12	0,94	3,0	4,9	6,5	7,9	9,0	10,0	10,7	11,4	12,0	12,5	12,9	13,3	13,7	14,0
16	1,3	4,0	6,6	8,8	10,6	12,1	13,3	14,3	15,2	16,0	16,7	17,3	17,8	18,2	18,6
20	1,6	4,9	8,2	10,9	13,2	15,0	16,6	17,9	19,0	20,0	20,8	21,6	22,2	22,8	23,3
24	1,8	5,8	9,7	13,0	15,7	18,0	19,9	21,5	22,8	24,0	25,0	25,9	26,7	27,4	28,0
28	2,1	6,7	11,2	15,1	18,3	20,9	23,1	25,0	26,6	28,0	29,2	30,2	31,2	32,0	32,8
32	2,3	7,5	12,7	17,1	20,7	23,8	26,4	28,5	30,4	32,0	33,4	34,6	35,7	36,7	37,5
<b>Tall, Södra Sverige, <i>icke planterad</i></b>															
12	0,69	2,4	4,3	5,9	7,4	8,6	9,6	10,5	11,3	12,0	12,6	13,1	13,6	14,0	14,4
16	1,0	3,5	6,0	8,2	10,1	11,7	13,0	14,2	15,1	16,0	16,8	17,4	18,0	18,5	19,0
20	1,4	4,5	7,7	10,5	12,8	14,8	16,4	17,8	19,0	20,0	20,9	21,7	22,4	23,0	23,6
24	1,7	5,6	9,5	12,8	15,6	17,8	19,8	21,4	22,8	24,0	25,0	26,0	26,8	27,5	28,1
28	2,1	6,7	11,2	15,1	18,3	20,9	23,1	25,0	26,6	28,0	29,2	30,3	31,2	32,0	32,8
32	2,4	7,7	12,9	17,3	21,0	24,0	26,5	28,6	30,4	32,0	33,4	34,5	35,6	36,5	37,4
36	2,8	8,8	14,6	19,6	23,7	27,0	29,9	32,3	34,3	36,0	37,5	38,9	40,0	41,1	42,0
40	3,1	9,8	16,3	21,8	26,3	30,1	33,2	35,8	38,1	40,0	41,7	43,2	44,5	45,6	46,7
<b>Tall, Södra Sverige, <i>planterad</i></b>															
12	1,4	3,8	5,8	7,3	8,6	9,6	10,3	11,0	11,5	12,0	12,4	12,7	13,0	13,3	13,5
16	2,0	5,3	8,0	10,0	11,6	12,9	13,9	14,7	15,4	16,0	16,5	16,9	17,3	17,7	17,9
20	2,6	6,8	10,2	12,7	14,7	16,2	17,4	18,4	19,3	20,0	20,6	21,1	21,6	22,0	22,3
24	3,2	8,3	12,4	15,4	17,7	19,5	21,0	22,2	23,2	24,0	24,7	25,3	25,8	26,3	26,7
28	3,8	9,8	14,6	18,1	20,8	22,9	24,6	25,9	27,0	28,0	28,8	29,5	30,1	30,7	31,2
32	4,4	11,3	16,7	20,8	23,8	26,2	28,1	29,6	30,9	32,0	32,9	33,7	34,4	35,0	35,5
36	5,0	12,8	18,9	23,4	26,8	29,5	31,6	33,4	34,8	36,0	37,1	37,9	38,7	39,4	40,0
40	5,6	14,2	21,0	26,0	29,8	32,8	35,2	37,1	38,7	40,0	41,1	42,1	43,0	43,7	44,4
<b>Gran, Norra Sverige, <i>icke planterad</i></b>															
12	0,23	1,1	2,3	3,8	5,3	6,8	8,2	9,6	10,8	12,0	13,1	14,1	15,0	15,8	16,6
16	0,28	1,4	3,0	4,9	7,0	9,0	10,9	12,7	14,4	16,0	17,5	18,9	20,2	21,3	22,4
20	0,32	1,6	3,6	6,0	8,5	11,0	13,4	15,7	17,9	20,0	21,9	23,7	25,4	26,9	28,4
24	0,36	1,8	4,1	6,9	9,9	12,9	15,9	18,8	21,4	24,0	26,4	28,6	30,7	32,7	34,5
28	0,38	2,0	4,6	7,8	11,3	14,8	18,3	21,7	24,9	28,0	30,9	33,6	36,2	38,6	40,8
<b>Gran, Norra Sverige, <i>planterad</i></b>															
12	0,55	2,1	3,8	5,5	6,9	8,2	9,4	10,4	11,2	12,0	12,7	13,3	13,8	14,3	14,7
16	0,67	2,6	4,9	7,1	9,1	10,8	12,4	13,7	14,9	16,0	17,0	17,8	18,6	19,3	19,9
20	0,78	3,1	5,8	8,6	11,1	13,3	15,3	17,1	18,6	20,0	21,2	22,3	23,3	24,2	25,0
24	0,86	3,5	6,7	10,0	13,0	15,8	18,2	20,4	22,3	24,0	25,5	26,9	28,2	29,3	30,3
28	0,93	3,9	7,6	11,3	14,9	18,1	21,0	23,6	25,9	28,0	29,9	31,6	33,1	34,5	35,7

Forts. Tabell H 3 a.

$h_{100}$	Övre höjd i meter vid beståndsålder											
	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
<b>Gran, Södra Sverige, <i>icke planterad</i></b>												
12	0,56	2,1	3,8	5,5	7,0	8,3	9,4	10,4	11,2	12,0	12,7	13,3
16	0,80	2,9	5,3	7,5	9,5	11,2	12,7	13,9	15,0	16,0	16,9	17,6
20	1,0	3,8	6,8	9,5	12,0	14,1	15,9	17,4	18,8	20,0	21,0	22,0
24	1,3	4,6	8,2	11,5	14,4	16,9	19,1	21,0	22,6	24,0	25,2	26,3
28	1,5	5,3	9,6	13,5	16,9	19,8	22,3	24,5	26,3	28,0	29,5	30,8
32	1,7	6,1	10,9	15,4	19,2	22,6	25,5	27,9	30,1	32,0	33,7	35,2
36	1,9	6,8	12,2	17,2	21,6	25,4	28,6	31,4	33,9	36,0	37,9	39,6
40	2,1	7,5	13,5	19,1	23,9	28,1	31,8	34,9	37,6	40,0	42,1	44,0
<b>Gran, Södra Sverige, <i>planterad</i></b>												
12	1,2	3,4	5,4	7,0	8,3	9,3	10,2	10,9	11,5	12,0	12,4	12,8
16	1,6	4,6	7,3	9,5	11,2	12,5	13,6	14,6	15,3	16,0	16,6	17,1
20	2,1	5,9	9,2	11,9	14,0	15,7	17,1	18,2	19,2	20,0	20,7	21,3
24	2,5	7,1	11,1	14,3	16,8	18,9	20,5	21,9	23,0	24,0	24,8	25,6
28	2,9	8,3	13,0	16,7	19,7	22,0	23,9	25,5	26,9	28,0	29,0	29,8
32	3,3	9,4	14,8	19,1	22,4	25,1	27,3	29,2	30,7	32,0	33,1	34,1
36	3,7	10,6	16,6	21,4	25,2	28,3	30,8	32,8	34,5	36,0	37,3	38,4
40	4,0	11,6	18,3	23,7	27,9	31,3	34,1	36,4	38,3	40,0	41,4	42,7

Tabell H 3 b. Bonitering enligt medelgrundytans höjd.

$h_{100}$	Medelgrundytans höjd i meter vid beståndsålder														
	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150
<b>Tall, Norra Sverige, <i>icke planterad</i></b>															
12							6,3	7,5	8,5	9,6	10,6	11,5	12,3	13,0	13,7
16					5,9	7,5	9,2	10,7	12,2	13,5	14,8	15,9	17,0	17,9	
20				5,5	7,6	9,8	11,9	13,9	15,8	17,4	19,0	20,3	21,5		
24				6,9	9,5	12,1	14,6	17,1	19,3	21,3	23,0	24,7	26,2		
28			5,1	8,0	11,3	14,5	17,5	20,2	22,9	25,2	27,3	29,3	31,0		
<b>Tall, Södra Sverige, <i>icke planterad</i></b>															
12					5,8	6,9	8,0	9,0	9,9	10,7	11,4	12,1			
16				5,4	7,1	8,7	10,2	11,7	12,8	14,0	15,0				
20				7,3	9,5	11,7	13,6	15,3	16,8	18,0	19,2				
24			6,4	9,3	12,1	14,6	17,0	18,9	20,6	22,1					
28			7,7	11,3	14,7	17,7	20,3	22,6	24,6	26,3					
32		5,0	9,1	13,4	17,3	20,9	23,9	26,5	28,7	30,6					
<b>Gran, Södra Sverige, <i>planterad</i></b>															
12					5,7	6,8	7,8	8,7	9,5	10,2	10,8	11,4			
16				6,7	8,4	9,8	11,2	12,3	13,3	14,2	14,9				
20			6,4	8,8	10,9	12,8	14,4	15,8	17,0	18,1					
24			7,9	10,9	13,4	15,8	17,6	19,4	20,7	22,0					
28		5,6	9,4	12,9	16,1	18,7	20,9	22,8	24,6	25,9					
32		6,4	10,9	15,1	18,6	21,7	24,3	26,5	28,4	30,0					

**Tabell H 4. Bonitering enligt övre höjden med ledning av antalet årsringar vid brösthöjd.**

$h_{100}$	Övre höjd i meter vid nedanstående antal årsringar														
	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150
<b>Tall, Norra Sverige, <i>icke planterad</i></b>															
12	2,9	4,5	6,1	7,5	8,7	9,9	10,9	11,7	12,5	13,3	13,9	14,5	15,0	15,5	15,9
16	3,3	5,6	7,7	9,6	11,3	12,8	14,2	15,4	16,5	17,5	18,3	19,1	19,8	20,5	21,1
20	3,8	6,5	9,2	11,6	13,8	15,8	17,5	19,0	20,4	21,6	22,7	23,7	24,6	25,4	26,2
24	4,1	7,5	10,7	13,6	16,3	18,7	20,8	22,6	24,3	25,8	27,2	28,4	29,5	30,5	31,4
28	4,5	8,3	12,1	15,6	18,7	21,5	24,0	26,3	28,2	30,0	31,6	33,1	34,4	35,6	36,7
32	4,8	9,1	13,5	17,5	21,1	24,4	27,3	29,9	32,2	34,2	36,1	37,8	39,3	40,7	42,0
<b>Tall, Norra Sverige, <i>planterad</i></b>															
12	3,3	5,2	6,8	8,1	9,2	10,1	10,9	11,5	12,1	12,6	13,0	13,4	13,7	14,0	14,3
16	4,0	6,6	8,8	10,6	12,1	13,3	14,4	15,2	16,0	16,7	17,3	17,8	18,2	18,6	19,0
20	4,6	7,9	10,7	13,0	14,9	16,5	17,8	18,9	19,9	20,7	21,5	22,1	22,7	23,2	23,7
24	5,2	9,1	12,5	15,3	17,7	19,6	21,2	22,6	23,8	24,9	25,8	26,6	27,3	27,9	28,5
28	5,7	10,3	14,3	17,7	20,4	22,7	24,7	26,3	27,7	29,0	30,0	31,0	31,9	32,6	33,3
32	6,2	11,4	16,0	19,9	23,1	25,8	28,0	30,0	31,6	33,0	34,3	35,4	36,4	37,3	38,1
<b>Tall, Södra Sverige, <i>icke planterad</i></b>															
12	3,1	4,9	6,5	7,9	9,0	10,0	10,9	11,6	12,2	12,8	13,3	13,8	14,2	14,5	14,9
16	3,8	6,3	8,5	10,3	11,9	13,2	14,3	15,3	16,1	16,8	17,5	18,1	18,6	19,1	19,5
20	4,4	7,6	10,4	12,7	14,7	16,3	17,7	18,9	20,0	20,9	21,7	22,3	23,0	23,6	24,1
24	5,1	9,0	12,4	15,2	17,6	19,5	21,2	22,6	23,9	24,9	25,8	26,7	27,4	28,1	28,7
28	5,7	10,3	14,3	17,7	20,4	22,7	24,7	26,3	27,7	29,0	30,0	31,0	31,9	32,6	33,3
32	6,3	11,6	16,2	20,1	23,2	25,9	28,1	30,0	31,6	33,0	34,2	35,3	36,3	37,2	37,9
36	6,8	12,9	18,1	22,5	26,1	29,0	31,6	33,7	35,5	37,1	38,5	39,7	40,8	41,8	42,6
40	7,4	14,1	20,0	24,8	28,8	32,2	35,0	37,3	39,4	41,1	42,7	44,0	45,2	46,3	47,3
<b>Tall, Södra Sverige, <i>planterad</i></b>															
12	3,7	5,7	7,3	8,5	9,5	10,3	11,0	11,5	12,0	12,4	12,7	13,0	13,3	13,5	13,7
16	4,6	7,5	9,6	11,3	12,6	13,7	14,6	15,3	15,9	16,4	16,9	17,2	17,6	17,9	18,2
20	5,5	9,2	12,0	14,1	15,8	17,1	18,1	19,0	19,8	20,4	20,9	21,4	21,8	22,2	22,5
24	6,4	10,9	14,3	16,9	18,9	20,5	21,7	22,8	23,7	24,4	25,1	25,6	26,1	26,6	27,0
28	7,3	12,6	16,6	19,7	22,0	23,9	25,3	26,6	27,6	28,5	29,2	29,9	30,4	31,0	31,4
32	8,1	14,3	18,9	22,4	25,1	27,2	28,9	30,3	31,5	32,5	33,3	34,1	34,7	35,3	35,8
36	8,9	15,9	21,2	25,2	28,2	30,6	32,5	34,1	35,4	36,5	37,5	38,3	39,1	39,7	40,3
40	9,7	17,6	23,5	27,9	31,3	33,9	36,1	37,8	39,3	40,6	41,6	42,5	43,3	44,1	44,7
<b>Gran, Norra Sverige, <i>icke planterad</i></b>															
12	2,6	4,1	5,6	7,1	8,5	9,8	11,1	12,2	13,3	14,2	15,2	16,0	16,8	17,5	18,2
16	2,9	4,9	6,9	8,9	10,8	12,6	14,4	15,9	17,4	18,8	20,1	21,3	22,4	23,5	24,4
20	3,2	5,5	8,0	10,5	13,0	15,3	17,6	19,6	21,6	23,4	25,1	26,7	28,1	29,5	30,8
24	3,4	6,1	9,1	12,1	15,1	18,0	20,7	23,3	25,7	28,0	30,2	32,2	34,0	35,8	37,4
28	3,6	6,7	10,1	13,6	17,1	20,6	23,9	27,0	29,9	32,7	35,3	37,8	40,1	42,2	44,3
<b>Gran, Norra Sverige, <i>planterad</i></b>															
12	3,0	4,7	6,3	7,7	8,9	9,9	10,8	11,6	12,4	13,0	13,6	14,1	14,6	15,0	15,3
16	3,4	5,7	7,8	9,7	11,4	12,9	14,2	15,3	16,4	17,3	18,1	18,8	19,5	20,1	20,6
20	3,8	6,6	9,3	11,7	13,9	15,8	17,5	19,0	20,3	21,5	22,6	23,6	24,5	25,2	26,0
24	4,1	7,4	10,6	13,6	16,3	18,7	20,8	22,7	24,3	25,8	27,2	28,4	29,5	30,6	31,5
28	4,4	8,2	11,9	15,4	18,6	21,5	24,0	26,3	28,3	30,1	31,8	33,3	34,7	35,9	37,1

Forts.

Forts. Tabell H 4.

$h_{100}$	Övre höjd i meter vid nedanstående antal årsringar											
	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
<b>Gran, Södra Sverige, <i>icke planterad</i></b>												
12	3,0	4,7	6,3	7,7	8,9	9,9	10,8	11,6	12,4	13,0	13,5	14,1
16	3,6	5,9	8,1	10,0	11,6	13,0	14,2	15,3	16,3	17,1	17,8	18,5
20	4,1	7,1	9,8	12,2	14,3	16,1	17,6	18,9	20,1	21,1	22,1	22,9
24	4,6	8,2	11,6	14,5	17,0	19,1	21,0	22,6	24,0	25,3	26,4	27,4
28	5,1	9,3	13,2	16,7	19,6	22,1	24,3	26,2	27,9	29,4	30,7	31,9
32	5,5	10,4	14,9	18,8	22,2	25,1	27,7	29,9	31,8	33,5	35,0	36,3
36	5,9	11,4	16,5	20,9	24,8	28,1	31,0	33,5	35,7	37,6	39,3	40,8
40	6,3	12,4	18,0	23,0	27,4	31,1	34,3	37,1	39,5	41,7	43,6	45,3
<b>Gran, Södra Sverige, <i>planterad</i></b>												
12	3,5	5,5	7,1	8,4	9,4	10,2	10,9	11,5	12,0	12,5	12,8	13,2
16	4,3	7,0	9,2	11,0	12,4	13,5	14,5	15,3	15,9	16,5	17,0	17,5
20	5,1	8,6	11,4	13,6	15,3	16,8	18,0	19,0	19,8	20,5	21,2	21,7
24	5,8	10,0	13,5	16,2	18,3	20,1	21,5	22,7	23,7	24,6	25,3	26,0
28	6,5	11,5	15,5	18,7	21,3	23,3	25,0	26,4	27,6	28,7	29,6	30,3
32	7,1	12,9	17,6	21,2	24,2	26,6	28,5	30,1	31,5	32,7	33,7	34,6
36	7,7	14,2	19,5	23,7	27,1	29,8	32,0	33,9	35,4	36,8	38,0	39,0
40	8,3	15,6	21,5	26,2	29,9	32,9	35,4	37,5	39,3	40,8	42,1	43,3

Tabell H 5. Strukturfaktorer i stympade fördelningar.

$\varphi$	$i$	$F(\varphi)$	$M'$	$\sigma'$	$\frac{M'}{\sigma'}$	$\varphi$	$i$	$F(\varphi)$	$M'$	$\sigma'$	$\frac{M'}{\sigma'}$
$> 6,0$		1,0	—	0,9866	—						
6,0	— 3,0	1,0	3,0	0,9866	3,0408	3,0	$\pm 0$	0,50000	0,79116	0,5894	1,3423
5,9	— 2,9	0,99948	2,90153	0,9846	2,9471	2,9	+ 0,1	0,46006	0,75550	0,5707	1,3239
5,8	— 2,8	0,99879	2,80350	0,9820	2,8548	2,8	0,2	0,42053	0,72184	0,5523	1,3071
5,7	— 2,7	0,99788	2,70602	0,9789	2,7642	2,7	0,3	0,38177	0,69006	0,5342	1,2918
5,6	— 2,6	0,99668	2,60921	0,9752	2,6756	2,6	0,4	0,34416	0,66005	0,5165	1,2780
5,5	— 2,5	0,99513	2,51320	0,9707	2,5890	2,5	0,5	0,30802	0,63167	0,4991	1,2656
5,4	— 2,4	0,99313	2,41814	0,9654	2,5048	2,4	0,6	0,27364	0,60480	0,4820	1,2546
5,3	— 2,3	0,99060	2,32419	0,9592	2,4231	2,3	0,7	0,24126	0,57932	0,4653	1,2451
5,2	— 2,2	0,98741	2,23152	0,9520	2,3441	2,2	0,8	0,21108	0,55512	0,4488	1,2369
5,1	— 2,1	0,98344	2,14033	0,9437	2,2679	2,1	0,9	0,18320	0,53207	0,4326	1,2301
5,0	— 2,0	0,97854	2,05078	0,9344	2,1947	2,0	1,0	0,15773	0,51005	0,4165	1,2247
4,9	— 1,9	0,97256	1,96308	0,9240	2,1245	1,9	1,1	0,13468	0,48894	0,4005	1,2208
4,8	— 1,8	0,96533	1,87740	0,9125	2,0575	1,8	1,2	0,11403	0,46861	0,3846	1,2184
4,7	— 1,7	0,95667	1,79393	0,8998	1,9937	1,7	1,3	0,09571	0,44893	0,3687	1,2177
4,6	— 1,6	0,94641	1,71282	0,8861	1,9330	1,6	1,4	0,07962	0,42976	0,3526	1,2188
4,5	— 1,5	0,93437	1,63423	0,8713	1,8756	1,5	1,5	0,06563	0,41095	0,3364	1,2218
4,4	— 1,4	0,92038	1,55829	0,8556	1,8212	1,4	1,6	0,05359	0,39233	0,3198	1,2269
4,3	— 1,3	0,90429	1,48510	0,8390	1,7700	1,3	1,7	0,04333	0,37373	0,3028	1,2343
4,2	— 1,2	0,88597	1,41476	0,8216	1,7219	1,2	1,8	0,03467	0,35493	0,2852	1,2444
4,1	— 1,1	0,86532	1,34731	0,8036	1,6766	1,1	1,9	0,02744	0,33571	0,2670	1,2571
4,0	— 1,0	0,84227	1,28279	0,7849	1,6342	1,0	2,0	0,02146	0,31582	0,2480	1,2733
3,9	— 0,9	0,81680	1,22121	0,7658	1,5946	0,9	2,1	0,01656	0,29497	0,2281	1,2931
3,8	— 0,8	0,78892	1,16256	0,7464	1,5576	0,8	2,2	0,01259	0,27283	0,2072	1,3169
3,7	— 0,7	0,75874	1,10680	0,7267	1,5231	0,7	2,3	0,00940	0,24903	0,1851	1,3454
3,6	— 0,6	0,72636	1,05388	0,7068	1,4910	0,6	2,4	0,00687	0,22319	0,1618	1,3791
3,5	— 0,5	0,69198	1,00373	0,6870	1,4611	0,5	2,5	0,00487	0,19487	0,1374	1,4186
3,4	— 0,4	0,65584	0,95627	0,6671	1,4335	0,4	2,6	0,00332	0,16361	0,1117	1,4647
3,3	— 0,3	0,61823	0,91138	0,6474	1,4078	0,3	2,7	0,00212	0,12894	0,0849	1,5182
3,2	— 0,2	0,57947	0,86898	0,6278	1,3842	0,2	2,8	0,00121	0,09040	0,0572	1,5799
3,1	— 0,1	0,53994	0,82894	0,6085	1,3624	0,1	2,9	0,00052	0,04755	0,0288	1,6509

Tabell H 6. Stamantalskvoten  $\frac{I_2}{I_1}$  för låggallringsmoment med olika  $u'$ .

$u'$	$\frac{I_2}{I_1}$	$u'$	$\frac{I_2}{I_1}$	$u'$	$\frac{I_2}{I_1}$	$u'$	$\frac{I_2}{I_1}$
1,00	1,00000	0,85	0,59015	0,70	0,31639	0,55	0,14893
0,99	0,96786	0,84	56799	0,69	30225	0,54	14081
0,98	93645	0,83	54643	0,68	28858	0,53	13303
0,97	90576	0,82	52545	0,67	27536	0,52	12556
0,96	87576	0,81	50505	0,66	26258	0,51	11841
						0,50	11157
0,95	84647	0,80	48523	0,65	25024		
0,94	81787	0,79	46596	0,64	23833		
0,93	78995	0,78	44725	0,63	22684		
0,92	76271	0,77	42908	0,62	21576		
0,91	73613	0,76	41145	0,61	20508		
0,90	71021	0,75	39434	0,60	19479		
0,89	68493	0,74	37775	0,59	18489		
0,88	66030	0,73	36167	0,58	17536		
0,87	63630	0,72	34609	0,57	16620		
0,86	61292	0,71	33100	0,56	15739		

Tabell H 7. Normaltabell för

n	$\varphi_0 = 3$								
	$p'$								
	1			3			5		
	$\varphi$	$u'$	$P(u')$	$\varphi$	$u'$	$P(u')$	$\varphi$	$u'$	$P(u')$
I	3,0000	0,9766	0,9766	3,0000	0,9359	0,9359	3,0000	0,8991	0,8991
2	3,0718	9785	9556	3,2055	9466	8859	3,3366	9230	8299
3	3,1394	9801	9366	3,3863	9546	8457	3,6151	9379	7784
4	3,2031	9815	9193	3,5473	9606	8124	3,8543	9481	7380
5	3,2635	9827	9033	3,6928	9653	7842	4,0653	9551	7048
6	3,3210	9838	8887	3,8255	9690	7599	4,2563	9602	6768
7	3,3757	9848	8752	3,9479	9719	7386	4,4327	9640	6524
8	3,4278	9857	8627	4,0620	9743	7196	4,5981	9671	6310
9	3,4775	9866	8511	4,1691	9763	7025	4,7545	9696	6118
10	3,5247	9874	8404	4,2703	9779	6870	4,9036	9716	5944
11	3,5697	9882	8305	4,3668	9793	6728	5,0469	9731	5784
12	3,6123	9889	8213	4,4591	9805	6597	5,1864	9743	5636
13	3,6528	9895	8127	4,5478	9815	6475	5,3232	9753	5497
14	3,6916	9900	8045	4,6335	9824	6361	5,4580	9762	5366
15	3,7289	9905	7969	4,7165	9832	6254	5,5911	9770	5242
16	3,7647	9910	7897	4,7971	9839	6153	5,7227	9777	5125
17	3,7989	9914	7829	4,8756	9845	6058	5,8532	9783	5014
18	3,8319	9918	7765	4,9524	9850	5967	5,9830	9788	4908
19	3,8636	9921	7703	5,0278	9855	5880	6,1126	9793	4806
20	3,8944	9924	7645	5,1018	9859	5797	6,2418	9797	4709
21	3,9242	—	—	5,1748	—	—	6,3711	—	—
$\varphi_0 = 5$									
I	5,0000	0,9930	0,9930	5,0000	0,9794	0,9794	5,0000	0,9659	0,9659
2	5,0353	9933	9863	5,1052	9806	9604	5,1764	9682	9352
3	5,0695	9936	9800	5,2062	9817	9428	5,3466	9702	9073
4	5,1021	9939	9740	5,3032	9826	9264	5,5109	9719	8818
5	5,1334	9942	9684	5,3971	9832	9109	5,6705	9733	8583
6	5,1633	9943	9629	5,4893	9838	8961	5,8258	9744	8363
7	5,1929	9944	9575	5,5797	9843	8820	5,9789	9753	8156
8	5,2221	9945	9522	5,6687	9848	8686	6,1303	9762	7962
9	5,2510	9946	9471	5,7562	9853	8559	6,2798	9769	7778
10	5,2795	9947	9420	5,8421	9857	8436	6,4283	9776	7604
11	5,3076	9948	9372	5,9269	9861	8319	6,5756	9781	7437
12	5,3353	9949	9324	6,0104	9864	8206	6,7228	9786	7278
13	5,3626	9950	9277	6,0933	9867	8097	6,8698	9791	7126
14	5,3895	9951	9232	6,1754	9870	7991	7,0164	9795	6980
15	5,4160	9952	9188	6,2567	9873	7890	7,1632	9799	6840
16	5,4421	9953	9144	6,3372	9876	7792	7,3101	9802	6704
17	5,4678	9954	9102	6,4168	9878	7697	7,4578	9805	6574
18	5,4931	9955	9061	6,4961	9880	7605	7,6061	9808	6447
19	5,5179	9956	9022	6,5750	9882	7515	7,7550	9811	6326
20	5,5423	9957	8983	6,6535	9883	7427	7,9044	9814	6208
21	5,5662	—	—	6,7323	—	—	8,0542	—	—

lågallringsmoment.  $\varphi$ -utveckling.

n	$\varphi_0 = 4$								
	$p'$								
	1			3			5		
	$\varphi$	$u'$	$P(u')$	$\varphi$	$u'$	$P(u')$	$\varphi$	$u'$	$P(u')$
I	4,0000	0,9891	0,9891	4,0000	0,9680	0,9680	4,0000	0,9483	0,9483
2	4,0442	9897	9789	4,1323	9712	9401	4,2182	9549	9055
3	4,0863	9903	9694	4,2548	9737	9154	4,4174	9600	8693
4	4,1263	9909	9606	4,3696	9757	8932	4,6015	9636	8376
5	4,1642	9912	9521	4,4784	9774	8730	4,7753	9666	8097
6	4,2012	9915	9440	4,5820	9789	8546	4,9403	9691	7847
7	4,2372	9918	9363	4,6808	9802	8376	5,0978	9711	7620
8	4,2722	9921	9289	4,7754	9812	8219	5,2495	9726	7411
9	4,3062	9924	9218	4,8669	9820	8071	5,3974	9738	7217
10	4,3392	9927	9151	4,9561	9828	7932	5,5426	9749	7036
11	4,3711	9929	9086	5,0428	9834	7800	5,6853	9758	6865
12	4,4024	9931	9023	5,1279	9840	7676	5,8263	9766	6705
13	4,4330	9933	8963	5,2113	9845	7557	5,9659	9773	6553
14	4,4629	9935	8905	5,2933	9850	7443	6,1045	9779	6408
15	4,4921	9937	8848	5,3739	9854	7335	6,2425	9785	6270
16	4,5206	9939	8794	5,4535	9858	7231	6,3797	9790	6138
17	4,5483	9941	8743	5,5321	9862	7131	6,5165	9794	6012
18	4,5753	9943	8693	5,6095	9866	7035	6,6536	9798	5890
19	4,6015	9945	8645	5,6857	9870	6944	6,7908	9802	5774
20	4,6269	9947	8599	5,7606	9874	6856	6,9280	9806	5662
21	4,6516	—	—	5,8341	—	—	7,0651	—	—
$\varphi_0 = 6$									
I	6,0000	0,9945	0,9945	6,0000	0,9837	0,9837	6,0000	0,9729	0,9729
2	6,0332	9947	9893	6,0995	9842	9681	6,1669	9742	9478
3	6,0651	9949	9842	6,1974	9847	9533	6,3303	9752	9243
4	6,0962	9950	9793	6,2937	9851	9391	6,4916	9760	9021
5	6,1268	9951	9745	6,3889	9855	9255	6,6514	9768	8811
6	6,1570	9952	9698	6,4829	9859	9125	6,8094	9775	8613
7	6,1867	9953	9653	6,5756	9862	8999	6,9661	9782	8425
8	6,2159	9954	9608	6,6676	9865	8877	7,1213	9787	8246
9	6,2446	9955	9565	6,7588	9868	8760	7,2763	9791	8074
10	6,2728	9956	9523	6,8492	9871	8647	7,4316	9795	7908
11	6,3005	9957	9482	6,9387	9874	8538	7,5871	9799	7749
12	6,3277	9958	9442	7,0272	9876	8432	7,7427	9803	7597
13	6,3544	9959	9404	7,1154	9878	8330	7,8983	9806	7449
14	6,3806	9960	9366	7,2033	9880	8230	8,0546	9809	7307
15	6,4062	9961	9329	7,2908	9882	8132	8,2114	9811	7169
16	6,4313	9961	9293	7,3779	9884	8038	8,3696	9813	7035
17	6,4565	9961	9257	7,4645	9885	7946	8,5291	9815	6905
18	6,4818	9961	9221	7,5513	9886	7855	8,6899	9817	6778
19	6,5072	9961	9185	7,6384	9887	7766	8,8519	9819	6656
20	6,5327	9961	9149	7,7257	9888	7679	9,0151	9821	6536
21	6,5583	—	—	7,8132	—	—	9,1794	—	—

Tabell H 8. Normaltabell för låggallringsmoment. Relativa stamantal.  $\varphi_0 = 3$ . Program L 1.

$\varphi$ -klass nr	I	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Summa
$\varphi_0$	3,00	2,75	2,50	2,25	2,00	1,75	1,50	1,25	1,00	0,75	0,50	0,25	
n	Stamantal vid utgångsläget												
	1 979,5	1 860,1	1 642,6	1 363,1	1 063,0	779,0	536,4	347,1	211,1	120,6	64,8	32,7	10 000,0
	Stamantal efter gallring												
1	1 888,3	1 801,7	1 610,1	1 349,2	1 058,7	778,4	536,2	346,0	209,2	118,6	62,9	31,3	9 790,6
2	1 800,5	1 744,2	1 578,6	1 335,0	1 054,0	777,7	536,1	345,3	207,7	116,8	61,3	30,1	9 587,3
3	1 717,2	1 688,3	1 547,0	1 319,6	1 049,1	777,0	536,4	344,7	206,4	115,2	59,9	29,0	9 389,8
4	1 637,4	1 633,1	1 514,4	1 303,9	1 043,9	775,8	536,1	344,0	205,2	113,8	58,6	28,0	9 194,2
5	1 559,1	1 578,7	1 480,4	1 287,4	1 036,8	774,2	535,8	343,5	204,1	112,4	57,3	27,1	8 996,8
6	1 487,7	1 527,5	1 449,7	1 272,0	1 031,6	773,4	536,0	343,4	203,4	111,3	56,3	26,4	8 818,7
7	1 419,2	1 478,0	1 418,7	1 256,4	1 025,5	772,3	536,2	343,1	202,6	110,4	55,4	25,7	8 643,5
8	1 353,4	1 428,5	1 387,1	1 239,2	1 018,5	769,8	535,7	342,8	201,9	109,4	54,5	25,0	8 465,8
9	1 292,1	1 382,2	1 357,6	1 223,2	1 011,9	768,5	535,9	342,7	201,2	108,5	53,7	24,4	8 301,9
10	1 235,4	1 338,3	1 328,8	1 208,1	1 005,8	766,9	535,9	342,8	200,8	107,8	53,0	23,9	8 147,5
11	1 181,0	1 296,1	1 300,5	1 191,9	998,8	765,0	535,6	342,6	200,4	107,1	52,3	23,4	7 994,7
12	1 130,5	1 256,0	1 272,7	1 176,5	991,9	762,9	535,2	342,5	199,9	106,5	51,7	22,9	7 849,2
13	1 083,9	1 219,1	1 247,4	1 162,4	986,5	761,6	535,4	342,9	199,7	106,0	51,2	22,5	7 718,6
14	1 038,3	1 181,4	1 220,8	1 147,1	978,6	759,0	535,0	342,4	199,3	105,4	50,6	22,1	7 580,0
15	996,4	1 146,6	1 197,0	1 132,7	972,5	757,2	535,0	342,6	199,0	104,9	50,2	21,7	7 455,8
16	957,6	1 113,7	1 173,7	1 119,3	966,6	755,5	534,9	342,8	198,9	104,5	49,7	21,4	7 338,6
17	919,9	1 082,0	1 150,6	1 105,2	959,9	753,5	534,7	342,8	198,6	104,1	49,3	21,1	7 221,7
18	885,1	1 051,8	1 128,6	1 092,3	953,7	751,8	534,6	342,9	198,6	103,8	48,9	20,8	7 112,9
19	851,2	1 022,8	1 106,5	1 078,6	947,5	749,4	534,2	343,1	198,4	103,4	48,5	20,5	7 004,1
20	819,3	994,2	1 085,2	1 065,7	940,8	747,2	533,8	342,9	198,1	103,1	48,2	20,3	6 898,8



Tabell H 8. Normaltabell för låggallringsmoment. Relativa stamantal.  $\varphi_0 = 3$ . Program L 3.

$\varphi$ -klass nr	I	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Summa
$\varphi'_0$	3,00	2,75	2,50	2,25	2,00	1,75	1,50	1,25	1,00	0,75	0,50	0,25	
n	Stamantal vid utgångsläget												
	1 979,5	1 860,1	1 642,6	1 363,1	1 063,0	779,0	536,4	347,1	211,1	120,6	64,8	32,7	10 000,0
	Stamantal efter gallring												
1	1 713,4	1 685,7	1 545,3	1 318,6	1 048,7	776,8	536,2	344,5	206,3	115,1	59,8	28,9	9 379,3
2	1 474,0	1 517,5	1 443,7	1 268,9	1 030,5	772,9	536,0	343,4	203,2	111,1	56,1	26,2	8 783,5
3	1 263,6	1 360,5	1 343,1	1 215,7	1 009,0	767,9	535,9	342,7	201,0	108,2	53,3	24,1	8 225,0
4	1 082,2	1 217,6	1 246,3	1 161,6	985,9	761,3	535,3	342,7	199,6	105,9	51,2	22,5	7 712,1
5	927,6	1 088,6	1 155,3	1 108,4	961,5	754,0	534,9	342,9	198,8	104,2	49,4	21,2	7 246,8
6	794,7	972,5	1 068,8	1 055,3	936,0	745,4	533,7	343,1	198,1	102,8	47,9	20,1	6 818,4
7	681,5	868,5	988,2	1 003,6	910,1	736,6	532,3	343,4	197,7	101,7	46,7	19,1	6 429,4
8	584,7	775,7	913,5	953,9	884,2	727,3	531,0	343,8	197,5	100,8	45,6	18,3	6 076,3
9	502,3	692,8	843,7	905,9	858,6	717,5	529,3	344,3	197,6	100,1	44,7	17,6	5 754,4
10	430,9	618,2	778,1	859,1	832,1	707,0	527,0	344,5	197,7	99,5	43,9	17,0	5 455,0
11	370,1	551,8	717,7	814,5	806,4	696,3	524,9	345,0	197,8	99,0	43,2	16,5	5 183,2
12	317,4	491,8	660,9	771,0	780,2	685,1	522,0	345,1	198,0	98,6	42,6	15,9	4 928,6
13	272,3	438,1	608,7	729,5	754,6	673,8	519,4	345,3	198,3	98,2	42,0	15,5	4 695,7
14	233,5	390,3	559,7	689,7	729,2	662,1	516,4	345,5	198,6	97,9	41,5	15,1	4 479,5
15	200,1	347,1	514,6	651,3	704,6	650,4	513,2	345,7	198,9	97,8	41,0	14,7	4 279,4
16	171,2	308,4	472,1	614,3	679,1	638,0	509,3	345,5	199,2	97,5	40,6	14,4	4 089,6
17	146,3	273,9	433,1	579,2	654,8	625,8	505,7	345,5	199,6	97,4	40,2	14,0	3 915,5
18	124,9	242,7	396,6	545,3	630,5	613,3	501,8	345,4	199,9	97,3	39,9	13,7	3 751,3
19	106,4	214,8	362,7	512,8	606,6	600,6	497,5	345,1	200,2	97,3	39,5	13,4	3 596,9
20	90,6	190,0	331,5	482,0	583,6	588,1	493,6	345,0	200,8	97,3	39,3	13,2	3 455,0

Tabell H 8. Normaltabell för låggallringsmoment. Relativa stamantal.  $\varphi_0 = 3$ . Program L 5.

φ-klass nr	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Summa
φ'₀	3,00	2,75	2,50	2,25	2,00	1,75	1,50	1,25	1,00	0,75	0,50	0,25	
n	Stamantal vid utgångsläget												
	1 979,5	1 860,1	1 642,6	1 363,1	1 063,0	779,0	536,4	347,1	211,1	120,6	64,8	32,7	10 000,0
	Stamantal efter gallring												
1	1 539,1	1 564,8	1 472,1	1 283,5	1 035,6	774,3	535,9	343,4	203,8	112,1	57,1	26,9	8 948,6
2	1 178,7	1 294,2	1 299,5	1 191,7	999,3	765,3	535,9	343,0	200,4	107,1	52,3	23,3	7 990,7
3	895,0	1 060,6	1 134,7	1 095,8	955,4	751,8	534,5	342,9	198,5	103,8	49,0	20,9	7 142,9
4	678,9	866,0	986,7	1 003,1	910,1	736,8	532,7	343,7	197,9	101,7	46,7	19,1	6 423,4
5	513,1	704,1	853,0	912,6	862,0	718,7	529,4	344,2	197,6	100,2	44,8	17,7	5 797,4
6	386,9	570,5	735,0	827,5	814,0	699,5	525,7	345,0	197,8	99,2	43,4	16,6	5 261,1
7	290,3	459,6	629,8	746,4	765,0	678,2	520,3	345,2	198,1	98,3	42,2	15,7	4 789,1
8	217,1	369,4	538,2	671,5	717,6	656,8	514,9	345,5	198,7	97,9	41,3	14,9	4 383,8
9	161,8	295,5	457,8	601,5	670,7	633,7	508,1	345,6	199,3	97,5	40,5	14,2	4 026,2
10	119,9	235,2	387,6	536,8	624,4	609,9	500,7	345,3	200,0	97,3	39,8	13,7	3 710,6
11	88,2	186,1	326,7	477,1	579,6	585,9	492,8	344,8	200,8	97,2	39,2	13,1	3 431,5
12	64,4	146,2	273,6	421,9	536,1	561,1	484,2	344,2	201,6	97,3	38,7	12,7	3 182,0
13	46,5	113,8	227,4	370,8	493,5	535,6	474,5	343,1	202,3	97,4	38,3	12,3	2 955,5
14	33,2	87,9	188,0	324,4	452,6	510,2	464,6	341,8	203,2	97,6	37,9	11,9	2 753,3
15	23,5	67,3	154,0	282,0	412,9	483,8	453,4	339,9	203,9	97,8	37,5	11,5	2 567,5
16	16,5	51,1	125,5	244,0	375,6	457,9	442,2	338,1	204,8	98,2	37,3	11,2	2 402,4
17	11,4	38,5	101,4	209,8	340,0	431,8	430,1	335,8	205,4	98,6	37,1	10,9	2 250,8
18	6,9	28,6	81,3	179,1	306,1	405,8	417,4	333,0	206,1	98,9	36,8	10,6	2 110,6
19	3,8	21,1	64,6	151,9	274,1	379,9	403,9	329,7	206,5	99,3	36,6	10,4	1 981,8
20	1,7	15,4	50,9	128,0	244,5	354,6	390,5	326,4	207,2	99,9	36,5	10,1	1 865,7

Tabell H 8. Normaltabell för låggallringsmoment. Relativa stamantal.  $\varphi_0 = 4$ . Program L 1.

$\varphi$ -klass nr	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	Summa
$\varphi'_0$	4,00	3,75	3,50	3,25	3,00	2,75	2,50	2,25	2,00	1,75	1,50	1,25	1,00	0,75	0,50	0,25	
n	Stamantal vid utgångsläget																10 000,0
	809,2	975,1	1 104,2	1 175,1	1 175,1	1 104,2	975,1	809,2	631,0	462,4	318,5	206,1	125,3	71,6	38,5	19,4	
	Stamantal efter gallring																
1	759,7	926,7	1 061,4	1 140,1	1 150,1	1 088,3	966,1	805,4	629,9	462,1	318,3	205,7	124,8	71,0	37,9	19,0	9 766,5
2	714,6	882,4	1 021,3	1 107,9	1 126,2	1 073,0	958,0	801,3	628,8	462,1	318,3	205,5	124,3	70,5	37,5	18,7	9 550,4
3	673,1	841,1	983,6	1 076,7	1 103,2	1 058,0	949,7	797,6	627,5	461,9	318,2	205,2	123,9	70,0	37,0	18,3	9 345,0
4	635,4	802,5	948,4	1 046,8	1 081,2	1 043,5	941,2	794,2	626,3	461,7	318,2	205,0	123,5	69,5	36,6	18,0	9 152,0
5	600,4	767,2	914,8	1 019,4	1 060,5	1 029,6	934,1	791,1	625,5	461,6	318,2	205,0	123,2	69,1	36,2	17,7	8 973,6
6	566,5	731,7	882,0	990,5	1 038,1	1 014,9	924,9	786,3	623,4	461,1	318,1	204,5	122,7	68,7	35,8	17,4	8 786,6
7	535,8	699,6	851,1	964,5	1 018,5	1 001,3	917,4	782,9	622,5	461,1	318,1	204,5	122,5	68,3	35,5	17,2	8 620,8
8	506,8	669,0	821,2	938,8	998,0	987,5	909,5	779,0	621,1	461,0	318,1	204,4	122,2	68,0	35,2	16,9	8 456,7
9	479,8	639,7	793,0	913,7	978,5	974,1	901,3	775,3	619,7	460,6	318,1	204,2	121,9	67,6	34,9	16,7	8 299,1
10	454,8	612,7	766,5	890,4	960,2	961,5	894,1	771,6	618,7	460,6	318,3	204,2	121,7	67,3	34,6	16,5	8 153,7
11	431,2	586,7	740,6	867,3	942,0	948,6	886,2	768,4	617,6	460,3	318,3	204,2	121,5	67,0	34,3	16,3	8 010,5
12	408,6	561,4	715,4	844,0	923,2	935,4	877,9	763,9	615,7	459,6	318,1	204,0	121,2	66,7	34,0	16,1	7 865,2
13	387,5	538,3	691,4	822,4	905,8	922,8	870,4	760,2	614,2	459,5	318,1	204,0	121,0	66,4	33,8	15,9	7 731,7
14	367,9	515,5	668,5	801,1	888,3	910,1	862,9	756,2	612,5	459,1	318,1	203,9	120,7	66,2	33,5	15,7	7 600,2
15	349,2	494,5	646,5	781,1	871,3	898,1	855,5	752,2	611,1	458,8	318,0	203,8	120,6	65,9	33,3	15,5	7 475,4
16	331,9	474,1	625,5	761,1	854,6	886,1	847,6	748,0	609,7	458,3	318,0	203,6	120,4	65,6	33,0	15,3	7 352,8
17	315,8	455,4	605,7	742,4	839,5	874,5	840,7	744,8	608,2	458,1	318,0	203,6	120,2	65,4	32,8	15,2	7 240,3
18	300,7	437,6	586,6	724,4	823,9	863,3	833,2	740,7	606,8	457,8	318,1	203,6	120,0	65,2	32,6	15,0	7 129,5
19	286,5	420,7	568,4	707,1	809,4	852,5	826,5	737,3	605,2	457,4	318,1	203,6	119,9	65,0	32,4	14,9	7 024,9
20	273,2	404,6	551,4	690,2	794,8	841,8	819,3	733,4	603,7	457,0	318,1	203,4	119,8	64,8	32,2	14,7	6 922,4

Tabell H 8. Normaltabell för låggallringsmoment. Relativa stamantal.  $\varphi_0 = 4$ . Program L 3.

$\varphi$ -klass nr	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	Summa
$\varphi'_0$	4,00	3,75	3,50	3,25	3,00	2,75	2,50	2,25	2,00	1,75	1,50	1,25	1,00	0,75	0,50	0,25	
	Stamantal vid utgångsläget																
	809,2	975,1	1 104,2	1 175,1	1 175,1	1 104,2	975,1	809,2	631,0	462,4	318,5	206,1	125,3	71,6	38,5	19,4	10 000,0
n	Stamantal efter gallring																
1	667,1	834,7	978,0	1 072,1	1 099,4	1 055,8	948,5	797,1	627,4	461,9	318,2	205,1	123,9	69,9	36,9	18,3	9 314,3
2	550,8	715,5	866,5	977,4	1 028,1	1 008,3	921,0	784,5	623,0	461,0	318,2	204,5	122,6	68,5	35,7	17,3	8 702,9
3	455,6	613,5	767,1	890,7	960,3	961,3	893,6	771,4	618,3	460,2	318,1	204,0	121,6	67,3	34,6	16,5	8 154,1
4	376,9	526,1	679,2	811,2	896,3	916,2	866,4	758,0	613,4	459,2	318,1	203,9	120,9	66,3	33,6	15,8	7 661,5
5	312,1	451,1	600,8	738,1	835,7	871,9	839,1	744,0	608,1	458,1	318,1	203,7	120,2	65,4	32,8	15,2	7 214,4
6	258,3	386,4	531,2	671,0	778,3	828,9	811,2	729,4	602,2	456,5	318,0	203,6	119,6	64,6	32,0	14,6	6 805,8
7	213,9	331,1	469,6	609,3	724,1	787,5	783,6	714,3	595,8	454,7	318,0	203,4	119,1	63,9	31,3	14,1	6 433,7
8	177,1	283,8	414,9	553,5	673,5	747,6	757,1	699,5	589,3	453,3	318,0	203,5	118,8	63,2	30,7	13,6	6 097,4
9	146,4	242,7	366,1	501,7	625,6	708,8	730,6	684,5	582,8	451,5	317,9	203,6	118,5	62,7	30,2	13,2	5 786,8
10	120,8	207,3	322,2	454,1	579,9	670,8	703,6	668,6	575,7	449,3	317,5	203,5	118,2	62,2	29,6	12,8	5 496,1
11	99,5	176,7	283,3	410,5	537,0	634,5	677,2	652,6	568,3	446,9	317,4	203,6	118,0	61,7	29,2	12,4	5 228,8
12	81,7	150,2	248,6	370,3	496,5	599,1	651,0	636,9	560,7	444,4	317,1	203,6	117,7	61,3	28,7	12,1	4 979,9
13	67,0	127,6	217,8	333,7	458,7	565,5	625,7	621,2	553,1	442,0	316,9	203,9	117,6	60,9	28,3	11,8	4 751,7
14	54,8	108,0	190,4	299,9	422,4	532,4	599,8	604,2	544,6	438,9	316,3	203,7	117,5	60,5	27,9	11,5	4 532,8
15	44,8	91,4	166,1	269,3	389,0	501,2	575,0	588,2	536,7	436,1	316,0	204,0	117,4	60,2	27,5	11,2	4 334,1
16	36,5	77,0	144,7	241,4	357,8	470,9	550,9	572,3	528,2	433,2	315,5	204,2	117,4	60,0	27,2	11,0	4 148,2
17	29,6	64,8	125,7	215,9	328,2	441,8	526,5	555,5	519,3	429,7	314,8	204,2	117,3	59,7	26,9	10,7	3 970,6
18	24,0	54,5	109,2	192,9	301,0	414,3	503,3	539,6	510,5	426,5	314,2	204,5	117,3	59,5	26,6	10,5	3 808,4
19	19,4	45,8	94,6	172,2	275,5	387,9	480,5	523,4	501,5	422,8	313,3	204,5	117,3	59,2	26,3	10,3	3 654,5
20	15,8	38,4	82,0	153,7	252,4	363,3	458,7	507,9	492,7	419,3	312,9	204,7	117,3	59,0	26,0	10,1	3 514,2

Tabell H 8. Normaltabell för låggallringsmoment. Relativa stamantal.  $\varphi_0 = 4$ . Program L 5.

φ-klass nr	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	Summa
φ <sub>0</sub>	4,00	3,75	3,50	3,25	3,00	2,75	2,50	2,25	2,00	1,75	1,50	1,25	1,00	0,75	0,50	0,25	
	Stamantal vid utgångsläget																
	809,2	975,1	1 104,2	1 175,1	1 175,1	1 104,2	975,1	809,2	631,0	462,4	318,5	206,1	125,3	71,6	38,5	19,4	10 000,0
n	Stamantal efter gallring																
1	584,4	750,7	899,5	1 006,5	1 050,2	1 023,0	930,4	789,0	624,6	461,8	318,3	204,8	123,1	68,9	36,1	17,6	8 888,9
2	419,8	574,3	728,1	855,8	932,2	942,0	882,2	766,0	616,5	460,0	318,1	204,0	121,3	66,9	34,2	16,2	7 937,6
3	300,7	437,6	586,6	724,4	823,9	863,3	833,2	740,7	606,8	457,8	318,1	203,6	120,0	65,2	32,6	15,0	7 129,5
4	213,9	331,2	469,7	609,3	724,1	787,2	783,9	714,3	595,5	454,9	317,9	203,4	119,1	63,9	31,3	14,1	6 433,7
5	151,5	249,6	374,5	510,9	633,7	715,8	735,3	686,9	584,2	451,9	317,9	203,5	118,6	62,8	30,3	13,3	5 840,7
6	106,6	187,0	296,7	425,6	552,2	647,5	686,7	658,6	571,1	447,8	317,5	203,6	118,0	61,9	29,3	12,6	5 322,7
7	74,6	139,3	233,9	352,9	478,6	583,3	639,1	629,2	557,1	443,3	317,0	203,7	117,7	61,1	28,5	12,0	4 871,3
8	51,7	102,9	183,0	290,8	412,7	523,3	592,9	599,9	542,5	438,4	316,3	204,0	117,5	60,5	27,8	11,4	4 475,6
9	35,5	75,3	142,0	237,8	353,8	467,0	547,6	570,1	527,2	432,8	315,5	204,3	117,4	59,9	27,2	10,9	4 124,3
10	24,0	54,6	109,2	193,0	301,1	414,4	503,4	539,7	510,6	426,4	314,3	204,5	117,3	59,4	26,6	10,5	3 809,0
11	16,1	39,1	83,3	155,6	254,8	366,0	461,0	509,3	493,9	419,7	313,0	204,6	117,4	59,1	26,1	10,1	3 529,1
12	10,7	27,7	62,9	124,3	213,9	321,1	420,1	478,9	476,1	412,2	311,2	204,7	117,4	58,7	25,6	9,7	3 275,2
13	5,6	19,5	47,1	98,5	178,7	280,5	381,4	449,2	458,0	404,6	309,5	205,1	117,6	58,5	25,2	9,4	3 048,4
14	2,4	13,5	34,8	77,4	148,0	243,3	344,4	419,4	439,4	396,2	307,3	205,2	117,8	58,2	24,8	9,1	2 841,2
15	0,2	9,2	25,5	60,2	121,6	209,8	309,3	390,1	420,2	387,1	304,8	205,2	118,0	58,0	24,4	8,8	2 652,4
16		5,3	18,5	46,5	99,2	179,8	276,7	361,5	401,0	377,8	302,1	205,1	118,3	57,9	24,1	8,5	2 482,3
17		2,4	13,2	35,5	80,3	153,1	246,2	333,7	381,5	368,0	299,2	205,1	118,6	57,8	23,8	8,2	2 326,6
18		0,6	9,4	26,8	64,4	129,5	217,7	306,8	361,9	357,5	295,9	204,9	118,9	57,8	23,5	8,0	2 183,6
19			6,1	20,1	51,3	108,7	191,6	280,8	342,3	346,8	292,2	204,7	119,2	57,7	23,2	7,8	2 052,5
20			3,4	14,9	40,5	90,7	167,9	256,2	323,0	336,0	288,6	204,5	119,7	57,8	23,0	7,6	1 933,8

Tabell H 8. Normaltabell för låggallringsmoment.

$\varphi$ -klass nr	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\varphi'_0$	5,00	4,75	4,50	4,25	4,00	3,75	3,50	3,25	3,00	2,75
n	Stamantal vid									
	177,4	274,1	398,0	543,1	696,5	839,3	950,5	1 011,4	1 011,4	950,5
	Stamantal ef-									
1	163,7	255,7	375,4	517,4	669,0	812,9	927,0	992,2	997,9	941,9
2	151,3	239,0	354,5	493,1	643,3	787,6	904,1	974,3	984,6	933,0
3	140,1	223,9	335,3	470,6	619,3	763,8	883,0	956,7	971,6	925,5
4	130,1	210,0	317,7	449,9	596,8	741,1	862,6	940,0	959,0	917,1
5	121,2	197,5	301,6	430,8	575,6	720,4	843,5	923,9	947,8	909,6
6	112,8	185,8	286,1	412,4	555,4	699,9	824,3	908,6	935,7	902,0
7	105,0	174,7	271,7	394,7	535,8	679,8	805,9	892,7	924,1	894,3
8	97,8	164,3	257,8	377,9	517,0	660,2	787,6	877,6	912,8	886,2
9	91,1	154,6	244,9	361,9	498,9	641,8	770,0	862,7	901,5	878,7
10	84,9	145,5	232,4	346,4	481,2	623,4	752,8	847,4	889,9	871,1
11	79,1	136,9	220,8	331,7	464,1	605,5	735,7	832,6	878,6	863,4
12	73,8	129,0	209,8	317,8	448,2	588,6	719,4	818,8	868,0	856,1
13	68,8	121,3	199,2	304,3	432,4	571,6	702,6	804,3	856,2	847,8
14	64,2	114,3	189,4	291,6	417,4	555,4	687,2	790,5	845,4	840,6
15	60,0	107,9	180,2	279,7	403,3	540,3	672,6	777,6	835,6	834,4
16	56,0	101,6	171,3	268,0	389,3	524,9	657,4	764,1	824,6	826,3
17	52,3	95,8	162,9	256,8	375,8	510,1	642,6	750,6	813,9	818,4
18	48,9	90,5	155,0	246,5	363,2	496,2	628,6	738,2	803,8	811,2
19	45,8	85,5	147,8	236,8	351,4	483,1	615,5	726,5	794,7	805,3
20	42,9	80,8	140,8	227,2	339,7	470,0	602,1	714,3	784,6	798,0

Relativa stamantal.  $\varphi_0 = 5$ . Program L 1.

I1	I2	I3	I4	I5	I6	I7	I8	I9	20	Summa
2,50	2,25	2,00	1,75	1,50	1,25	1,00	0,75	0,50	0,25	
utgångsläget										
839,3	696,5	543,1	398,0	274,1	177,4	107,9	61,7	33,1	16,7	10 000,0
ter gallring										
834,4	694,5	542,4	398,0	274,1	177,2	107,6	61,3	32,8	16,5	9 791,9
830,1	692,5	542,0	397,9	273,9	177,1	107,3	61,0	32,5	16,3	9 595,4
825,5	690,5	541,3	397,8	274,0	176,9	107,0	60,7	32,3	16,1	9 411,9
821,1	688,2	540,8	397,8	273,9	176,8	106,8	60,4	32,0	15,9	9 238,0
816,6	686,7	540,1	397,8	274,0	176,6	106,6	60,2	31,8	15,7	9 078,0
812,4	684,6	539,7	397,5	274,0	176,5	106,4	60,0	31,6	15,6	8 921,3
808,2	682,7	538,8	397,5	273,9	176,4	106,2	59,7	31,4	15,4	8 768,9
803,6	680,8	538,2	397,3	273,9	176,4	106,0	59,5	31,2	15,3	8 621,4
799,7	678,9	537,7	397,3	274,0	176,3	105,9	59,3	31,0	15,1	8 481,3
795,2	676,7	536,7	397,2	274,0	176,2	105,7	59,1	30,8	15,0	8 341,6
790,3	674,4	535,9	397,1	273,9	176,0	105,5	58,9	30,6	14,8	8 205,8
786,3	672,7	535,4	397,0	274,1	176,0	105,3	58,7	30,4	14,7	8 080,1
781,5	670,0	534,5	396,6	273,7	175,9	105,1	58,4	30,2	14,5	7 948,9
777,1	667,8	533,7	396,5	273,8	175,8	105,0	58,2	30,1	14,4	7 828,4
773,3	666,3	533,4	396,5	274,0	175,8	104,9	58,1	29,9	14,3	7 718,1
768,7	663,9	532,4	396,3	273,8	175,8	104,7	57,9	29,7	14,2	7 600,9
763,9	661,5	531,1	396,0	273,7	175,6	104,5	57,7	29,6	14,1	7 486,9
759,6	659,2	530,5	395,9	273,8	175,6	104,4	57,5	29,4	13,9	7 381,9
756,4	657,8	530,2	395,8	274,0	175,6	104,4	57,4	29,3	13,8	7 287,1
751,6	655,5	529,3	395,7	273,9	175,6	104,2	57,3	29,1	13,7	7 186,3

Tabell H 8. Normaltabell för låggallringsmoment.

$\varphi$ -klass nr	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\varphi'_0$	5,00	4,75	4,50	4,25	4,00	3,75	3,50	3,25	3,00	2,75
n	Stamantal vid									
	177,4	274,1	398,0	543,1	696,5	839,3	950,5	1 011,4	1 011,4	950,5
	Stamantal ef									
1	139,1	222,5	333,6	468,5	617,1	761,8	880,7	955,2	970,3	924,4
2	109,2	180,7	279,5	404,1	546,6	690,6	815,9	901,2	930,5	898,2
3	85,9	146,9	234,5	348,7	484,1	626,4	755,4	850,1	891,7	872,6
4	67,5	119,3	196,4	300,5	428,1	566,8	698,5	800,2	853,4	845,9
5	52,9	96,7	164,2	258,6	377,9	512,6	645,1	752,8	815,9	820,1
6	41,3	78,2	136,9	221,9	333,0	462,4	594,4	707,2	778,7	793,7
7	32,2	63,1	114,0	190,1	293,0	416,7	547,2	663,8	742,9	767,9
8	25,1	50,7	94,7	162,6	257,2	374,9	503,1	621,8	707,9	742,3
9	19,5	40,8	78,5	138,8	225,5	336,7	461,8	581,9	673,8	716,9
10	15,0	32,6	64,8	118,1	197,1	301,6	422,7	543,4	639,6	690,7
11	11,3	26,1	53,5	100,4	172,2	269,9	386,9	507,3	607,6	665,6
12	6,9	20,8	44,0	85,1	150,0	241,2	353,6	472,6	576,5	641,1
13	3,7	16,5	36,1	72,0	130,3	214,9	322,3	439,7	545,6	616,2
14	1,2	13,1	29,5	60,6	113,0	190,9	293,0	408,1	515,5	591,1
15		9,8	24,1	51,0	97,8	169,7	266,3	378,7	487,2	567,6
16		6,5	19,6	42,9	84,5	150,5	241,9	351,0	460,2	544,4
17		3,7	15,9	35,9	72,8	133,0	218,9	324,4	433,2	521,1
18		1,3	12,9	30,0	62,6	117,5	198,0	299,9	408,0	498,6
19		0,1	10,4	25,0	53,7	103,5	178,6	276,5	383,4	476,4
20			7,3	20,7	45,8	90,8	160,7	254,2	359,6	454,5



Relativa stamantal.  $\varphi_0 = 5$ . Program L 3.

I1	I2	I3	I4	I5	I6	I7	I8	I9	20	Summa
2,50	2,25	2,00	1,75	1,50	1,25	1,00	0,75	0,50	0,25	
utgångsläget										
839,3	696,5	543,1	398,0	274,1	177,4	107,9	61,7	33,1	16,7	10000,0
ter gallring										
825,2	690,2	541,4	397,7	274,1	176,9	107,0	60,7	32,3	16,1	9 394,8
810,5	683,7	539,2	397,5	274,0	176,6	106,3	59,8	31,5	15,5	8 851,1
796,1	676,9	537,2	397,2	274,0	176,3	105,7	59,1	30,8	15,0	8 364,6
780,4	669,6	534,2	396,7	273,9	175,9	105,1	58,4	30,2	14,5	7 915,5
764,7	662,1	531,5	396,2	273,9	175,6	104,6	57,8	29,6	14,1	7 506,9
748,6	653,9	528,5	395,4	273,8	175,4	104,0	57,2	29,0	13,7	7 127,2
733,2	645,9	525,7	394,8	273,8	175,4	103,7	56,6	28,5	13,3	6 781,8
716,9	637,6	522,4	394,2	274,0	175,3	103,4	56,1	28,1	12,9	6 461,2
700,4	629,0	519,0	393,4	274,0	175,3	103,1	55,7	27,6	12,6	6 164,3
683,1	619,3	514,9	392,1	273,8	175,1	102,7	55,2	27,2	12,3	5 881,3
666,6	610,4	511,2	391,1	273,7	175,1	102,4	54,8	26,8	12,0	5 624,9
650,0	601,4	507,2	390,3	273,8	175,2	102,3	54,4	26,4	11,7	5 384,5
633,0	591,4	502,9	389,0	273,7	175,2	102,0	54,1	26,0	11,4	5 156,0
615,3	580,9	498,0	387,2	273,3	175,1	101,7	53,7	25,7	11,2	4 938,1
598,5	571,1	493,6	385,9	273,3	175,2	101,6	53,4	25,4	10,9	4 741,1
581,7	561,4	489,0	384,8	273,3	175,3	101,6	53,1	25,1	10,7	4 557,5
564,2	550,5	483,7	382,8	272,9	175,2	101,3	52,8	24,8	10,5	4 377,6
547,5	540,4	479,0	381,4	272,9	175,5	101,3	52,6	24,5	10,3	4 214,2
530,7	529,7	473,7	379,7	272,6	175,6	101,3	52,3	24,2	10,1	4 057,5
513,7	518,6	468,2	377,7	272,4	175,6	101,2	52,1	24,0	9,9	3 907,0

Tabell H 8. Normaltabell för låggallringsmoment.

$\varphi$ -klass nr	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\varphi'_0$	5,00	4,75	4,50	4,25	4,00	3,75	3,50	3,25	3,00	2,75
n	Stamantal vid									
	177,4	274,1	398,0	543,1	696,5	839,3	950,5	1 011,4	1 011,4	950,5
	Stamantal ef-									
1	117,3	192,2	294,7	422,4	566,6	710,9	834,6	917,1	942,1	905,7
2	76,8	133,5	216,1	325,7	457,2	598,3	728,5	826,6	873,9	859,9
3	49,9	92,1	157,4	249,7	367,1	500,8	633,2	742,7	807,5	814,6
4	32,0	62,8	113,5	189,5	292,1	415,7	546,4	662,5	742,0	767,4
5	20,4	42,5	81,3	143,1	231,2	343,6	469,4	589,3	680,1	721,6
6	12,8	28,4	57,6	106,8	181,3	281,7	400,3	520,9	619,9	675,5
7	5,5	18,7	40,3	78,9	140,8	228,9	339,0	457,4	562,2	629,4
8	0,8	12,2	27,9	57,7	108,4	184,6	285,2	399,5	507,4	584,5
9		5,8	19,1	41,8	82,8	147,9	238,5	347,1	456,1	541,0
10		1,6	12,9	29,9	62,5	117,4	197,9	299,6	407,8	498,6
11			7,7	21,2	46,7	92,2	162,8	256,8	362,4	457,0
12			3,3	14,8	34,5	71,8	132,8	218,5	320,1	417,1
13			0,4	10,2	25,2	55,4	107,5	184,9	281,4	379,2
14				5,8	18,2	42,3	86,3	155,3	245,8	343,1
15				2,4	13,0	32,0	68,7	129,4	213,6	308,9
16				0,3	9,2	23,9	54,1	106,9	184,1	276,3
17					5,7	17,6	42,2	87,7	157,8	246,3
18					2,6	12,9	32,6	71,3	134,3	218,0
19					0,8	9,3	25,0	57,5	113,5	192,0
20						6,3	18,9	46,0	95,3	168,2

Relativa stamantal.  $\varphi_0 = 5$ . Program L 5.

I1	I2	I3	I4	I5	I6	I7	I8	I9	I20	Summa
2,50	2,25	2,00	1,75	1,50	1,25	1,00	0,75	0,50	0,25	
utgångsläget										
839,3	696,5	543,1	398,0	274,1	177,4	107,9	61,7	33,1	16,7	10 000,0
ter gallring										
814,7	685,5	539,9	397,5	273,9	176,6	106,5	60,1	31,7	15,7	9 005,7
788,4	673,5	535,5	396,8	273,9	176,0	105,3	58,7	30,5	14,8	8 149,9
761,6	660,5	531,5	396,2	273,9	175,8	104,6	57,6	29,5	14,0	7 420,6
732,5	645,6	525,4	394,7	273,9	175,3	103,7	56,6	28,5	13,3	6 773,4
703,6	630,6	519,6	393,5	273,9	175,2	103,1	55,7	27,7	12,7	6 218,1
673,1	614,1	512,8	391,6	273,9	175,2	102,6	54,9	26,9	12,1	5 722,4
642,3	596,6	505,0	389,5	273,6	175,1	102,1	54,2	26,2	11,6	5 277,3
610,5	578,3	496,7	386,9	273,3	175,1	101,7	53,6	25,6	11,1	4 881,0
579,4	559,8	488,3	384,5	273,3	175,3	101,6	53,1	25,0	10,7	4 531,1
547,6	540,3	478,9	381,5	273,0	175,5	101,3	52,6	24,5	10,3	4 213,7
515,5	520,0	468,7	378,0	272,4	175,5	101,2	52,1	24,0	9,9	3 924,1
483,6	498,9	457,9	373,9	271,7	175,6	101,0	51,7	23,5	9,5	3 660,2
452,4	477,8	446,9	369,8	271,0	175,8	101,0	51,4	23,1	9,2	3 422,6
421,6	456,2	435,1	365,3	270,2	176,1	101,0	51,1	22,7	8,9	3 205,0
391,4	434,6	422,8	360,4	269,2	176,2	101,1	50,8	22,4	8,6	3 005,5
361,5	412,2	409,6	354,8	267,8	176,2	101,1	50,5	22,0	8,4	2 818,9
332,9	390,3	396,5	349,2	266,6	176,5	101,2	50,3	21,7	8,1	2 650,6
305,0	368,0	382,7	342,9	265,0	176,5	101,3	50,1	21,4	7,9	2 492,5
278,4	345,9	368,6	336,4	263,2	176,6	101,5	50,0	21,1	7,6	2 347,4
253,0	324,2	354,1	329,5	261,3	176,6	101,7	49,9	20,9	7,4	2 213,3

Tabell H 8. Normaltabell för låggallringsmoment.

$\varphi$ -klass nr	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$\varphi'_0$	6,00	5,75	5,50	5,25	5,00	4,75	4,50	4,25	4,00	3,75	3,50	3,25
n	Stamantal vid											
	16,3	32,4	60,3	105,5	173,6	268,2	389,5	531,5	681,6	821,3	930,1	989,7
	Stamantal ef											
1	13,3	29,5	55,5	98,1	163,0	254,1	372,1	511,6	660,3	801,0	912,1	975,3
2	10,6	26,9	51,2	91,5	153,3	241,1	355,9	493,0	640,8	781,7	894,9	961,4
3	8,5	24,6	47,3	85,3	144,3	228,9	340,7	475,2	621,7	763,0	878,0	947,7
4	6,4	22,5	43,7	79,7	135,9	217,5	326,1	458,3	603,2	744,9	861,7	934,4
5	4,7	20,6	40,4	74,4	128,1	206,7	312,2	441,8	585,9	727,1	845,9	921,1
6	3,1	18,9	37,4	69,5	120,7	196,4	299,1	426,1	568,6	710,1	830,1	908,3
7	1,7	17,3	34,7	65,0	113,9	186,8	286,6	411,3	552,2	693,6	814,9	895,3
8	0,6	15,9	32,1	60,8	107,4	177,7	274,5	396,8	536,2	677,3	799,8	883,0
9		14,1	29,8	56,9	101,4	169,1	263,4	383,1	521,0	661,8	785,1	871,0
10		12,2	27,6	53,2	95,8	161,0	252,5	370,1	506,1	646,4	771,0	858,7
11		10,3	25,7	49,9	90,5	153,3	242,3	357,2	491,8	631,4	757,1	846,9
12		8,4	23,9	46,8	85,6	146,2	232,7	345,3	478,3	617,7	743,7	835,8
13		7,1	22,2	43,9	81,1	139,4	223,5	334,1	465,1	604,1	730,8	824,8
14		5,6	20,7	41,3	76,8	133,1	214,8	323,0	452,5	590,6	718,4	813,6
15		4,4	19,3	38,8	72,8	127,0	206,5	312,5	440,1	577,7	705,8	802,5
16		3,0	18,0	36,5	68,9	121,2	198,4	302,2	428,2	564,8	693,2	791,8
17		2,2	16,7	34,2	65,2	115,6	190,5	292,1	416,4	552,2	680,7	781,1
18		1,3	15,6	32,1	61,8	110,3	183,0	282,5	405,1	540,0	669,4	770,8
19		0,2	14,5	30,1	58,4	105,1	175,7	272,8	393,6	527,6	657,0	759,7
20			12,9	28,3	55,2	100,1	168,4	263,4	382,3	515,1	644,8	748,9

Relativa stamantal.  $\varphi_0 = 6$ . Program L I.

I3	I4	I5	I6	I7	I8	I9	20	21	22	23	24	Summa
3,00	2,75	2,50	2,25	2,00	1,75	1,50	1,25	1,00	0,75	0,50	0,25	
utgångsläget												
989,7	930,1	821,3	681,6	531,5	389,5	268,2	173,6	105,5	60,3	32,4	16,3	10 000,0
ter gallring												
979,4	923,5	817,5	680,1	531,1	389,5	268,2	173,4	105,3	60,1	32,2	16,2	9 822,4
969,7	917,1	814,3	678,6	530,6	389,4	268,2	173,4	105,1	59,8	32,0	16,0	9 656,5
959,3	910,7	810,7	677,0	530,1	389,3	268,2	173,2	104,9	59,6	31,8	15,9	9 495,9
949,6	904,4	807,0	675,5	529,7	389,3	268,1	173,1	104,7	59,4	31,6	15,7	9 342,4
939,7	898,3	803,7	674,1	529,1	389,3	268,0	173,0	104,6	59,2	31,4	15,6	9 194,9
929,9	891,9	800,4	672,3	528,5	389,1	268,1	172,9	104,4	59,0	31,2	15,4	9 051,4
920,9	885,8	797,0	670,8	528,2	389,1	268,1	172,8	104,2	58,8	31,0	15,3	8 915,3
911,4	879,4	793,4	669,1	527,6	388,9	267,9	172,7	104,0	58,6	30,8	15,2	8 781,1
902,4	873,2	790,1	667,7	527,0	388,9	268,1	172,6	103,9	58,4	30,7	15,1	8 654,8
893,4	867,3	786,5	666,0	526,7	388,7	268,0	172,5	103,7	58,2	30,5	14,9	8 531,0
883,8	861,3	782,7	664,3	525,8	388,6	267,9	172,4	103,5	58,0	30,3	14,8	8 409,8
875,7	855,4	779,9	663,0	525,4	388,7	268,1	172,4	103,5	57,9	30,2	14,7	8 299,3
867,3	849,9	776,8	661,4	525,3	388,6	268,2	172,4	103,3	57,8	30,1	14,6	8 191,8
858,6	844,5	773,3	659,9	524,6	388,6	268,2	172,3	103,2	57,6	29,9	14,5	8 085,6
850,3	838,5	769,9	658,0	524,0	388,4	268,0	172,3	103,1	57,4	29,8	14,4	7 981,5
842,0	832,5	766,3	656,5	523,5	388,2	268,0	172,2	102,9	57,3	29,6	14,3	7 879,5
833,2	826,4	762,9	654,8	522,7	388,1	267,9	172,1	102,8	57,1	29,5	14,2	7 778,6
825,3	821,7	759,9	653,5	522,6	388,2	268,1	172,2	102,7	57,0	29,4	14,1	7 686,6
816,8	815,5	756,4	651,8	521,8	388,1	268,1	172,1	102,6	56,8	29,3	14,0	7 588,0
808,2	809,5	752,5	650,0	521,1	387,7	268,1	172,0	102,4	56,7	29,1	13,9	7 490,6

Tabell H 8. Normaltabell för läggallringsmoment.

$\varphi$ -klass nr	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$\varphi_0$	6,00	5,75	5,50	5,25	5,00	4,75	4,50	4,25	4,00	3,75	3,50	3,25
n	Stamantal vid											
	16,3	32,4	60,3	105,5	173,6	268,2	389,5	531,5	681,6	821,3	930,1	989,7
	Stamantal ef-											
1	8,4	24,4	46,9	84,7	143,4	227,8	338,9	473,5	619,7	761,2	876,2	946,1
2	2,8	18,3	36,4	67,8	118,2	192,9	294,4	420,6	562,4	703,8	824,6	903,4
3		12,6	28,1	54,1	97,1	162,8	255,1	373,0	509,4	650,0	774,1	861,6
4		6,3	21,7	43,1	79,7	137,3	220,6	330,3	461,0	599,6	726,7	821,3
5		2,2	16,7	34,2	65,1	115,4	190,2	291,8	416,0	551,7	680,5	780,7
6			11,9	27,0	53,1	96,8	163,8	257,2	374,7	507,0	636,6	741,8
7			6,8	21,3	43,1	80,9	140,6	226,1	337,1	465,1	594,5	703,8
8			3,0	16,7	34,9	67,4	120,2	198,3	302,2	425,6	554,0	666,5
9			0,3	13,1	28,2	56,1	102,8	173,7	270,7	389,3	516,1	631,2
10				8,5	22,7	46,5	87,5	151,6	241,7	354,8	479,3	595,9
11				4,8	18,3	38,5	74,4	132,2	215,8	323,4	445,2	562,8
12				1,7	14,6	31,7	63,1	115,0	192,1	294,1	412,5	530,5
13					11,6	26,1	53,3	99,7	170,6	267,0	381,8	499,7
14					7,8	21,4	44,9	86,3	151,1	241,7	352,7	469,5
15					4,6	17,4	37,7	74,4	133,6	218,3	324,9	440,3
16					2,4	14,2	31,7	64,1	118,0	197,2	299,4	413,1
17					0,5	11,5	26,4	55,0	103,7	177,5	275,0	386,6
18						8,4	22,0	47,0	90,9	159,1	251,9	360,7
19						5,4	18,2	40,0	79,5	142,4	230,4	336,4
20						3,2	15,0	33,9	69,3	127,1	210,1	312,9

Relativa stamantal.  $\varphi_0 = 6$ . Program L 3.

13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	Summa
3,00	2,75	2,50	2,25	2,00	1,75	1,50	1,25	1,00	0,75	0,50	0,25	
utgångsläget												
989,7	930,1	821,3	681,6	531,5	389,5	268,2	173,6	105,5	60,3	32,4	16,3	10 000,0
ter gallring												
958,5	909,9	810,6	676,7	530,2	389,2	268,2	173,1	104,9	59,6	31,7	15,9	9 479,7
926,6	889,7	798,9	671,6	528,4	389,0	268,1	172,8	104,3	58,9	31,1	15,4	9 000,4
894,8	868,3	787,2	666,0	526,4	388,7	267,9	172,5	103,7	58,2	30,5	15,0	8 557,1
864,3	848,1	775,5	660,9	524,9	388,6	268,1	172,4	103,3	57,7	30,0	14,6	8 156,0
833,3	826,6	762,9	654,8	523,0	388,1	268,0	172,1	102,8	57,1	29,5	14,2	7 776,9
802,3	805,3	750,0	648,7	520,6	387,7	268,0	171,9	102,4	56,6	29,0	13,8	7 426,2
771,8	783,8	737,5	642,2	518,2	387,3	268,0	171,8	102,0	56,1	28,6	13,5	7 100,1
741,1	761,7	723,7	635,1	515,3	386,5	267,9	171,6	101,6	55,6	28,1	13,1	6 790,1
711,9	740,6	710,3	628,7	513,1	386,2	268,1	171,7	101,3	55,2	27,7	12,8	6 509,1
682,1	718,1	696,0	620,9	509,7	385,1	267,8	171,5	101,0	54,7	27,3	12,5	6 235,2
653,4	696,8	682,3	613,7	506,9	384,5	267,9	171,4	100,7	54,4	26,9	12,3	5 986,6
625,1	674,9	668,1	606,0	503,7	383,7	267,7	171,4	100,5	54,0	26,6	12,0	5 749,0
597,5	653,7	654,2	598,3	500,5	383,0	267,9	171,4	100,3	53,6	26,3	11,7	5 528,2
570,3	632,2	639,2	590,2	497,0	382,0	267,9	171,4	100,0	53,3	25,9	11,5	5 316,3
543,5	610,4	624,3	581,4	493,0	380,7	267,6	171,3	99,8	53,0	25,6	11,3	5 113,1
518,0	589,7	610,1	573,5	489,9	379,9	267,8	171,5	99,7	52,7	25,3	11,0	4 929,2
492,3	568,4	595,2	564,5	485,6	378,7	267,6	171,4	99,6	52,4	25,0	10,8	4 747,7
467,2	547,0	579,6	555,4	481,1	377,2	267,3	171,3	99,4	52,1	24,7	10,6	4 572,9
442,9	526,3	564,4	546,2	476,9	375,8	267,2	171,4	99,3	51,9	24,5	10,4	4 409,5
419,2	505,5	548,9	536,8	472,5	374,3	267,0	171,5	99,2	51,6	24,2	10,2	4 252,4

Tabell H 8. Normaltabell för låggallringsmoment.

$\varphi$ -klass nr	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$\varphi'_0$	6,00	5,75	5,50	5,25	5,00	4,75	4,50	4,25	4,00	3,75	3,50	3,25
n	Stamantal vid											
	16,3	32,4	60,3	105,5	173,6	268,2	389,5	531,5	681,6	821,3	930,1	989,7
	Stamantal ef											
1	4,2	20,0	39,4	72,7	125,6	203,1	307,8	436,5	580,1	721,3	840,5	917,0
2		10,0	25,5	49,6	90,0	152,6	241,2	356,1	490,4	630,0	755,7	845,4
3		1,7	16,3	33,4	63,9	113,5	187,7	288,4	411,9	547,5	676,5	777,2
4			7,5	22,2	44,7	83,5	144,4	231,3	343,4	472,0	601,7	710,1
5			1,2	14,6	31,0	60,9	110,2	184,2	284,3	405,0	532,9	646,8
6				7,1	21,3	43,9	83,3	145,4	233,7	345,1	469,0	586,1
7				1,8	14,4	31,3	62,4	113,9	190,5	292,1	410,3	528,2
8					8,1	22,1	46,2	88,3	154,2	245,7	357,2	474,2
9					3,2	15,3	33,8	67,8	123,6	205,0	308,9	423,2
10						10,4	24,5	51,5	98,3	169,6	265,2	375,7
11						5,0	17,5	38,8	77,4	139,3	226,3	331,5
12						1,6	12,4	28,9	60,4	113,6	191,9	291,0
13							8,1	21,2	46,7	91,8	161,5	254,1
14							4,1	15,5	35,7	73,6	135,0	220,5
15							1,2	11,1	27,0	58,4	111,9	189,9
16								7,2	20,2	45,9	91,9	162,5
17								3,9	14,9	35,7	74,8	137,9
18								1,5	10,9	27,5	60,4	116,3
19									7,9	20,9	48,4	97,4
20									4,5	15,8	38,3	80,8



Relativa stamantal.  $\varphi_0 = 6$ . Program L 5.

13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	Summa
3,00	2,75	2,50	2,25	2,00	1,75	1,50	1,25	1,00	0,75	0,50	0,25	
utgångsläget												
989,7	930,1	821,3	681,6	531,5	389,5	268,2	173,6	105,5	60,3	32,4	16,3	10 000,0
ter gallring												
936,4	896,1	802,4	673,4	528,8	389,2	268,0	173,0	104,5	59,1	31,3	15,5	9 145,9
883,1	860,6	782,3	664,1	525,8	388,4	268,0	172,4	103,5	58,0	30,3	14,8	8 397,8
830,3	824,8	761,6	654,4	522,7	388,2	268,1	172,1	102,7	57,1	29,5	14,1	7 743,6
776,7	787,5	739,2	643,3	518,4	387,3	267,9	171,8	102,1	56,1	28,6	13,5	7 153,2
724,9	750,3	716,4	631,7	514,2	386,4	268,2	171,6	101,5	55,4	27,9	13,0	6 632,6
673,4	712,2	692,2	619,2	509,1	385,3	268,0	171,6	100,9	54,7	27,2	12,5	6 161,2
623,3	673,4	667,0	605,3	503,5	383,5	267,7	171,3	100,4	54,0	26,5	12,0	5 732,8
574,4	635,5	641,6	591,3	497,3	382,0	267,7	171,3	100,1	53,3	26,0	11,5	5 348,0
527,2	597,5	615,4	576,2	490,8	380,2	267,7	171,3	99,7	52,8	25,4	11,1	4 996,1
481,7	559,4	588,5	560,8	483,6	377,9	267,5	171,3	99,5	52,3	24,9	10,7	4 673,3
438,3	522,2	561,3	544,3	476,0	375,5	267,2	171,5	99,2	51,8	24,4	10,4	4 377,9
396,7	485,7	534,0	527,4	467,9	372,8	266,9	171,6	99,1	51,4	23,9	10,0	4 107,2
357,5	449,9	506,5	509,9	459,2	369,9	266,6	171,7	98,9	51,0	23,5	9,7	3 857,7
320,6	415,4	479,0	492,2	450,1	366,8	266,0	171,9	98,9	50,7	23,1	9,4	3 628,5
285,8	381,6	451,3	473,5	440,4	363,1	265,4	172,1	98,8	50,3	22,7	9,1	3 413,6
253,4	348,9	424,0	454,6	430,1	359,3	264,8	172,2	98,9	50,1	22,4	8,8	3 215,2
223,2	317,5	396,6	435,1	419,1	354,9	263,9	172,3	98,8	49,8	22,0	8,6	3 029,0
195,6	287,6	369,6	415,4	407,9	350,2	262,9	172,4	98,9	49,6	21,7	8,3	2 856,7
170,4	259,4	343,5	395,8	396,4	345,4	261,9	172,7	99,0	49,4	21,4	8,1	2 698,0
147,3	232,4	317,5	375,3	383,8	339,8	260,2	172,6	99,0	49,2	21,1	7,9	2 545,5

Tabell H 9. Normaltabell

n	G all r i n g s -						
	1	2	3	4	5	6	7
	A v s t a m a n t a l e t k v a r -						
1	0,99000	0,98000	0,97000	0,96000	0,95000	0,94000	0,93000
2	,98010	,96040	,94090	,92160	,90250	,88360	,86490
3	,97030	,94119	,91267	,88474	,85738	,83058	,80436
4	,96060	,92237	,88529	,84935	,81451	,78075	,74805
5	,95099	,90392	,85873	,81537	,77378	,73390	,69569
6	,94148	,88584	,83297	,78276	,73509	,68987	,64699
7	,93207	,86813	,80798	,75145	,69834	,64848	,60170
8	,92274	,85076	,78374	,72139	,66342	,60957	,55958
9	,91352	,83375	,76023	,69253	,63025	,57300	,52041
10	,90438	,81707	,73742	,66483	,59874	,53862	,48398
11	,89534	,80073	,71530	,63824	,56880	,50630	,45010
12	,88639	,78472	,69384	,61271	,54036	,47592	,41860
13	,87752	,76902	,67303	,58820	,51334	,44737	,38929
14	,86875	,75364	,65284	,56467	,48767	,42052	,36204
15	,86006	,73857	,63325	,54209	,46329	,39529	,33670
16	,85146	,72380	,61425	,52040	,44013	,37157	,31313
17	,84294	,70932	,59583	,49959	,41812	,34928	,29121
18	,83451	,69514	,57795	,47960	,39721	,32832	,27083
19	,82617	,68123	,56061	,46042	,37735	,30862	,25187
20	,81791	,66761	,54379	,44200	,35849	,29011	,23424

för genomgallringsmoment.

p r o c e n t $\phi$ .							
8	9	10	11	12	13	14	15
s t ä l l d k v o t $(\psi')^n$							
0,92000	0,91000	0,90000	0,89000	0,88000	0,87000	0,86000	0,85000
,84640	,82810	,81000	,79210	,77440	,75690	,73960	,72250
,77869	,75357	,72900	,70497	,68147	,65850	,63606	,61412
,71639	,68575	,65610	,62742	,59970	,57290	,54701	,52201
,65908	,62403	,59049	,55841	,52773	,49842	,47043	,44371
,60635	,56787	,53144	,49698	,46440	,43363	,40457	,37715
,55785	,51676	,47830	,44231	,40868	,37726	,34793	,32058
,51322	,47025	,43047	,39366	,35963	,32821	,29922	,27249
,47216	,42793	,38742	,35036	,31648	,28554	,25733	,23162
,43439	,38942	,34868	,31182	,27850	,24842	,22130	,19687
,39964	,35437	,31381	,27752	,24508	,21613	,19032	,16734
,36767	,32248	,28243	,24699	,21567	,18803	,16367	,14224
,33825	,29345	,25419	,21982	,18979	,16359	,14076	,12091
,31119	,26704	,22877	,19564	,16702	,14232	,12105	,10277
,28630	,24301	,20589	,17412	,14697	,12382	,10411	,087354
,26339	,22114	,18530	,15497	,12934	,10772	,089532	,074251
,24232	,20124	,16677	,13792	,11382	,093719	,076997	,063113
,22294	,18312	,15009	,12275	,10016	,081536	,066218	,053646
,20510	,16664	,13509	,10925	,088140	,070936	,056947	,045599
,18869	,15164	,12158	,097230	,077563	,061714	,048974	,038759

Tabell H 10. Konstanterna A' och B i höjdkurvan.

Övre höjd i meter	T a l l				G r a n	
	Norra Sverige		Södra Sverige		Södra Sverige	
	A'	B	A'	B	A'	B
5	0,109605	0,4102	0,124982	0,3948	0,097767	0,5487
6	095659	3656	108018	3533	088614	5084
7	085423	3335	095462	3235	081538	4784
8	077438	3089	085608	3008	075753	4547
9	070984	2894	077569	2828	070883	4354
10	065597	2734	070842	2682	066693	4194
11	061022	2601	065088	2561	063000	4058
12	057034	2487	060029	2457	059699	3940
13	053517	2388	055563	2368	056733	3838
14	050398	2302	051555	2290	053991	3746
15	047592	2226	047940	2222	051465	3664
16	045035	2158	044647	2162	049122	3590
17	042703	2097	041612	2108	046943	3524
18	040542	2041	038800	2059	044884	3463
19	038560	1991	036191	2015	042954	3408
20	036710	1945	033755	1975	041123	3357
21	034987	1903	031476	1939	039367	3309
22	033367	1864	029314	1905	037698	3265
23	031846	1828	027280	1874	036106	3224
24	030414	1795	025357	1846	034585	3187
25	029053	1764	023514	1819	033111	3151
26	027762	1735	021759	1794	031687	3117
27	026520	1707	020087	1771	030316	3085
28	025356	1682	018492	1750	028998	3056
29	024233	1658	016957	1730	027718	3028
30	023155	1635	015490	1712	026472	3001
31	022130	1614	014069	1694	025263	2976
32	021130	1593	012704	1678	024096	2953
33	020180	1574	011380	1662	022948	2930
34	019263	1556	010106	1648	021838	2909
35	018380	1539	008868	1634	020745	2888
36	017518	1522	007671	1621	019687	2869
37	016698	1507	006508	1609	018648	2850
38	015894	1492	005379	1597	017635	2833
39	015118	1478	004281	1586	016640	2816
40	014360	1464	003213	1575	015663	2800

#### XIV. PRODUKTIONSTABELLER

## Produktionstabeller: Register.

Tabell Nr	$H_{100}$	Vid utgångsläget							Gallringsmom.			in- ter- vall	Anmärkningar
		$q_s$	$\varphi_1$	Äl- der	$h_{3\sigma}$	$M_{SI}$	$S_1$	$t'/t$	$L$	$H$	$G$		
Tall, Norra Sverige, icke planterad.													
P 1	12	1,0	3	61	8,0	5,0	8 920	1,0	5	—	10	10	Skärpt till Gr15 från 108 år.
P 2	16	1,0	3	46	8,0	5,0	8 920	1,0	5	—	10	10	
P 3	20	1,0	3	38	8,0	5,0	8 920	1,0	—	—	15	10	
P 4	20	1,0	3	38	8,0	5,0	8 920	1,0	5	—	10	5	
P 5	20	1,0	3	38	8,0	5,0	8 920	1,0	1	—	5	10	
P 6	20	1,0	3	38	8,0	5,0	8 920	1,0	3	—	3	10	
P 7	20	1,0	3	38	8,0	5,0	8 920	1,0	5	—	1	10	
P 8	20	1,0	3	38	8,0	5,0	8 920	1,0	5	—	5	10	
P 9	20	1,0	3	38	8,0	5,0	8 920	1,0	5	—	6	10	
P 10	20	1,0	3	38	8,0	5,0	8 920	1,0	5	—	7	10	
P 11	20	1,0	3	38	8,0	5,0	8 920	1,0	5	—	8	10	
P 12	20	1,0	3	38	8,0	5,0	8 920	1,0	5	—	9	10	
P 13	20	1,0	3	38	8,0	5,0	8 920	1,0	5	—	10	10	
P 14	20	1,0	3	38	8,0	5,0	8 920	1,0	5	—	10	10	
P 15	20	1,0	3	38	8,0	5,0	8 920	1,0	5	—	11	10	
P 16	20	1,0	3	38	8,0	5,0	8 920	1,0	5	—	12	10	
P 17	20	1,0	3	38	8,0	5,0	8 920	1,0	5	—	13	10	
P 18	20	1,0	3	38	8,0	5,0	8 920	1,0	5	—	14	10	
P 19	20	1,0	3	38	8,0	5,0	8 920	1,0	5	—	15	10	
P 20	20	1,0	3	38	8,0	5,0	8 920	1,0	5	—	20	10	
P 21	20	1,0	3	38	8,0	5,0	8 920	1,0	—	3	10	10	
P 22	20	1,0	3	38	8,0	5,0	8 920	1,0	—	3	11	10	
P 23	20	1,0	3	38	8,0	5,0	8 920	1,0	—	5	8	10	
P 24	20	1,0	3	38	8,0	5,0	8 920	1,0	—	5	10	10	
P 25	20	1,0	3	38	8,0	6,0	6 598	1,0	5	—	10	10	
P 26	20	1,0	3	38	8,0	8,0	4 101	1,0	5	—	6	10	
P 27	20	1,0	3	38	8,0	8,0	4 101	1,0	5	—	10	10	
P 28	20	1,0	3	58	12,8	7,5	4 562	1,0	5	—	10	10	
P 29	20	1,0	3	58	12,8	8,8	3 503	1,0	5	—	10	10	
P 30	20	1,0	4	58	12,8	8,8	3 503	1,0	5	—	10	10	
P 31	20	0,8	3	38	8,0	5,390	7 136	1,0	5	—	10	10	
P 32	20	0,6	3	38	8,0	5,899	5 352	1,0	5	—	7	10	
P 33	20	0,6	3	38	8,0	5,899	5 352	1,0	5	—	8	10	
P 34	20	0,6	3	38	8,0	5,899	5 352	1,0	5	—	9	10	
P 35	20	0,6	3	38	8,0	5,899	5 352	1,0	5	—	10	10	
P 36	20	0,6	3	38	8,0	5,899	5 352	1,0	5	—	12	10	
P 37	20	0,6	3	38	8,0	5,899	5 352	1,0	5	—	14	10	
P 38	20	0,4	3	38	8,0	6,678	3 568	1,0	5	—	6	10	
P 39	20	0,4	3	38	8,0	6,678	3 568	1,0	5	—	7	10	
P 40	20	0,4	3	38	8,0	6,678	3 568	1,0	5	—	8	10	
P 41	20	0,4	3	38	8,0	6,678	3 568	1,0	5	—	9	10	
P 42	20	0,2	3	38	8,0	8,179	1 784	1,0	5	—	4	10	
P 43	20	0,2	3	38	8,0	8,179	1 784	1,0	5	—	5	10	
P 44	20	0,2	3	38	8,0	8,179	1 784	1,0	5	—	6	10	
P 45	20	0,2	3	38	8,0	8,179	1 784	1,0	5	—	7	10	
P 46	24	1,0	3	34	8,0	5,0	8 920	1,0	5	—	10	10	
P 47	28	1,0	3	30	8,0	5,0	8 920	1,0	5	—	10	10	
P 95	20	1,0	*	38	8,0	5,0	8 920	1,0	Självgallring		(5)	med konst. $w$ med rörligt $w$ $qg = q_s$ $qg = q_s$ $qg = q_s$	
P 96	20	1,0	*	38	8,0	5,0	8 920	1,0	Standardgallr.		5		
P 97	20	1,0	*	38	8,0	5,0	8 920	1,0	Standardgallr.		5		
P 98	20	0,6	3	38	8,0	5,0	5 352	1,0	5	—	10		
P 99	20	0,4	3	38	8,0	5,0	3 568	1,0	5	—	7		
P 100	20	0,2	3	38	8,0	5,0	1 784	1,0	5	—	4		

\*  $\varphi = 4,1205$ 

Forts.

Forts.

## Produktionstabeller: Register.

Tabell Nr	$H_{100}$	Vid utgångsläget							Gallringsmom.			in- ter- vall	Anmärkningar
		$q_s$	$q_1$	Ål- der	$h_{80}$	$M_{81}$	$S_1$	$\frac{t'}{t}$	$L$	$H$	$G$		
Tall, Norra Sverige, planterad													
P 48	16	1,0	6	36	8,0	8,0	4 101	0,7	3	—	10	10	hänvisning till tab. C. i »Be- ståndsvårdens ekonomi», sid. 130.
P 49	20	1,0	6	29	8,0	8,0	2 800	0,7	3	—	10	10	
P 50	20	1,0	6	29	8,0	8,0	2 800	0,7	—	—	13	10	hänvisning till tab. B. i »Be- ståndsvårdens ekonomi», sid. 129.
P 51	20	1,0	6	29	8,0	8,0	4 101	0,7	3	—	10	10	
P 52	24	1,0	6	25	8,0	8,0	4 101	0,7	3	—	10	10	
Tall, Södra Sverige, icke planterad													
P 53	12	1,0	3	55	8,0	6,0	7 290	1,0	5	—	10	5	} Skärpt till G15 från 106 år.
P 54	16	1,0	3	39	8,0	6,0	7 290	1,0	5	—	10	5	
P 55	20	1,0	3	31	8,0	6,0	7 290	1,0	—	—	15	5	
P 56	20	1,0	3	31	8,0	6,0	7 290	1,0	5	—	10	5	
P 57	20	1,0	3	31	8,0	6,0	7 290	1,0	5	—	10	5	
P 58	20	1,0	3	31	8,0	6,0	7 290	1,0	5	—	10	10	
P 59	20	1,0	3	31	8,0	6,0	7 290	1,0	—	5	10	5	
P 60	24	1,0	3	26	8,0	6,0	7 290	1,0	5	—	10	5	
P 61	28	1,0	3	23	8,0	6,0	7 290	1,0	5	—	10	5	
P 62	32	1,0	3	20	8,0	6,0	7 290	1,0	5	—	10	5	
Tall, Södra Sverige, planterad													
P 63	12	1,0	3	45	8,0	6,0	7 290	0,7	5	—	10	5	
P 64	16	1,0	3	30	8,0	6,0	7 290	0,7	5	—	10	5	
P 65	20	1,0	3	23	8,0	6,0	7 290	0,7	5	—	10	5	
P 66	24	1,0	3	19	8,0	6,0	7 290	0,7	5	—	10	5	
P 67	28	1,0	3	17	8,0	6,0	7 290	0,7	5	—	10	5	
Gran, Norra Sverige, icke planterad													
P 68	12	1,0	3	68	8,0	5,0	4 000	1,0	5	—	4	10	
P 69	16	1,0	3	56	8,0	5,0	4 000	1,0	5	—	4	10	
P 70	20	1,0	3	48	8,0	5,0	4 000	1,0	3	—	4	10	
P 71	20	1,0	3	48	8,0	5,0	4 000	1,0	3	—	10	10	
P 72	20	1,0	3	48	8,0	5,0	4 000	1,0	5	—	4	10	
P 73	24	1,0	3	43	8,0	5,0	4 000	1,0	5	—	4	10	
P 74	28	1,0	3	41	8,0	5,0	4 000	1,0	5	—	4	10	
P 75	32	1,0	3	38	8,0	5,0	4 000	1,0	5	—	4	10	
P 76	36	1,0	3	37	8,0	5,0	4 000	1,0	5	—	4	10	
Gran, Norra Sverige, planterad													
P 77	20	1,0	3	38	8,0	5,0	4 000	0,7	3	—	4	10	
P 78	20	1,0	3	38	8,0	5,0	4 000	0,7	3	—	10	10	
P 79	20	1,0	3	38	8,0	5,0	4 000	0,7	5	—	4	10	

Forts.

Forts.

## Produktionstabeller: Register.

Tabell Nr	$H_{100}$	Vid utgångsläget							Gallringsmom.			in- ter- vall	Anmärkningar
		$q_s$	$\varphi_1$	Ål- der	$h_{3\sigma}$	$M_{SI}$	$S_1$	$t'/t$	$L$	$H$	$G$		
Gran, Södra Sverige, <i>icke planterad</i>													
P 80	12	1,0	4	58	8,0	5,704	6 849	1,0	5	—	10	5	
P 81	16	1,0	4	42	8,0	5,704	6 849	1,0	5	—	10	5	
P 82	20	1,0	4	34	8,0	5,704	6 849	1,0	5	—	10	5	
P 83	24	1,0	4	29	8,0	5,704	6 849	1,0	5	—	10	5	
P 84	28	1,0	4	26	8,0	5,704	6 849	1,0	5	—	10	5	
P 85	32	1,0	4	24	8,0	5,704	6 849	1,0	5	—	10	5	
Gran, Södra Sverige, <i>planterad</i>													
P 86	12	1,0	4	48	8,0	5,704	6 849	0,7	5	—	10	5	}Skärpt till G15 från 82 år.
P 87	16	1,0	4	33	8,0	5,704	6 849	0,7	5	—	10	5	
P 88	20	1,0	4	26	8,0	5,704	6 849	0,7	5	—	10	5	
P 89	24	1,0	4	22	8,0	5,704	6 849	0,7	5	—	10	5	
P 90	24	1,0	4	22	8,0	5,704	6 849	0,7	5	—	10	5	
P 91	28	1,0	4	20	8,0	5,704	6 849	0,7	5	—	9	5	
P 92	28	1,0	4	20	8,0	5,704	6 849	0,7	5	—	10	5	
P 93	28	1,0	4	20	8,0	5,704	6 849	0,7	5	—	11	5	
P 94	32	1,0	4	18	8,0	5,704	6 849	0,7	5	—	10	5	

{Skärpt till G15  
från 82 år.



Tabell P. 1. Tall, Norra Sverige, icke planterad.  $H_{100} = 12$ .  $L\ 5\ G\ 10, 10$ .  $qs = 1,0$  A

Ålder	Övre höjd efter gallr.	Grundyte- medel- stammens		Stamantal		Grundyta på bark, m <sup>2</sup>		Volym under bark, m <sup>3</sup>					Gallringsprocent		
		dia- meter på bark efter gallr.	höjd efter gallr.	före gallr.	efter gallr.	före gallr.	efter gallr.	före gallr.	gallr.	efter gallr.	årlig löp- ande till- växt	årlig me- del- till- växt	Stamantal	Grundyta	Volym
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
61	8,0	6,3	5,2	8 920	5 458	23,7	17,1	67	18	49	—	1,1	38,8	27,8	27,2
71	9,2	7,6	6,4	5 458	3 308	20,8	15,0	67	18	49	1,8	1,2	39,4	28,3	27,0
81	10,3	9,3	7,5	3 308	2 050	19,3	13,8	69	19	51	2,0	1,3	38,0	28,4	27,1
91	11,2	11,2	8,6	2 050	1 301	18,0	12,9	72	20	52	2,1	1,4	36,5	28,5	27,3
101	12,1	13,4	9,7	1 301	844	16,8	12,0	73	20	53	2,1	1,5	35,1	28,5	27,6
111	12,8	15,8	10,7	844	556	15,4	10,9	72	20	52	1,9	1,5	34,1	28,8	27,7
121	13,5	18,3	11,6	556	375	13,8	9,9	69	19	50	1,7	1,5	32,5	28,2	27,7
131	14,1	20,9	12,4	375	256	12,2	8,8	65	18	47	1,5	1,5	31,8	28,3	27,6
141	14,7	23,5	13,1	256	177	10,6	7,6	60	16	43	1,2	1,5	30,8	28,0	27,6
151	15,2	26,0	13,8	177	123	9,1	6,5	53	15	38	1,0	1,5	30,5	28,1	27,6
161	15,7	28,5	14,4	123	87	7,6	5,5	47	13	34	0,8	1,4	29,6	27,6	27,4

Tabell P. 2. Tall, Norra Sverige, icke planterad.  $H_{100} = 16$ .  $L\ 5\ G\ 10, 10$ .  $qs = 1,0$  A

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
46	8,0	6,3	5,2	8 920	5 458	23,7	17,1	67	18	49	—	1,4	38,8	27,8	27,2
56	9,9	7,7	6,8	5 458	3 308	21,5	15,4	73	20	54	2,5	1,6	39,4	28,3	27,0
66	11,6	9,5	8,5	3 308	2 050	20,4	14,6	82	22	60	2,8	1,8	38,0	28,4	27,1
76	13,1	11,6	10,1	2 050	1 301	19,4	13,8	89	24	65	2,9	2,0	36,5	28,5	27,3
86	14,4	14,0	11,6	1 301	844	18,2	13,0	93	26	68	2,9	2,1	35,1	28,6	27,6
96	15,6	16,5	13,0	844	556	16,8	12,0	95	26	68	2,7	2,1	34,1	28,9	27,7
106	16,6	19,2	14,3	556	375	15,2	10,9	93	26	67	2,5	2,2	32,5	28,2	27,7
116	17,6	22,0	15,5	375	256	13,5	9,7	89	25	64	2,1	2,2	31,8	28,3	27,6
126	18,4	24,7	16,5	256	177	11,8	8,5	82	23	60	1,8	2,1	30,8	28,0	27,6
136	19,2	27,4	17,5	177	123	10,1	7,3	74	21	54	1,5	2,1	30,5	28,1	27,6
146	19,9	30,1	18,4	123	87	8,5	6,2	66	18	48	1,2	2,0	29,6	27,6	27,4

Tabell P. 3. Tall, Norra Sverige, icke planterad.  $H_{100} = 20$ .  $G\ 15, 10$ .  $qs = 1,0$  A

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
38	7,9	5,8	4,9	8 920	6 445	23,7	17,1	66	18	48	—	1,7	27,8	27,8	27,8
48	10,4	6,6	6,5	6 445	4 656	21,8	15,7	77	21	56	2,9	2,0	27,7	27,7	27,7
58	12,8	7,5	8,2	4 656	3 364	20,6	14,9	87	24	63	3,2	2,2	27,7	27,8	27,7
68	14,8	8,5	9,8	3 364	2 431	19,3	13,9	94	26	68	3,1	2,3	27,8	27,8	27,8
78	16,6	9,7	11,3	2 431	1 756	17,9	12,9	98	27	71	3,0	2,4	27,8	27,7	27,8
88	18,3	10,9	12,8	1 756	1 269	16,4	11,9	99	28	72	2,8	2,5	27,8	27,7	27,8
98	19,7	12,2	14,2	1 269	917	14,9	10,8	98	27	71	2,7	2,5	27,7	27,7	27,7
108	21,0	13,6	15,5	917	662	13,4	9,7	95	26	69	2,4	2,5	27,8	27,8	27,8
118	22,2	15,1	16,8	662	479	11,9	8,6	90	25	65	2,1	2,4	27,8	27,8	27,8
128	23,2	16,7	18,0	479	346	10,4	7,6	83	23	60	1,8	2,4	27,7	27,8	27,7
138	24,2	18,2	19,2	346	250	9,0	6,5	76	21	55	1,6	2,3	27,7	27,7	27,8
148	25,0	19,8	20,2	250	180	7,7	5,6	68	19	49	1,3	2,3	27,8	27,7	27,8

Tabell P. 4. Tall, Norra Sverige, icke planterad.  $H_{100} = 20$ .  $L\ 5\ G\ 10$ , 5.  $qs = 1,0$  A

Ålder	Övre höjd efter gallr.	Grundyte-medel-stammens		Stamantal		Grundyta på bark, m <sup>2</sup>		Volym under bark, m <sup>3</sup>					Gallringsprocent		
		dia-meter på bark efter gallr.	höjd efter gallr.	före gallr.	efter gallr.	före gallr.	efter gallr.	före gallr.	gallr.	efter gallr.	årlig löp-ande till-växt	årlig me-del-till-växt	Stamantal	Grundyta	Volym
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
38	7,9	6,0	5,0	8 920	7 023	23,7	20,1	66	10	56	—	1,7	21,3	15,0	14,8
43	9,2	6,6	6,0	7 023	5 458	22,3	18,9	71	10	61	2,9	1,9	22,3	15,2	14,6
48	10,4	7,4	7,0	5 458	4 238	21,4	18,1	77	11	65	3,2	2,0	22,3	15,4	14,6
53	11,6	8,2	8,1	4 238	3 308	20,6	17,5	82	12	70	3,4	2,1	22,0	15,5	14,6
58	12,8	9,1	9,2	3 308	2 596	20,0	16,9	88	13	75	3,5	2,3	21,5	15,4	14,6
63	13,8	10,1	10,3	2 596	2 050	19,5	16,4	93	14	80	3,7	2,4	21,1	15,5	14,7
68	14,8	11,2	11,3	2 050	1 627	18,9	15,9	98	14	83	3,6	2,5	20,6	15,6	14,8
73	15,8	12,3	12,4	1 627	1 301	18,3	15,5	102	15	87	3,8	2,6	20,0	15,4	14,8
78	16,6	13,5	13,3	1 301	1 045	17,7	14,9	105	16	89	3,6	2,6	19,7	15,6	15,0
83	17,5	14,7	14,3	1 045	844	17,0	14,4	107	16	91	3,6	2,7	19,2	15,6	15,0
88	18,3	16,0	15,2	844	685	16,3	13,7	108	16	92	3,5	2,7	18,9	15,6	15,0
93	19,0	17,3	16,1	685	556	15,5	13,1	108	16	92	3,3	2,8	18,8	15,8	15,0
98	19,7	18,6	16,9	556	456	14,7	12,5	107	16	91	3,0	2,8	17,9	15,2	15,0
103	20,4	20,0	17,7	456	375	13,9	11,8	106	16	90	2,9	2,8	17,8	15,3	15,1
108	21,0	21,4	18,5	375	308	13,1	11,1	103	16	88	2,7	2,8	17,8	15,7	15,0
113	21,6	22,8	19,2	308	256	12,3	10,4	100	15	85	2,5	2,8	17,0	15,0	14,9
118	22,2	24,1	19,9	256	213	11,5	9,7	97	15	82	2,3	2,7	17,0	15,2	15,0
123	22,7	25,5	20,6	213	177	10,7	9,1	93	14	79	2,1	2,7	16,7	15,1	14,9

Tabell P. 5. Tall, Norra Sverige, icke planterad.  $H_{100} = 20$ .  $L\ 1\ G\ 5$ , 10.  $qs = 1,0$  A

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
38	7,9	5,9	4,9	8 920	7 678	23,7	20,9	66	8	59	—	1,7	13,9	11,6	11,6
48	10,4	6,5	6,6	7 678	6 583	25,1	22,1	89	10	78	3,0	2,0	14,3	11,9	11,6
58	12,8	7,2	8,4	6 583	5 630	26,1	23,0	112	13	99	3,4	2,2	14,5	11,9	11,7
68	14,8	7,9	10,1	5 630	4 809	26,6	23,4	132	16	116	3,3	2,4	14,6	12,1	11,8
78	16,6	8,5	11,8	4 809	4 104	26,5	23,2	150	18	132	3,3	2,5	14,7	12,3	11,9
88	18,3	9,1	13,4	4 104	3 499	26,1	22,8	163	20	143	3,1	2,6	14,7	12,4	12,1
98	19,7	9,7	14,9	3 499	2 986	25,4	22,2	176	21	154	3,2	2,7	14,7	12,5	12,2
108	21,0	10,4	16,3	2 986	2 547	24,6	21,5	185	23	162	3,1	2,7	14,7	12,7	12,4
118	22,2	11,0	17,7	2 547	2 175	23,8	20,7	191	24	167	2,9	2,7	14,6	12,8	12,4
128	23,2	11,7	19,0	2 175	1 858	22,9	19,9	195	25	171	2,8	2,7	14,6	12,9	12,6
138	24,2	12,4	20,2	1 858	1 587	21,9	19,1	198	25	173	2,8	2,7	14,6	13,0	12,8
148	25,0	13,1	21,3	1 587	1 358	21,0	18,3	199	25	173	2,6	2,7	14,4	12,9	12,8

Tabell P. 6. Tall, Norra Sverige, icke planterad.  $H_{100} = 20$ . L 3 G 3, 10.  $qs = 1,0$ 

A

Ålder	Övre höjd efter gallr.	Grundyte-medel-stammens		Stamantal		Grundyta på bark, m <sup>2</sup>		Volym under bark, m <sup>3</sup>					Gallringsprocent		
		dia-meter på bark efter gallr.	höjd efter gallr.	före gallr.	efter gallr.	före gallr.	efter gallr.	före gallr.	gallr.	efter gallr.	årlig löp- ande till- växt	årlig me- del- till- växt	Stamantal	Grundyta	Volym
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
38	7,9	6,1	5,0	8 920	7 170	23,7	20,8	66	8	58	—	1,7	19,6	12,0	11,7
48	10,4	7,0	6,9	7 170	5 681	25,1	22,0	89	10	79	3,1	2,0	20,8	12,5	11,6
58	12,8	8,0	8,9	5 681	4 506	26,3	22,9	114	13	101	3,5	2,3	20,7	12,8	11,8
68	14,8	9,1	10,9	4 506	3 591	26,9	23,3	137	17	120	3,6	2,5	20,3	13,1	12,1
78	16,6	10,2	12,7	3 591	2 891	27,0	23,4	157	19	138	3,7	2,6	19,5	13,2	12,3
88	18,3	11,2	14,5	2 891	2 343	26,8	23,2	175	22	153	3,7	2,8	18,9	13,5	12,6
98	19,7	12,3	16,2	2 343	1 914	26,3	22,8	189	24	165	3,6	2,8	18,3	13,5	12,8
108	21,0	13,4	17,8	1 914	1 577	25,7	22,2	201	26	175	3,6	2,9	17,6	13,4	12,9
118	22,2	14,5	19,2	1 577	1 308	25,0	21,6	210	27	182	3,5	3,0	17,1	13,5	13,1
128	23,2	15,6	20,5	1 308	1 092	24,3	21,0	216	28	187	3,3	3,0	16,5	13,6	13,1
138	24,2	16,8	21,7	1 092	915	23,4	20,2	220	29	191	3,3	3,0	16,2	13,7	13,2
148	25,0	17,9	22,8	915	773	22,5	19,6	221	29	192	3,0	3,0	15,4	13,1	13,0

Tabell P. 7. Tall, Norra Sverige, icke planterad.  $H_{100} = 20$ . L 5 G 1, 10.  $qs = 1,0$ 

A

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
38	7,9	6,3	5,1	8 920	6 604	23,7	20,7	66	8	58	—	1,7	26,0	12,7	11,9
48	10,4	7,6	7,2	6 604	4 843	25,1	21,8	90	10	80	3,2	2,0	26,7	13,2	11,6
58	12,8	9,0	9,4	4 843	3 631	26,4	22,9	117	14	103	3,7	2,3	25,0	13,4	11,8
68	14,8	10,4	11,5	3 631	2 789	27,3	23,6	142	17	125	4,0	2,6	23,2	13,5	12,0
78	16,6	11,8	13,5	2 789	2 189	27,7	24,0	166	21	146	4,1	2,8	21,5	13,6	12,4
88	18,3	13,2	15,4	2 189	1 745	27,8	24,0	188	24	164	4,2	2,9	20,3	13,8	12,6
98	19,7	14,6	17,1	1 745	1 425	27,6	24,0	205	26	179	4,1	3,0	18,3	13,1	12,6
108	21,0	16,0	18,6	1 425	1 176	27,3	23,7	219	28	192	4,1	3,1	17,5	13,2	12,5
118	22,2	17,4	20,0	1 176	984	26,9	23,5	232	29	203	4,0	3,2	16,3	12,7	12,5
128	23,2	18,8	21,3	984	828	26,4	23,0	240	30	210	3,8	3,2	15,9	13,0	12,5
138	24,2	20,2	22,5	828	705	25,8	22,6	246	30	216	3,6	3,3	14,9	12,4	12,2
148	25,0	21,6	23,5	705	601	25,2	22,0	251	31	220	3,5	3,3	14,7	12,6	12,3
158	25,8	23,0	24,4	601	519	24,4	21,5	253	30	223	3,3	3,3	13,7	11,9	11,8

Tabell P. 8. Tall, Norra Sverige, icke planterad.  $H_{100} = 20$ . L 5 G 5, 10.  $qs = 1,0$ 

A

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
38	7,9	6,3	5,1	8 920	6 081	23,7	19,0	66	13	54	—	1,7	31,8	19,6	18,9
48	10,4	7,7	7,2	6 081	4 106	23,7	18,9	85	16	69	3,1	2,0	32,5	20,1	18,6
58	12,8	9,2	9,4	4 106	2 835	23,9	19,0	105	20	85	3,6	2,3	31,0	20,2	18,7
68	14,8	11,0	11,5	2 835	2 005	23,8	19,0	124	24	100	3,8	2,5	29,3	20,3	19,0
78	16,6	12,8	13,5	2 005	1 449	23,4	18,6	139	27	112	3,9	2,7	27,7	20,4	19,3
88	18,3	14,7	15,4	1 449	1 064	22,6	18,0	152	30	122	4,0	2,8	26,6	20,7	19,5
98	19,7	16,6	17,1	1 064	800	21,6	17,3	160	31	128	3,7	2,9	24,8	20,0	19,5
108	21,0	18,6	18,6	800	608	20,6	16,5	164	32	132	3,5	3,0	24,0	20,1	19,4
118	22,2	20,6	20,0	608	468	19,4	15,6	165	32	133	3,3	3,0	22,9	19,7	19,4
128	23,2	22,6	21,3	468	363	18,2	14,5	163	32	132	3,0	3,0	22,6	19,9	19,4
138	24,2	24,6	22,5	363	284	16,8	13,5	159	30	129	2,7	3,0	21,6	19,3	19,1
148	25,0	26,6	23,5	284	223	15,5	12,4	153	29	123	2,4	3,0	21,5	19,6	19,2
158	25,8	28,7	24,4	223	178	14,1	11,5	144	27	117	2,1	2,9	20,5	18,9	18,7

Tabell P. 9. Tall, Norra Sverige, icke planterad.  $H_{100} = 20$ . L 5 G 6, 10.  $qs = 1,0$  A

Ålder	Övre höjd efter gallr.	Grundyte- medel- stammens		Stamantal		Grundyta på bark, m <sup>2</sup>		Volym under bark, m <sup>3</sup>					Gallringsprocent		
		dia- meter på bark efter gallr.	höjd efter gallr.	före gallr.	efter gallr.	före gallr.	efter gallr.	före gallr.	gallr.	efter gallr.	årlig löp- ande till- växt	årlig me- del- till- växt	Stamantal	Grundyta	Volym
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
38	7,9	6,3	5,1	8 920	5 954	23,7	18,6	66	14	53	—	1,7	33,3	21,3	20,6
48	10,4	7,7	7,2	5 954	3 936	23,3	18,3	84	17	67	3,1	2,0	33,9	21,8	20,3
58	12,8	9,3	9,4	3 936	2 661	23,3	18,2	102	21	81	3,5	2,3	32,4	21,9	20,4
68	14,8	11,1	11,5	2 661	1 843	23,0	17,9	120	25	95	3,8	2,5	30,7	22,0	20,7
78	16,6	13,1	13,5	1 843	1 304	22,5	17,5	133	28	105	3,8	2,7	29,2	22,1	21,0
88	18,3	15,1	15,4	1 304	937	21,6	16,7	144	30	114	3,9	2,8	28,1	22,4	21,2
98	19,7	17,2	17,1	937	690	20,4	16,0	150	32	118	3,6	2,9	26,4	21,5	21,2
108	21,0	19,3	18,6	690	513	19,2	15,0	152	32	120	3,4	3,0	25,6	21,8	21,1
118	22,2	21,5	20,0	513	387	17,8	14,0	151	32	120	3,1	3,0	24,5	21,4	21,0
128	23,2	23,7	21,3	387	294	16,4	12,9	148	31	116	2,8	3,0	24,2	21,5	21,1
138	24,2	25,8	22,5	294	225	15,0	11,8	142	30	112	2,5	2,9	23,2	21,0	20,8
148	25,0	28,0	23,5	225	173	13,6	10,7	133	28	106	2,1	2,9	23,1	21,3	20,9

Tabell P. 10. Tall, Norra Sverige, icke planterad.  $H_{100} = 20$ . L 5 G 7, 10.  $qs = 1,0$  A

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
38	7,9	6,3	5,1	8 920	5 828	23,7	18,2	66	15	51	—	1,7	34,7	22,9	22,3
48	10,4	7,7	7,2	5 828	3 771	23,0	17,6	83	18	65	3,1	2,0	35,3	23,4	22,0
58	12,8	9,4	9,4	3 771	2 495	22,7	17,4	100	22	78	3,5	2,3	33,8	23,6	22,1
68	14,8	11,3	11,5	2 495	1 691	22,3	17,0	116	26	90	3,8	2,5	32,2	23,6	22,4
78	16,6	13,4	13,5	1 691	1 171	21,6	16,5	129	29	99	3,9	2,7	30,7	23,8	22,7
88	18,3	15,5	15,4	1 171	824	20,6	15,6	137	31	106	3,8	2,8	29,6	24,0	22,8
98	19,7	17,8	17,1	824	594	19,3	14,8	141	32	109	3,6	2,9	27,9	23,3	22,9
108	21,0	20,1	18,6	594	432	17,9	13,7	142	32	110	3,3	2,9	27,2	23,4	22,8
118	22,2	22,4	20,0	432	319	16,4	12,6	139	32	108	3,0	2,9	26,1	23,0	22,7
128	23,2	24,8	21,3	319	237	14,9	11,5	134	30	103	2,6	2,9	25,8	23,2	22,7
138	24,2	27,2	22,5	237	178	13,3	10,3	126	28	97	2,3	2,9	24,9	22,6	22,5

Tabell P. 11. Tall, Norra Sverige, icke planterad.  $H_{100} = 20$ . L 5 G 8, 10.  $qs = 1,0$  A

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
38	7,9	6,3	5,1	8 920	5 703	23,7	17,8	66	16	50	—	1,7	36,1	24,6	23,9
48	10,4	7,7	7,2	5 703	3 612	22,7	17,0	81	19	62	3,1	2,0	36,7	25,1	23,6
58	12,8	9,5	9,4	3 612	2 339	22,2	16,6	98	23	74	3,6	2,3	35,3	25,2	23,8
68	14,8	11,5	11,5	2 339	1 551	21,6	16,1	111	27	85	3,7	2,5	33,7	25,3	24,0
78	16,6	13,7	13,5	1 551	1 051	20,7	15,5	123	30	93	3,9	2,7	32,2	25,4	24,4
88	18,3	16,0	15,4	1 051	724	19,6	14,6	130	32	99	3,7	2,8	31,1	25,6	24,5
98	19,7	18,4	17,1	724	511	18,2	13,6	133	33	101	3,5	2,9	29,5	24,9	24,5
108	21,0	20,9	18,6	511	364	16,7	12,5	132	32	100	3,1	2,9	28,8	25,1	24,4
118	22,2	23,4	20,0	364	263	15,1	11,3	127	31	96	2,8	2,9	27,7	24,7	24,4
128	23,2	26,0	21,3	263	191	13,4	10,1	120	29	91	2,4	2,8	27,4	24,8	24,4
138	24,2	28,5	22,5	191	140	11,8	8,9	111	27	84	2,0	2,8	26,5	24,4	24,2

Tabell P. 12. Tall, Norra Sverige, icke planterad.  $H_{100} = 20$ . L 5 G 9, 10.  $qs = 1,0$  A

Ålder	Övre höjd efter gallr.	Grundyte- medel- stammens		Stamantal		Grundyta på bark, m <sup>2</sup>		Volym under bark, m <sup>3</sup>					Gallringsprocent		
		dia- meter på bark efter gallr.	höjd efter gallr.	före gallr.	efter gallr.	före gallr.	efter gallr.	före gallr.	gallr.	efter gallr.	årlig löp- ande till- växt	årlig med- del- till- växt	Stamantal	Grundyta	Volym
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
38	7,9	6,3	5,1	8 920	5 580	23,7	17,5	66	17	49	—	1,7	37,4	26,2	25,6
48	10,4	7,8	7,2	5 580	3 457	22,3	16,4	80	20	60	3,1	2,0	38,0	26,7	25,3
58	12,8	9,6	9,4	3 457	2 190	21,7	15,9	95	24	71	3,6	2,3	36,7	26,8	25,5
68	14,8	11,7	11,5	2 190	1 421	21,0	15,3	109	28	81	3,8	2,5	35,1	26,9	25,7
78	16,6	14,0	13,5	1 421	943	20,0	14,6	118	31	88	3,8	2,7	33,7	27,1	26,0
88	18,3	16,5	15,4	943	635	18,7	13,6	124	32	92	3,6	2,8	32,6	27,3	26,1
98	19,7	19,1	17,1	635	438	17,1	12,6	125	33	92	3,3	2,8	31,0	26,5	26,1
108	21,0	21,8	18,6	438	305	15,5	11,4	122	32	90	3,0	2,8	30,3	26,6	26,1
118	22,2	24,5	20,0	305	216	13,8	10,1	116	30	86	2,6	2,8	29,3	26,3	26,0
128	23,2	27,1	21,3	216	153	12,1	8,9	108	28	80	2,2	2,8	28,9	26,5	26,0
138	24,2	29,8	22,5	153	110	10,4	7,7	98	25	72	1,8	2,7	28,1	26,0	25,8

Tabell P. 13. Tall, Norra Sverige, icke planterad.  $H_{100} = 20$ . L 5 G 10, 10.  $qs = 1,0$  A

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
38	7,9	6,3	5,1	8 920	5 458	23,7	17,1	66	18	48	—	1,7	38,8	27,8	27,2
48	10,4	7,8	7,2	5 458	3 308	22,0	15,8	79	21	58	3,1	2,0	39,4	28,3	26,9
58	12,8	9,7	9,4	3 308	2 050	21,2	15,2	93	25	68	3,5	2,3	38,0	28,4	27,0
68	14,8	11,9	11,5	2 050	1 301	20,3	14,5	105	29	77	3,7	2,5	36,5	28,5	27,3
78	16,6	14,4	13,5	1 301	844	19,2	13,7	114	31	82	3,7	2,7	35,1	28,6	27,6
88	18,3	17,0	15,4	844	556	17,8	12,7	118	33	85	3,6	2,8	34,1	28,9	27,7
98	19,7	19,8	17,1	556	375	16,1	11,6	118	33	85	3,3	2,8	32,5	28,2	27,7
108	21,0	22,7	18,6	375	256	14,4	10,3	113	31	82	2,8	2,8	31,8	28,3	27,7
118	22,2	25,5	20,0	256	177	12,6	9,0	106	29	77	2,4	2,8	30,8	27,9	27,6
128	23,2	28,4	21,3	177	123	10,8	7,8	96	27	70	2,0	2,7	30,5	28,1	27,6
138	24,2	31,2	22,5	123	87	9,1	6,6	85	23	62	1,6	2,6	29,6	27,6	27,4

Tabell P. 14. Tall, Norra Sverige, icke planterad.  $H_{100} = 20$ . L 5 G 10, 10; från 108 år L 5 G 15, 10.  $qs = 1,0$  A

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
38	7,9	6,3	5,1	8 920	5 458	23,7	17,1	66	18	48	—	1,7	38,8	27,8	27,2
48	10,4	7,8	7,2	5 458	3 308	22,0	15,8	79	21	58	3,1	2,0	39,4	28,3	26,9
58	12,8	9,7	9,4	3 308	2 050	21,2	15,2	93	25	68	3,5	2,3	38,0	28,4	27,0
68	14,8	11,9	11,5	2 050	1 301	20,3	14,5	105	29	77	3,7	2,5	36,5	28,5	27,3
78	16,6	14,4	13,5	1 301	844	19,2	13,7	114	31	82	3,7	2,7	35,1	28,6	27,6
88	18,3	17,0	15,4	844	556	17,8	12,7	118	33	85	3,6	2,8	34,1	28,9	27,7
98	19,7	19,8	17,1	556	375	16,1	11,6	118	33	85	3,3	2,8	32,5	28,2	27,7
108	21,0	22,7	18,6	375	228	14,4	9,2	113	40	73	2,8	2,8	39,2	30,1	35,5
118	22,2	—	—	228	—	11,3	—	95	—	—	2,2	2,8	—	—	—

Tabell P. 15. Tall, Norra Sverige, icke planterad.  $H_{100} = 20$ . L 5 G II, 10.  $qs = 1,0$  A

Ålder	Övre höjd efter gallr.	Grundyte- medel- stammens		Stamantal		Grundyta på bark, m <sup>2</sup>		Volym under bark, m <sup>3</sup>					Gallringsprocent		
		dia- meter på bark efter gallr.	höjd efter gallr.	före gallr.	efter gallr.	före gallr.	efter gallr.	före gallr.	gallr.	efter gallr.	årlig löp- ande till- växt	årlig me- del- till- växt	Stamantal	Grundyta	Volym
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
38	7,9	6,3	5,1	8 920	5 337	23,7	16,7	66	19	47	—	1,7	40,2	29,4	28,8
48	10,4	7,8	7,2	5 337	3 103	21,7	15,2	78	22	56	3,1	2,0	40,7	29,8	28,5
58	12,8	9,8	9,4	3 163	1 917	20,7	14,5	91	26	65	3,5	2,3	39,4	30,0	28,7
68	14,8	12,1	11,5	1 917	1 190	19,7	13,8	102	30	73	3,7	2,5	37,9	30,1	28,9
78	16,6	14,8	13,5	1 190	755	18,5	12,9	109	32	78	3,7	2,6	36,6	30,2	29,2
88	18,3	17,6	15,4	755	486	17,0	11,8	112	33	79	3,5	2,7	35,6	30,4	29,3
98	19,7	20,6	17,1	486	321	15,2	10,7	111	32	78	3,1	2,8	34,0	29,8	29,3
108	21,0	23,6	18,6	321	214	13,3	9,3	105	31	74	2,7	2,8	33,3	29,9	29,3
118	22,2	26,6	20,0	214	145	11,4	8,0	96	28	68	2,2	2,7	32,4	29,5	29,2
128	23,2	29,6	21,3	145	98	9,6	6,8	86	25	61	1,8	2,6	32,0	29,7	29,2
138	24,2	32,5	22,5	98	68	7,9	5,6	74	22	53	1,4	2,6	31,2	29,2	29,0

Tabell P. 16. Tall, Norra Sverige, icke planterad.  $H_{100} = 20$ . L 5 G 12, 10.  $qs = 1,0$  A

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
38	7,9	6,3	5,1	8 920	5 218	23,7	16,3	66	20	46	—	1,7	41,5	31,0	30,4
48	10,4	7,9	7,2	5 218	3 023	21,4	14,7	77	23	54	3,1	2,0	42,1	31,4	30,1
58	12,8	9,9	9,4	3 023	1 791	20,2	13,8	89	27	62	3,5	2,3	40,8	31,6	30,3
68	14,8	12,4	11,5	1 791	1 087	19,2	13,1	99	30	69	3,7	2,5	39,3	31,7	30,5
78	16,6	15,2	13,5	1 087	674	17,8	12,2	105	32	73	3,7	2,6	38,0	31,6	30,8
88	18,3	18,2	15,4	674	425	16,2	11,0	107	33	74	3,4	2,7	37,0	31,9	30,9
98	19,7	21,3	17,1	425	274	14,2	9,8	104	32	72	3,0	2,7	35,5	31,2	30,9
108	21,0	24,5	18,6	274	179	12,3	8,4	97	30	67	2,5	2,7	34,8	31,4	30,8
118	22,2	27,7	20,0	179	118	10,3	7,1	87	27	60	2,0	2,7	33,9	31,0	30,8
128	23,2	30,8	21,3	118	79	8,5	5,9	76	23	52	1,6	2,6	33,5	31,2	30,8

Tabell P. 17. Tall, Norra Sverige, icke planterad.  $H_{100} = 20$ . L 5 G 13, 10.  $qs = 1,0$  A

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
38	7,9	6,3	5,1	8 920	5 100	23,7	16,0	66	21	45	—	1,7	42,8	32,6	32,0
48	10,4	7,9	7,2	5 100	2 888	21,1	14,1	76	24	52	3,1	2,0	43,4	33,0	31,7
58	12,8	10,0	9,4	2 888	1 672	19,8	13,2	87	28	59	3,5	2,3	42,1	33,1	31,8
68	14,8	12,6	11,5	1 672	992	18,6	12,4	96	31	65	3,7	2,5	40,7	33,2	32,1
78	16,6	15,6	13,5	992	601	17,2	11,5	101	33	68	3,6	2,6	39,4	33,3	32,3
88	18,3	18,8	15,4	601	370	15,4	10,3	102	33	69	3,4	2,7	38,4	33,5	32,4
98	19,7	22,1	17,1	370	234	13,4	9,0	97	32	66	2,8	2,7	36,9	32,8	32,5
108	21,0	25,5	18,6	234	149	11,3	7,6	89	29	60	2,3	2,7	36,3	33,0	32,4
118	22,2	28,8	20,0	149	96	9,3	6,3	78	25	53	1,8	2,6	35,4	32,6	32,4

Tabell P. 18. Tall, Norra Sverige, icke planterad.  $H_{100} = 20$ .  $L\ 5\ G\ 14$ , 10.  $qs = 1,0$  A

Ålder	Övre höjd efter gallr.	Grundyte- medel- stammens		Stamantal		Grundyta på bark, m <sup>2</sup>		Volym under bark, m <sup>3</sup>					Gallringsprocent		
		dia- meter på bark efter gallr.	höjd efter gallr.	före gallr.	efter gallr.	före gallr.	efter gallr.	före gallr.	gallr.	efter gallr.	årlig löp- ande till- växt	årlig me- del- till- växt	Stamantal	Grundyta	Volym
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
38	7,9	6,3	5,1	8 920	4 984	23,7	15,6	66	22	44	—	1,7	44,1	34,1	33,5
48	10,4	7,9	7,2	4 984	2 758	20,8	13,6	74	25	50	3,0	2,0	44,7	34,5	33,3
58	12,8	10,2	9,4	2 758	1 560	19,3	12,6	85	28	56	3,5	2,3	43,4	34,6	33,4
68	14,8	12,9	11,5	1 560	904	18,1	11,8	93	31	62	3,7	2,5	42,0	34,7	33,6
78	16,6	16,0	13,5	904	536	16,6	10,8	97	33	64	3,5	2,6	40,8	34,8	33,9
88	18,3	19,4	15,4	536	322	14,7	9,5	97	33	64	3,2	2,7	39,8	35,0	34,0
98	19,7	22,9	17,1	322	199	12,5	8,2	91	31	60	2,7	2,7	38,4	34,3	34,0
108	21,0	26,5	18,6	199	124	10,4	6,8	81	28	54	2,2	2,6	37,7	34,5	34,0
118	22,2	29,9	20,0	124	78	8,4	5,5	70	24	46	1,6	2,5	36,8	34,2	33,9

Tabell P. 19. Tall, Norra Sverige, icke planterad.  $H_{100} = 20$ .  $L\ 5\ G\ 15$ , 10.  $qs = 1,0$  A

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
38	7,9	6,3	5,1	8 920	4 868	23,7	15,2	66	23	43	—	1,7	45,4	35,6	35,1
48	10,4	8,0	7,2	4 868	2 632	20,4	13,1	73	25	48	3,0	2,0	45,9	36,0	34,8
58	12,8	10,3	9,4	2 632	1 455	18,9	12,1	83	29	54	3,5	2,3	44,7	36,2	34,9
68	14,8	13,2	11,5	1 455	824	17,6	11,2	91	32	59	3,7	2,5	43,4	36,2	35,2
78	16,6	16,5	13,5	824	477	16,0	10,2	94	33	61	3,5	2,6	42,1	36,3	35,4
88	18,3	20,0	15,4	477	280	13,9	8,8	92	33	59	3,1	2,7	41,2	36,5	35,5
98	19,7	23,8	17,1	280	169	11,7	7,5	85	30	55	2,5	2,7	39,8	35,8	35,5
108	21,0	27,5	18,6	169	103	9,5	6,1	74	26	48	2,0	2,6	39,2	36,0	35,5
118	22,2	31,1	20,0	103	63	7,5	4,8	63	22	40	1,5	2,5	38,3	35,7	35,5

Tabell P. 20. Tall, Norra Sverige, icke planterad.  $H_{100} = 20$ .  $L\ 5\ G\ 20$ , 10.  $qs = 1,0$  A

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
38	7,9	6,3	5,1	8 920	4 312	23,7	13,5	66	28	38	—	1,7	51,7	43,0	42,5
48	10,4	8,2	7,2	4 312	2 065	19,0	10,8	69	29	40	3,1	2,0	52,1	43,3	42,3
58	12,8	11,0	9,4	2 065	1 011	17,1	9,7	74	32	43	3,5	2,3	51,0	43,4	42,4
68	14,8	14,7	11,5	1 011	507	15,3	8,6	78	33	45	3,5	2,5	49,8	43,6	42,6
78	16,6	19,0	13,5	507	260	13,0	7,4	76	33	44	3,1	2,5	48,7	43,5	42,7
88	18,3	23,5	15,4	260	135	10,5	5,9	68	29	39	2,5	2,5	47,9	43,7	42,9
98	19,7	28,1	17,1	135	72	7,9	4,5	57	24	32	1,8	2,5	46,7	43,3	42,9
108	21,0	32,5	18,6	72	39	5,7	3,2	44	19	25	1,2	2,3	46,1	43,3	42,9
118	22,2	36,7	20,0	39	21	3,9	2,2	33	14	19	0,8	2,2	45,4	43,1	42,9

Tabell P. 21. Tall, Norra Sverige, icke planterad.  $H_{100} = 20$ .  $H\ 3\ G\ 10$ , 10.  $qs = 1,0$  B

Ålder	Övre höjd efter gallr.	Grundyte-medeltammens		Stamantal		Grundyta på bark, m <sup>2</sup>		Volym under bark, m <sup>3</sup>					Gallringsprocent		
		diameter på bark efter gallr.	höjd efter gallr.	före gallr.	efter gallr.	före gallr.	efter gallr.	före gallr.	gallr.	efter gallr.	årlig löpande tillväxt	årlig medeltillväxt	Stamantal	Grundyta	Volym
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
38	7,9	5,7	4,8	8 920	6 764	23,7	17,3	66	18	48	—	1,7	24,2	26,7	27,2
48	10,4	6,3	6,4	6 764	5 129	21,9	16,1	77	21	56	2,9	2,0	24,2	26,5	27,1
58	12,8	7,1	7,9	5 129	3 889	20,7	15,2	86	23	63	3,0	2,2	24,2	26,4	26,9
68	14,8	7,9	9,4	3 889	2 948	19,4	14,3	93	25	68	2,9	2,3	24,2	26,3	26,7
78	16,6	8,7	10,8	2 948	2 237	18,0	13,3	96	26	71	2,8	2,4	24,1	26,0	26,5
88	18,3	9,6	12,2	2 237	1 696	16,6	12,3	98	26	72	2,7	2,4	24,2	26,0	26,4
98	19,7	10,6	13,5	1 696	1 287	15,1	11,2	97	25	72	2,5	2,4	24,1	25,7	26,1
108	21,0	11,6	14,8	1 287	975	13,8	10,2	95	25	70	2,3	2,4	24,2	25,6	26,0
118	22,2	12,6	16,0	975	740	12,5	9,3	91	23	68	2,1	2,4	24,1	25,4	25,7
128	23,2	13,8	17,1	740	562	11,2	8,4	87	22	65	1,9	2,3	24,1	25,3	25,6
138	24,2	15,0	18,2	562	426	10,0	7,5	82	21	61	1,7	2,3	24,2	25,2	25,5
148	25,0	16,2	19,2	426	323	8,9	6,7	75	19	56	1,5	2,2	24,0	24,9	25,2
158	25,8	17,4	20,2	323	245	7,8	5,8	69	17	52	1,3	2,2	24,1	25,1	25,2
168	26,5	18,7	21,2	245	186	6,8	5,1	63	16	47	1,1	2,1	24,1	24,8	25,1

Tabell P. 22. Tall, Norra Sverige, icke planterad.  $H_{100} = 20$ .  $H\ 3\ G\ 11$ , 10.  $qs = 1,0$  B

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
38	7,9	5,7	4,8	8 920	6 614	23,7	17,0	66	19	47	—	1,7	25,8	28,3	28,8
48	10,4	6,3	6,4	6 614	4 904	21,6	15,5	76	22	54	2,9	2,0	25,9	28,2	28,8
58	12,8	7,1	7,9	4 904	3 637	20,2	14,5	84	24	60	3,0	2,2	25,8	28,0	28,5
68	14,8	8,0	9,4	3 637	2 696	18,8	13,6	90	26	65	3,0	2,3	25,9	27,9	28,4
78	16,6	8,9	10,8	2 696	2 001	17,4	12,6	93	26	67	2,8	2,4	25,8	27,6	28,1
88	18,3	9,9	12,2	2 001	1 483	15,9	11,5	93	26	67	2,7	2,4	25,9	27,6	28,0
98	19,7	11,0	13,5	1 483	1 100	14,4	10,5	92	25	66	2,4	2,4	25,8	27,4	27,8
108	21,0	12,2	14,8	1 100	816	13,0	9,5	89	25	65	2,3	2,4	25,9	27,3	27,6
118	22,2	13,4	16,0	816	605	11,6	8,5	85	23	62	2,0	2,4	25,8	27,1	27,4
128	23,2	14,6	17,1	605	449	10,3	7,6	79	22	58	1,8	2,3	25,8	27,0	27,3
138	24,2	15,9	18,2	449	333	9,1	6,6	74	20	54	1,6	2,3	25,9	26,9	27,2
148	25,0	17,3	19,2	333	247	7,9	5,8	67	18	49	1,3	2,2	25,7	26,6	26,9

Tabell P. 23. Tall, Norra Sverige, icke planterad.  $H_{100} = 20$ .  $H\ 5\ G\ 8$ , 10.  $qs = 1,0$  B

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
38	7,9	5,6	4,8	8 920	6 756	23,7	16,9	66	19	47	—	1,7	24,3	28,5	29,3
48	10,4	6,2	6,3	6 756	5 116	21,5	15,4	75	22	53	2,8	2,0	24,3	28,3	29,1
58	12,8	6,9	7,8	5 116	3 874	20,0	14,4	83	24	59	3,0	2,1	24,3	27,9	28,8
68	14,8	7,6	9,2	3 874	2 937	18,6	13,5	88	25	63	2,9	2,2	24,2	27,6	28,4
78	16,6	8,4	10,5	2 937	2 225	17,1	12,4	90	25	65	2,7	2,3	24,3	27,3	28,2
88	18,3	9,3	11,9	2 225	1 686	15,7	11,4	90	25	65	2,6	2,3	24,2	27,1	27,7
98	19,7	10,2	13,1	1 686	1 278	14,3	10,5	89	24	65	2,4	2,3	24,2	26,8	27,4
108	21,0	11,2	14,3	1 278	969	12,9	9,5	87	23	63	2,2	2,3	24,2	26,5	27,1
118	22,2	12,2	15,4	969	735	11,7	8,6	83	22	61	2,0	2,3	24,1	26,2	26,7
128	23,2	13,3	16,5	735	558	10,5	7,7	79	21	58	1,8	2,3	24,1	26,0	26,4
138	24,2	14,4	17,6	558	424	9,3	6,9	74	19	54	1,6	2,2	24,0	25,6	26,1
148	25,0	15,6	18,6	424	322	8,3	6,2	68	18	51	1,4	2,2	24,0	25,5	25,9



Tabell P. 24. Tall, Norra Sverige, icke planterad.  $H_{100} = 20$ .  $H\ 5\ G\ 10, 10$ .  $qs = 1,0$  B

Ålder	Övre höjd efter gallr.	Grundyte-medel-stammens		Stamantal		Grundyta på bark, m <sup>2</sup>		Volym under bark, m <sup>3</sup>					Gallringsprocent		
		dia-meter på bark efter gallr.	höjd efter gallr.	före gallr.	efter gallr.	före gallr.	efter gallr.	före gallr.	gallr.	efter gallr.	årlig löp-ande till-växt	årlig me-del-till-växt	Stamantal	Grundyta	Volym
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
38	7,9	5,6	4,8	8 920	6 466	23,7	16,2	66	21	45	—	1,7	27,5	31,6	32,4
48	10,4	6,2	6,3	6 466	4 686	20,9	14,3	73	23	49	2,8	2,0	27,5	31,3	32,2
58	12,8	7,0	7,8	4 686	3 396	19,2	13,2	79	25	54	3,0	2,1	27,5	31,0	31,8
68	14,8	7,9	9,2	3 396	2 464	17,6	12,2	83	26	57	2,9	2,2	27,4	30,7	31,5
78	16,6	8,9	10,5	2 464	1 786	16,1	11,2	84	26	58	2,7	2,3	27,5	30,4	31,2
88	18,3	10,0	11,9	1 786	1 295	14,6	10,2	83	26	58	2,5	2,3	27,5	30,2	30,8
98	19,7	11,2	13,1	1 295	940	13,1	9,2	81	25	56	2,3	2,3	27,4	29,9	30,5
108	21,0	12,4	14,3	940	682	11,7	8,2	78	23	54	2,1	2,3	27,5	29,7	30,2
118	22,2	13,7	15,4	682	495	10,3	7,3	73	22	51	1,9	2,3	27,4	29,4	29,9
128	23,2	15,0	16,6	495	360	9,0	6,4	67	20	47	1,6	2,2	27,4	29,2	29,6
138	24,2	16,4	17,6	360	261	7,8	5,5	61	18	43	1,4	2,2	27,3	29,0	29,3
148	25,0	17,8	18,6	261	190	6,7	4,8	55	16	39	1,1	2,1	27,3	28,7	29,1

Tabell P. 25. Tall, Norra Sverige, icke planterad.  $H_{100} = 20$ .  $L\ 5\ G\ 10, 10$ .  $qs = 1,0$  B

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
38	7,9	7,4	5,2	6 598	4 037	24,1	17,3	67	18	49	—	1,8	38,8	28,3	27,5
48	10,4	9,1	7,3	4 037	2 447	22,4	16,0	80	22	58	3,2	2,1	39,4	28,8	27,4
58	12,8	11,3	9,5	2 447	1 516	21,5	15,3	95	26	68	3,6	2,3	38,0	28,9	27,6
68	14,8	13,9	11,7	1 516	962	20,6	14,6	106	30	77	3,8	2,5	36,5	28,9	27,8
78	16,6	16,7	13,6	962	624	19,3	13,7	114	32	82	3,8	2,7	35,1	28,9	27,9
88	18,3	19,7	15,5	624	411	17,6	12,5	117	33	84	3,5	2,8	34,1	29,1	28,0
98	19,7	22,7	17,2	411	278	15,7	11,3	115	32	83	3,0	2,8	32,5	28,4	28,0
108	21,0	25,8	18,7	278	189	13,8	9,9	109	30	78	2,6	2,8	31,8	28,4	27,9

Tabell P. 26. Tall, Norra Sverige, icke planterad.  $H_{100} = 20$ .  $L\ 5\ G\ 6, 10$ .  $qs = 1,0$  B

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
38	7,9	9,5	5,4	4 101	2 737	25,2	19,4	70	15	54	—	1,8	33,3	22,9	21,7
48	10,4	11,6	7,6	2 737	1 810	24,8	19,0	89	19	69	3,4	2,2	33,9	23,4	21,9
58	12,8	14,0	9,8	1 810	1 223	24,7	18,9	109	24	85	4,0	2,5	32,4	23,3	21,9
68	14,8	16,7	11,9	1 223	847	24,2	18,6	126	28	98	4,1	2,7	30,7	23,2	22,0
78	16,6	19,5	13,9	847	599	23,3	17,9	139	31	108	4,1	2,9	29,2	23,1	22,0
88	18,3	22,3	15,7	599	431	21,9	16,9	146	32	114	3,8	3,0	28,1	23,1	22,0
98	19,7	25,2	17,4	431	317	20,3	15,8	149	32	116	3,4	3,0	26,4	22,2	21,8
108	21,0	27,9	18,9	317	236	18,6	14,4	147	32	115	3,1	3,0	25,6	22,3	21,7
118	22,2	30,6	20,3	236	178	16,8	13,1	142	31	112	2,7	3,0	24,5	21,8	21,5

Tabell P. 27. Tall, Norra Sverige, icke planterad.  $H_{100} = 20$ .  $L\ 5\ G\ 10, 10$ .  $qs = 1,0$  B

Ålder	Övre höjd efter gallr.	Grundyte-medel-stammens		Stamantal		Grundyta på bark, m <sup>2</sup>		Volym under bark, m <sup>3</sup>					Gallringsprocent		
		dia-meter på bark efter gallr.	höjd efter gallr.	före gallr.	efter gallr.	före gallr.	efter gallr.	före gallr.	gallr.	efter gallr.	årlig löp-ande till-växt	årlig me-del-till-växt	Stamantal	Grundyta	Volym
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
38	7,9	9,5	5,4	4 101	2 509	25,2	17,8	70	20	50	—	1,8	38,8	29,3	28,3
48	10,4	11,7	7,6	2 509	1 521	23,3	16,3	83	24	60	3,3	2,1	39,4	29,9	28,4
58	12,8	14,5	9,8	1 521	942	22,2	15,6	97	28	70	3,8	2,4	38,0	29,7	28,4
68	14,8	17,7	11,9	942	598	20,8	14,7	108	31	77	3,8	2,6	36,5	29,6	28,5
78	16,6	21,0	13,9	598	388	19,1	13,5	114	32	81	3,6	2,8	35,1	29,4	28,5
88	18,3	24,4	15,7	388	256	17,0	12,0	113	32	81	3,2	2,8	34,1	29,5	28,5
98	19,7	27,9	17,4	256	173	14,7	10,5	108	31	77	2,7	2,8	32,5	28,6	28,3

Tabell P. 28. Tall, Norra Sverige, icke planterad.  $H_{100} = 20$ .  $L\ 5\ G\ 10, 10$ .  $qs = 1,0$  A

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
58	12,8	9,0	8,6	4 562	2 791	24,9	17,7	105	29	76	—	1,8	38,8	29,1	27,9
68	14,8	10,8	10,7	2 791	1 692	22,0	15,5	109	31	79	3,4	2,0	39,4	29,6	28,1
78	16,6	13,1	12,8	1 692	1 048	20,2	14,2	115	33	83	3,7	2,2	38,0	29,6	28,2
88	18,3	15,8	14,7	1 048	665	18,5	13,1	119	34	85	3,6	2,4	36,5	29,4	28,3
98	19,7	18,7	16,5	665	432	16,8	11,9	119	34	85	3,4	2,5	35,1	29,3	28,4
108	21,0	21,7	18,1	432	284	14,9	10,5	115	33	82	3,0	2,5	34,1	29,4	28,4
118	22,2	24,7	19,6	284	192	12,9	9,2	107	30	77	2,5	2,5	32,5	28,6	28,2
128	23,2	27,6	20,9	192	131	11,0	7,9	97	27	69	2,0	2,5	31,8	28,7	28,2
138	24,2	30,5	22,1	131	91	9,2	6,6	85	24	62	1,6	2,4	30,8	28,2	28,0
148	25,0	33,3	23,2	91	63	7,6	5,5	74	21	53	1,2	2,4	30,5	28,4	28,0

Tabell P. 29. Tall, Norra Sverige, icke planterad.  $H_{100} = 20$ .  $L\ 5\ G\ 10, 10$ .  $qs = 1,0$  B

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
58	12,8	10,3	8,8	3 503	2 143	25,6	18,0	108	31	77	—	1,9	38,8	29,6	28,3
68	14,8	12,4	10,9	2 143	1 299	22,5	15,7	112	32	80	3,4	2,1	39,4	30,2	28,6
78	16,6	15,0	13,0	1 299	805	20,4	14,3	117	33	83	3,7	2,3	38,0	30,0	28,7
88	18,3	18,0	14,9	805	511	18,6	13,1	119	34	85	3,6	2,4	36,5	29,8	28,7
98	19,7	21,2	16,6	511	331	16,6	11,7	118	34	84	3,3	2,5	35,1	29,6	28,7
108	21,0	24,4	18,3	331	218	14,5	10,2	111	32	79	2,8	2,6	34,1	29,6	28,7
118	22,2	27,5	19,7	218	147	12,3	8,8	102	29	73	2,3	2,5	32,5	28,7	28,4
128	23,2	30,6	21,0	147	101	10,4	7,4	91	26	65	1,8	2,5	31,8	28,8	28,3

Tabell P. 30. Tall, Norra Sverige, icke planterad.  $H_{100} = 20$ .  $L\ 5\ G\ 10, 10$ .  $qs = 1,0$  B

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
58	12,8	10,4	9,1	3 503	2 126	25,6	18,2	110	30	80	—	1,9	39,3	28,9	27,5
68	14,8	12,4	11,2	2 126	1 320	22,6	16,0	115	32	83	3,5	2,1	37,9	29,1	27,9
78	16,6	15,0	13,2	1 320	837	20,8	14,7	121	34	87	3,8	2,4	36,6	29,4	28,3
88	18,3	17,7	15,1	837	542	19,0	13,4	124	35	89	3,7	2,5	35,2	29,3	28,4
98	19,7	20,7	16,8	542	358	17,0	12,0	122	35	87	3,3	2,6	34,0	29,2	28,4
108	21,0	23,7	18,4	358	239	14,9	10,5	116	33	83	2,9	2,6	33,1	29,2	28,6
118	22,2	26,6	19,9	239	162	12,7	9,0	106	30	76	2,3	2,6	32,2	29,0	28,5
128	23,2	29,5	21,1	162	112	10,7	7,6	95	27	68	1,9	2,5	31,2	28,5	28,3
138	24,2	32,3	22,3	112	77	8,9	6,3	83	23	59	1,5	2,5	30,8	28,7	28,3

Tabell P. 31. Tall, Norra Sverige, icke planterad.  $H_{100} = 20$ .  $L\ 5\ G\ 10$ , 10.  $qs = 0,8$  B

Ålder	Övre höjd efter gallr.	Grundyte-medel-stammens		Stamantal		Grundyta på bark, m <sup>2</sup>		Volym under bark, m <sup>3</sup>					Gallringsprocent		
		dia-meter på bark efter gallr.	höjd efter gallr.	före gallr.	efter gallr.	före gallr.	efter gallr.	före gallr.	gallr.	efter gallr.	årlig löp-ande till-växt	årlig me-del-till-växt	Stamantal	Grundyta	Volym
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
38	7,9	6,7	5,2	7 136	4 366	21,2	15,2	59	16	43	—	1,6	38,8	28,3	27,5
48	10,4	8,3	7,3	4 366	2 646	20,1	14,3	72	20	52	2,9	1,8	39,4	28,7	27,4
58	12,8	10,4	9,5	2 646	1 640	19,6	13,9	86	24	62	3,4	2,1	38,0	28,8	27,5
68	14,8	12,8	11,6	1 640	1 041	18,9	13,4	98	27	71	3,6	2,3	36,5	28,8	27,7
78	16,6	15,4	13,6	1 041	675	17,8	12,7	106	30	77	3,5	2,5	35,1	28,9	27,9
88	18,3	18,2	15,5	675	445	16,4	11,6	109	30	78	3,2	2,6	34,1	29,0	28,0
98	19,7	21,1	17,2	445	300	14,6	10,5	107	30	77	2,9	2,6	32,5	28,3	27,9
108	21,0	24,0	18,7	300	205	12,9	9,2	102	28	74	2,5	2,6	31,8	28,4	27,8
118	22,2	26,8	20,1	205	142	11,1	8,0	94	26	68	2,0	2,5	30,8	28,1	27,8
128	23,2	29,6	21,4	142	98	9,4	6,8	84	23	61	1,6	2,5	30,5	28,2	27,8

Tabell P. 32. Tall, Norra Sverige, icke planterad.  $H_{100} = 20$ .  $L\ 5\ G\ 7$ , 10.  $qs = 0,6$  B

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
38	7,9	7,1	5,3	5 352	3 497	18,3	13,9	51	12	39	—	1,3	34,7	24,0	23,0
48	10,4	8,9	7,5	3 497	2 263	18,5	14,0	67	15	51	2,7	1,6	35,3	24,6	23,0
58	12,8	11,0	9,6	2 263	1 497	18,8	14,2	83	19	64	3,2	1,9	33,8	24,6	23,2
68	14,8	13,3	11,8	1 497	1 015	18,6	14,1	98	23	75	3,3	2,1	32,2	24,6	23,3
78	16,6	15,7	13,8	1 015	703	18,0	13,6	108	25	82	3,3	2,3	30,7	24,3	23,4
88	18,3	18,2	15,6	703	495	17,0	12,8	114	27	87	3,1	2,4	29,6	24,6	23,4
98	19,7	20,7	17,3	495	356	15,7	12,0	115	27	89	2,8	2,4	27,9	23,7	23,3
108	21,0	23,1	18,8	356	259	14,3	10,9	114	26	87	2,5	2,4	27,2	23,8	23,2
118	22,2	25,5	20,2	259	192	12,8	9,8	109	25	84	2,2	2,4	26,1	23,3	23,0
128	23,2	27,9	21,4	192	142	11,4	8,7	102	24	79	1,8	2,4	25,8	23,5	23,0

Tabell P. 33. Tall, Norra Sverige, icke planterad.  $H_{100} = 20$ .  $L\ 5\ G\ 8$ , 10.  $qs = 0,6$  B

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
38	7,9	7,1	5,3	5 352	3 422	18,3	13,6	51	13	39	—	1,3	36,1	25,7	24,7
48	10,4	8,9	7,5	3 422	2 167	18,3	13,5	66	16	50	2,7	1,6	36,7	26,2	24,7
58	12,8	11,1	9,7	2 167	1 403	18,4	13,6	81	20	61	3,2	1,9	35,2	26,1	24,8
68	14,8	13,5	11,8	1 403	931	18,1	13,4	94	23	71	3,3	2,1	33,7	26,1	24,9
78	16,6	16,1	13,8	931	631	17,3	12,8	103	26	77	3,2	2,3	32,2	25,9	25,1
88	18,3	18,7	15,6	631	434	16,1	11,9	108	27	81	3,0	2,3	31,1	26,2	25,0
98	19,7	21,3	17,3	434	306	14,6	10,9	108	27	81	2,7	2,4	29,5	25,3	24,9
108	21,0	23,9	18,8	306	218	13,1	9,8	104	26	78	2,3	2,4	28,8	25,5	24,8
118	22,2	26,4	20,2	218	158	11,5	8,7	98	24	74	2,0	2,3	27,7	25,0	24,7
128	23,2	28,9	21,4	158	115	10,1	7,5	90	22	68	1,6	2,3	27,4	25,1	24,7

Tabell P. 34. Tall, Norra Sverige, icke planterad.  $H_{100} = 20$ . L 5 G 9, 10.  $qs = 0,6$ 

B

Ålder	Övre höjd efter gallr.	Grundyte- medel- stammens		Stamantal		Grundyta på bark, m <sup>2</sup>		Volym under bark, m <sup>3</sup>					Gallringsprocent		
		dia- meter på bark efter gallr.	höjd efter gallr.	före gallr.	efter gallr.	före gallr.	efter gallr.	före gallr.	gallr.	efter gallr.	årlig löp- ande till- växt	årlig me- del- till- växt	Stamantal	Grundyta	Volym
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
38	7,9	7,1	5,3	5 352	3 348	18,3	13,3	51	13	38	—	1,3	37,4	27,2	26,3
48	10,4	8,9	7,5	3 348	2 074	18,0	13,0	65	17	48	2,7	1,6	38,0	27,8	26,3
58	12,8	11,2	9,7	2 074	1 314	17,9	13,0	79	21	58	3,1	1,9	36,7	27,7	26,4
68	14,8	13,7	11,8	1 314	853	17,5	12,6	91	24	67	3,3	2,1	35,1	27,6	26,6
78	16,6	16,4	13,8	853	566	16,6	12,0	98	26	72	3,2	2,2	33,7	27,7	26,6
88	18,3	19,2	15,6	566	381	15,2	11,0	102	27	75	2,9	2,3	32,6	27,8	26,7
98	19,7	21,9	17,3	381	263	13,6	9,9	100	27	73	2,5	2,3	31,0	27,0	26,6
108	21,0	24,7	18,8	263	183	12,0	8,8	95	25	70	2,2	2,3	30,3	27,1	26,4
118	22,2	27,3	20,2	183	130	10,4	7,6	88	23	65	1,8	2,3	29,3	26,6	26,3
128	23,2	29,9	21,4	130	92	8,8	6,5	79	21	58	1,4	2,2	28,9	26,7	26,3

Tabell P. 35. Tall, Norra Sverige, icke planterad.  $H_{100} = 20$ . L 5 G 10, 10.  $qs = 0,6$ 

B

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
38	7,9	7,1	5,3	5 352	3 275	18,3	13,0	51	14	37	—	1,3	38,8	28,9	27,9
48	10,4	9,0	7,5	3 275	1 985	17,8	12,6	64	18	46	2,7	1,6	39,4	29,4	27,9
58	12,8	11,3	9,7	1 985	1 230	17,5	12,4	77	22	56	3,1	1,9	38,0	29,3	28,0
68	14,8	14,0	11,8	1 230	781	16,9	11,9	88	25	63	3,2	2,1	36,5	29,3	28,1
78	16,6	16,8	13,8	781	506	15,8	11,2	94	27	68	3,1	2,2	35,1	29,2	28,3
88	18,3	19,7	15,6	506	334	14,3	10,1	96	27	69	2,8	2,3	34,1	29,3	28,3
98	19,7	22,6	17,3	334	225	12,6	9,0	93	26	67	2,4	2,3	32,5	28,5	28,2
108	21,0	25,4	18,8	225	154	10,9	7,8	87	24	62	2,0	2,3	31,8	28,6	28,0
118	22,2	28,2	20,2	154	106	9,3	6,7	78	22	57	1,6	2,2	30,8	28,3	27,9
128	23,2	31,0	21,4	106	74	7,7	5,6	69	19	50	1,3	2,1	30,5	28,3	27,9

Tabell P. 36. Tall, Norra Sverige, icke planterad.  $H_{100} = 20$ . L 5 G 12, 10.  $qs = 0,6$ 

B

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
38	7,9	7,1	5,3	5 352	3 131	18,3	12,5	51	16	35	—	1,3	41,5	32,0	31,1
48	10,4	9,0	7,5	3 131	1 814	17,3	11,7	62	19	43	2,7	1,6	42,1	32,5	31,1
58	12,8	11,6	9,7	1 814	1 075	16,7	11,3	74	23	51	3,1	1,9	40,8	32,5	31,2
68	14,8	14,5	11,8	1 075	652	15,8	10,7	82	26	57	3,2	2,1	39,3	32,4	31,3
78	16,6	17,6	13,8	652	404	14,5	9,8	86	27	59	2,9	2,2	38,0	32,3	31,4
88	18,3	20,7	15,6	404	255	12,7	8,6	85	27	58	2,6	2,2	37,0	32,4	31,4
98	19,7	23,9	17,3	255	164	10,8	7,4	79	25	54	2,1	2,2	35,5	31,6	31,3
108	21,0	27,0	18,8	164	107	9,0	6,2	71	22	49	1,7	2,2	34,8	31,7	31,2
118	22,2	30,1	20,2	107	71	7,3	5,0	62	19	43	1,3	2,1	33,9	31,3	31,1
128	23,2	32,9	21,4	71	47	5,9	4,0	52	16	36	1,0	2,0	33,5	31,6	31,1

Tabell P. 37. Tall, Norra Sverige, icke planterad.  $H_{100} = 20$ .  $L\ 5\ G\ 14, 10$ .  $q_s = 0,6$  B

Ålder	Övre höjd efter gallr.	Grundyte-medel-stammens		Stamantal		Grundyta på bark, m <sup>2</sup>		Volym under bark, m <sup>3</sup>					Gallringsprocent		
		diameter på bark efter gallr.	höjd efter gallr.	före gallr.	efter gallr.	före gallr.	efter gallr.	före gallr.	gallr.	efter gallr.	årlig löp- ande till- växt	årlig me- del- till- växt	Stamantal	Grundyta	Volym
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
38	7,9	7,1	5,3	5 352	2 990	18,3	11,9	51	18	34	—	1,3	44,1	35,0	34,2
48	10,4	9,1	7,5	2 990	1 655	16,8	10,8	60	21	40	2,6	1,6	44,7	35,5	34,1
58	12,8	11,8	9,7	1 655	936	16,0	10,3	70	24	46	3,1	1,9	43,4	35,5	34,3
68	14,8	15,0	11,8	936	543	14,8	9,6	77	27	51	3,1	2,0	42,0	35,4	34,4
78	16,6	18,4	13,8	543	321	13,2	8,5	78	27	51	2,8	2,1	40,8	35,4	34,5
88	18,3	21,9	15,6	321	193	11,2	7,3	75	26	49	2,3	2,2	39,8	35,5	34,5
98	19,7	25,3	17,3	193	119	9,2	6,0	67	23	44	1,8	2,1	38,4	34,8	34,4
108	21,0	28,6	18,8	119	74	7,3	4,8	58	20	38	1,4	2,1	37,7	34,9	34,3
118	22,2	31,8	20,2	74	47	5,7	3,7	48	16	32	1,0	2,0	36,8	34,4	34,2
128	23,2	34,9	21,4	47	30	4,3	2,8	39	13	25	0,7	1,9	36,5	34,6	34,2

Tabell P. 38. Tall, Norra Sverige, icke planterad.  $H_{100} = 20$ .  $L\ 5\ G\ 6, 10$ .  $q_s = 0,4$  B

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
38	7,9	7,8	5,5	3 568	2 382	15,0	11,5	42	9	33	—	1,1	33,3	23,3	22,1
48	10,4	9,9	7,6	2 382	1 574	15,8	12,0	57	13	44	2,4	1,4	33,9	23,8	22,3
58	12,8	12,2	9,9	1 574	1 064	16,4	12,5	73	16	57	2,9	1,6	32,4	23,7	22,3
68	14,8	14,7	12,0	1 064	737	16,4	12,5	86	19	67	2,9	1,8	30,7	23,5	22,3
78	16,6	17,2	14,0	737	522	15,9	12,2	96	21	74	2,9	2,0	29,2	23,2	22,3
88	18,3	19,7	15,8	522	375	14,9	11,5	101	22	78	2,7	2,0	28,1	23,2	22,2
98	19,7	22,2	17,4	375	276	13,7	10,7	102	22	80	2,4	2,1	26,4	22,4	22,0
108	21,0	24,5	19,0	276	205	12,5	9,7	100	22	78	2,0	2,1	25,6	22,4	21,8
118	22,2	26,8	20,3	205	155	11,2	8,8	96	21	75	1,8	2,0	24,5	21,9	21,6

Tabell P. 39. Tall, Norra Sverige, icke planterad.  $H_{100} = 20$ .  $L\ 5\ G\ 7, 10$ .  $q_s = 0,4$  B

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
38	7,9	7,8	5,5	3 568	2 331	15,0	11,2	42	10	32	—	1,1	34,7	24,9	23,7
48	10,4	9,9	7,6	2 331	1 508	15,6	11,6	56	13	43	2,4	1,4	35,3	25,4	23,9
58	12,8	12,3	9,8	1 508	998	16,0	11,9	71	17	54	2,8	1,6	33,8	25,4	23,9
68	14,8	14,9	12,0	998	677	15,8	11,8	83	20	63	2,8	1,8	32,2	25,0	23,9
78	16,6	17,6	14,0	677	469	15,1	11,3	91	22	69	2,8	1,9	30,7	24,9	24,0
88	18,3	20,2	15,8	469	330	14,0	10,5	95	23	72	2,6	2,0	29,6	24,9	23,9
98	19,7	22,7	17,4	330	238	12,7	9,6	94	22	72	2,2	2,0	27,9	24,0	23,6
108	21,0	25,2	19,0	238	173	11,3	8,6	90	21	69	1,9	2,0	27,2	24,1	23,5
118	22,2	27,6	20,3	173	128	10,0	7,6	85	20	65	1,6	2,0	26,1	23,5	23,3

Tabell P. 40. Tall, Norra Sverige, icke planterad.  $H_{100} = 20$ .  $L\ 5\ G\ 8, 10$ .  $q_s = 0,4$  B

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
38	7,9	7,8	5,5	3 568	2 281	15,0	11,0	42	11	31	—	1,1	36,1	26,5	25,4
48	10,4	9,9	7,6	2 281	1 445	15,3	11,2	56	14	41	2,4	1,4	36,7	27,1	25,5
58	12,8	12,4	9,8	1 445	935	15,6	11,4	69	18	52	2,8	1,6	35,3	26,9	25,6
68	14,8	15,1	12,0	935	621	15,2	11,2	80	20	60	2,8	1,8	33,7	26,7	25,6
78	16,6	17,9	14,0	621	421	14,4	10,6	86	22	64	2,7	1,9	32,2	26,5	25,6
88	18,3	20,6	15,8	421	290	13,1	9,7	88	23	66	2,4	2,0	31,1	26,4	25,5
98	19,7	23,3	17,4	290	204	11,7	8,7	87	22	65	2,1	2,0	29,5	25,6	25,3
108	21,0	25,9	19,0	204	146	10,3	7,6	82	21	61	1,7	2,0	28,8	25,6	25,1
118	22,2	28,3	20,3	146	105	8,9	6,6	75	19	57	1,4	1,9	27,7	25,1	24,9

Tabell P. 41. Tall, Norra Sverige, icke planterad.  $H_{100} = 20$ .  $L\ 5\ G\ 9, 10$ .  $qs = 0,4$ 

B

Ålder	Övre höjd efter gallr.	Grundyte- medel- stammens		Stamantal		Grundyta på bark, m <sup>2</sup>		Volym under bark, m <sup>3</sup>					Gallringsprocent		
		dia- meter på bark efter gallr.	höjd efter gallr.	före gallr.	efter gallr.	före gallr.	efter gallr.	före gallr.	gallr.	efter gallr.	årlig löp- ande till- växt	årlig me- del- till- växt	Stamantal	Grundyta	Volym
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
38	7,9	7,8	5,5	3 568	2 232	15,0	10,8	42	11	31	—	1,1	37,4	28,1	27,0
48	10,4	10,0	7,6	2 232	1 383	15,1	10,8	55	15	40	2,4	1,4	38,0	28,6	27,1
58	12,8	12,6	9,9	1 383	876	15,2	10,8	68	18	49	2,8	1,6	36,7	28,4	27,2
68	14,8	15,3	12,0	876	569	14,7	10,5	77	21	56	2,8	1,8	35,1	28,3	27,2
78	16,6	18,2	13,9	569	377	13,6	9,8	82	22	60	2,6	1,9	33,7	28,1	27,2
88	18,3	21,1	15,8	377	254	12,3	8,8	82	22	60	2,3	1,9	32,6	28,1	27,1
98	19,7	23,8	17,4	254	175	10,7	7,8	79	21	58	1,9	1,9	31,0	27,2	26,9
108	21,0	26,5	19,0	175	122	9,3	6,7	74	20	54	1,6	1,9	30,3	27,3	26,7
118	22,2	29,1	20,3	122	86	7,8	5,7	67	18	49	1,3	1,8	29,3	26,8	26,5

Tabell P. 42. Tall, Norra Sverige, icke planterad.  $H_{100} = 20$ .  $L\ 5\ G\ 4, 10$ .  $qs = 0,2$ 

B

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
38	7,9	9,2	5,7	1 784	1 242	10,6	8,3	30	6	24	—	0,8	30,4	21,4	20,2
48	10,4	11,7	8,0	1 242	856	11,7	9,1	43	9	34	1,9	1,0	31,0	22,1	20,5
58	12,8	14,3	10,2	856	604	12,4	9,7	56	11	45	2,2	1,2	29,5	21,5	20,4
68	14,8	16,9	12,3	604	436	12,5	9,8	66	13	53	2,2	1,4	27,8	21,2	20,1
78	16,6	19,4	14,3	436	322	12,1	9,6	74	15	59	2,1	1,5	26,2	20,8	19,9
88	18,3	21,8	16,1	322	241	11,4	9,0	78	15	62	1,8	1,5	25,0	20,6	19,6
98	19,7	24,1	17,7	241	185	10,5	8,4	79	15	63	1,6	1,5	23,2	19,5	19,2
108	21,0	26,2	19,2	185	144	9,6	7,8	78	15	63	1,4	1,5	22,4	19,5	19,0

Tabell P. 43. Tall, Norra Sverige, icke planterad.  $H_{100} = 20$ .  $L\ 5\ G\ 5, 10$ .  $qs = 0,2$ 

B

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
38	7,9	9,2	5,7	1 784	1 216	10,6	8,2	30	7	23	—	0,8	31,8	23,0	21,8
48	10,4	11,7	8,0	1 216	821	11,6	8,8	42	9	33	1,9	1,0	32,5	23,7	22,2
58	12,8	14,4	10,2	821	567	12,0	9,2	54	12	42	2,1	1,2	31,0	23,3	22,0
68	14,8	17,1	12,3	567	401	11,9	9,2	64	14	50	2,1	1,3	29,3	22,8	21,8
78	16,6	19,7	14,3	401	290	11,4	8,8	69	15	54	2,0	1,4	27,7	22,4	21,5
88	18,3	22,1	16,1	290	213	10,5	8,2	72	15	57	1,7	1,5	26,6	22,3	21,3
98	19,7	24,5	17,7	213	160	9,5	7,5	71	15	57	1,5	1,5	24,8	21,3	20,9
108	21,0	26,7	19,2	160	122	8,6	6,8	69	14	55	1,3	1,4	24,0	21,0	20,6
118	22,2	28,7	20,6	122	94	7,6	6,1	66	13	52	1,1	1,4	22,9	20,5	20,3
128	23,2	30,7	21,8	94	73	6,8	5,4	61	12	49	0,9	1,4	22,6	20,6	20,2

Tabell P. 44. Tall, Norra Sverige, icke planterad.  $H_{100} = 20$ . L 5 G 6, 10.  $qs = 0,2$ 

B

Ålder	Övre höjd efter gallr.	Grundyte- medel- stammens		Stamantal		Grundyta på bark, m <sup>2</sup>		Volym under bark, m <sup>3</sup>					Gallringsprocent		
		dia- meter på bark efter gallr.	höjd efter gallr.	före gallr.	efter gallr.	före gallr.	efter gallr.	före gallr.	gallr.	efter gallr.	årlig löp- ande till- växt	årlig me- del- till- växt	Stamantal	Grundyta	Volym
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
38	7,9	9,2	5,7	1 784	1 191	10,6	8,0	30	7	23	—	0,8	33,3	24,6	23,5
48	10,4	11,7	8,0	1 191	787	11,4	8,5	42	10	32	1,9	1,0	33,9	25,2	23,9
58	12,8	14,5	10,2	787	532	11,7	8,8	53	13	40	2,1	1,2	32,4	24,9	23,6
68	14,8	17,3	12,3	532	369	11,4	8,6	61	14	47	2,1	1,3	30,7	24,5	23,4
78	16,6	19,9	14,3	369	261	10,7	8,2	65	15	50	1,9	1,4	29,2	24,0	23,2
88	18,3	22,5	16,1	261	187	9,8	7,4	66	15	51	1,6	1,4	28,1	24,0	22,9
98	19,7	24,9	17,7	187	138	8,7	6,7	65	15	50	1,4	1,4	26,4	22,9	22,5
108	21,0	27,1	19,2	138	103	7,7	5,9	62	14	48	1,1	1,4	25,6	22,8	22,3
118	22,2	29,2	20,6	103	77	6,7	5,2	57	13	45	0,9	1,4	24,5	22,2	21,9
128	23,2	31,2	21,8	77	59	5,8	4,5	53	11	41	0,8	1,3	24,2	22,3	21,9

Tabell P. 45. Tall, Norra Sverige, icke planterad.  $H_{100} = 20$ . L 5 G 7, 10.  $qs = 0,2$ 

B

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
38	7,9	9,2	5,7	1 784	1 166	10,6	7,8	30	8	22	—	0,8	34,7	26,2	25,1
48	10,4	11,8	8,0	1 166	754	11,2	8,2	41	11	31	1,9	1,0	35,3	26,9	25,5
58	12,8	14,6	10,2	754	499	11,4	8,4	51	13	38	2,1	1,2	33,8	26,4	25,2
68	14,8	17,5	12,3	499	338	10,9	8,1	58	15	44	2,0	1,3	32,2	26,1	25,0
78	16,6	20,2	14,3	338	234	10,1	7,5	62	15	46	1,8	1,4	30,7	25,6	24,8
88	18,3	22,8	16,1	234	165	9,1	6,7	62	15	46	1,5	1,4	29,6	25,4	24,6
98	19,7	25,3	17,7	165	119	7,9	6,0	59	14	45	1,2	1,4	27,9	24,4	24,1
108	21,0	27,6	19,2	119	86	6,8	5,2	55	13	42	1,0	1,3	27,2	24,4	23,9
118	22,2	29,8	20,6	86	64	5,8	4,4	50	12	38	0,8	1,3	26,1	23,8	23,6
128	23,2	31,8	21,8	64	47	5,0	3,8	45	11	34	0,7	1,3	25,8	24,0	23,6

Tabell P. 46. Tall, Norra Sverige, icke planterad.  $H_{100} = 24$ . L 5 G 10, 10.  $qs = 1,0$ 

A

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
34	8,1	6,3	5,3	8 920	5 458	23,7	17,1	68	18	49	—	2,0	38,8	27,8	27,2
44	11,3	7,8	7,8	5 458	3 308	22,3	16,0	86	23	63	3,6	2,4	39,4	28,3	26,9
54	14,2	9,8	10,5	3 308	2 050	21,7	15,5	105	29	77	4,3	2,7	38,0	28,4	27,1
64	16,8	12,1	13,1	2 050	1 301	20,9	15,0	123	34	89	4,6	3,0	36,5	28,5	27,3
74	19,1	14,6	15,6	1 301	844	19,8	14,2	135	37	98	4,6	3,2	35,1	28,6	27,6
84	21,2	17,3	18,0	844	556	18,4	13,1	142	40	103	4,5	3,4	34,1	28,8	27,8
94	23,0	20,2	20,1	556	375	16,7	12,0	143	40	104	4,1	3,4	32,5	28,2	27,8
104	24,6	23,1	22,0	375	256	15,0	10,7	139	39	101	3,6	3,5	31,8	28,3	27,7
114	26,1	26,0	23,8	256	177	13,1	9,4	130	36	94	3,0	3,4	30,8	27,9	27,7
124	27,4	28,9	25,4	177	123	11,2	8,1	119	33	86	2,5	3,3	30,5	28,1	27,7
134	28,6	31,8	26,8	123	87	9,5	6,9	106	29	77	2,0	3,2	29,6	27,6	27,4

Tabell P. 47. Tall, Norra Sverige, icke planterad.  $H_{100} = 28$ .  $L \ 5 \ G \ 10, 10$ .  $qs = 1,0$ 

A

Ålder	Övre höjd efter gallr.	Grundyte- medel- stammens		Stamantal		Grundyta på bark, m <sup>2</sup>		Volym under bark, m <sup>3</sup>					Gallringsprocent		
		dia- meter på bark efter gallr.	höjd efter gallr.	före gallr.	efter gallr.	före gallr.	efter gallr.	före gallr.	gallr.	efter gallr.	årlig löp- ande till- växt	årlig me- del- till- växt	Stamantal	Grundyta	Volym
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
30	7,8	6,3	5,1	8 920	5 458	23,7	17,1	66	18	48	—	2,2	38,8	27,8	27,2
40	11,6	7,9	8,0	5 458	3 308	22,7	16,3	90	24	65	4,2	2,7	39,4	28,3	26,9
50	15,2	10,0	11,2	3 308	2 050	22,3	15,9	116	31	84	5,0	3,2	38,0	28,4	27,0
60	18,4	12,3	14,4	2 050	1 301	21,6	15,4	138	38	100	5,4	3,5	36,5	28,6	27,4
70	21,2	14,9	17,4	1 301	844	20,6	14,7	156	43	113	5,6	3,8	35,1	28,6	27,6
80	23,7	17,6	20,3	844	556	19,1	13,6	177	46	120	5,4	4,0	34,1	28,9	27,8
90	26,0	20,6	22,9	556	375	17,3	12,5	170	47	123	4,9	4,1	32,5	28,1	27,8
100	28,0	23,5	25,2	375	256	15,5	11,1	166	46	120	4,3	4,1	31,8	28,3	27,8
110	29,8	26,5	27,4	256	177	13,6	9,8	156	43	113	3,7	4,1	30,8	27,9	27,7
120	31,4	29,5	29,3	177	123	11,7	8,4	143	40	103	3,0	4,0	30,5	28,1	27,7
130	32,9	32,4	31,0	123	87	9,8	7,1	128	35	93	2,4	3,9	29,6	27,5	27,5

Tabell P. 48. Tall, Norra Sverige, planterad.  $H_{100} = 16$ .  $L \ 3 \ G \ 10, 10$ .  $qs = 1,0$ 

B

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
36	7,9	8,5	6,4	4 101	2 934	22,1	16,7	68	16	52	—	1,9	28,5	24,6	24,2
46	9,9	9,9	8,1	2 934	2 110	21,8	16,4	82	20	62	3,0	2,1	28,1	24,9	24,3
56	11,5	11,6	9,7	2 110	1 524	21,6	16,2	94	23	71	3,2	2,3	27,8	25,1	24,5
66	12,8	13,4	11,0	1 524	1 105	20,9	15,7	103	25	77	3,1	2,5	27,5	25,1	24,7
76	14,0	15,3	12,2	1 105	807	19,9	14,9	106	26	80	2,9	2,5	27,0	25,0	24,8
86	14,9	17,3	13,2	807	589	18,5	13,8	106	26	80	2,6	2,5	27,0	25,2	24,9
96	15,7	19,3	14,2	589	431	16,9	12,6	103	26	77	2,3	2,5	26,9	25,4	25,0
106	16,4	21,3	15,0	431	317	15,1	11,3	96	24	72	1,9	2,5	26,4	25,1	24,9
116	17,0	23,4	15,7	317	233	13,4	10,0	89	22	67	1,7	2,4	26,5	25,4	25,1
126	17,6	25,4	16,3	233	172	11,6	8,7	80	20	60	1,4	2,3	26,2	25,2	25,0

Tabell P. 49. Tall, Norra Sverige, planterad.  $H_{100} = 20$ .  $L \ 3 \ G \ 10, 10$ .  $qs = 1,0$ 

B

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
29	7,9	8,5	6,3	2 800	2 003	15,1	11,4	46	11	35	—	1,6	28,5	24,7	24,2
39	10,7	10,4	8,7	2 003	1 441	16,2	12,2	65	16	49	3,0	1,9	28,1	24,8	24,4
49	13,0	12,4	10,9	1 441	1 041	16,9	12,7	83	20	62	3,4	2,2	27,8	25,0	24,6
59	14,9	14,6	12,8	1 041	755	16,8	12,6	94	23	71	3,1	2,4	27,5	25,1	24,7
69	16,4	16,6	14,4	755	551	16,0	12,0	100	25	75	2,9	2,5	27,0	25,0	24,7
79	17,8	18,7	15,9	551	402	14,8	11,1	101	25	76	2,6	2,5	27,0	25,2	24,9
89	18,9	20,8	17,1	402	294	13,4	10,0	98	24	73	2,2	2,4	26,9	25,4	25,1
99	19,9	22,8	18,2	294	216	11,8	8,8	91	23	69	1,8	2,4	26,4	25,1	24,9
109	20,7	24,8	19,2	216	159	10,3	7,7	83	21	62	1,5	2,3	26,5	25,3	25,1



Tabell P. 50. Tall, Norra Sverige, planterad.  $H_{100} = 20$ . G 13, 10.  $qs = 1,0$ 

B

Ålder	Övre höjd efter gallr.	Grundyte- medel- stammens		Stamantal		Grundyta på bark, m <sup>2</sup>		Volym under bark, m <sup>3</sup>					Gallringsprocent		
		dia- meter på bark efter gallr.	höjd efter gallr.	före gallr.	efter gallr.	före gallr.	efter gallr.	före gallr.	gallr.	efter gallr.	årlig löp- ande till- växt	årlig me- del- till- växt	Stamantal	Grundyta	Volym
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
29	7,9	8,3	6,2	2 800	2 119	15,1	11,4	46	11	35	—	1,6	24,3	24,3	24,3
39	10,7	9,9	8,6	2 119	1 604	16,2	12,3	65	16	49	3,0	2,0	24,3	24,3	24,3
49	13,0	11,6	10,6	1 604	1 214	16,9	12,8	81	20	61	3,2	2,2	24,3	24,3	24,3
59	14,9	13,3	12,4	1 214	919	16,8	12,7	92	22	70	3,1	2,4	24,3	24,3	24,3
69	16,4	14,9	13,9	919	696	16,1	12,1	98	24	74	2,8	2,4	24,3	24,3	24,3
79	17,8	16,5	15,3	696	526	14,9	11,3	99	24	75	2,5	2,4	24,3	24,3	24,3
89	18,9	18,1	16,5	526	398	13,6	10,3	97	23	73	2,2	2,4	24,3	24,3	24,3
99	19,9	19,7	17,5	398	302	12,2	9,2	91	22	69	1,8	2,3	24,3	24,3	24,3
109	20,7	21,3	18,5	302	228	10,7	8,1	84	20	64	1,5	2,3	24,3	24,3	24,3
119	21,5	22,8	19,3	228	173	9,3	7,1	77	19	58	1,3	2,2	24,3	24,4	24,3

Tabell P. 51. Tall, Norra Sverige, planterad.  $H_{100} = 20$ . L 3 G 10, 10.  $qs = 1,0$ 

B

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
29	7,9	8,5	6,3	4 101	2 934	22,1	16,7	67	16	51	—	2,3	28,5	24,6	24,2
39	10,7	10,1	8,7	2 934	2 110	22,4	16,8	90	22	68	3,9	2,7	28,1	24,8	24,3
49	13,0	11,9	10,9	2 110	1 524	22,6	16,9	110	27	83	4,2	3,0	27,8	25,0	24,6
59	14,9	13,8	12,8	1 524	1 105	22,1	16,6	125	31	94	4,2	3,2	27,5	25,1	24,7
69	16,4	15,8	14,4	1 105	807	21,1	15,8	132	33	99	3,8	3,3	27,0	25,1	24,7
79	17,8	17,9	15,9	807	589	19,7	14,8	135	33	101	3,5	3,3	27,0	25,1	24,9
89	18,9	20,0	17,1	589	431	18,0	13,5	132	33	99	3,0	3,3	26,9	25,3	25,1
99	19,9	22,0	18,2	431	317	16,2	12,1	125	31	94	2,7	3,2	26,4	25,1	24,9
109	20,7	24,2	19,2	317	233	14,3	10,7	116	29	87	2,2	3,1	26,5	25,3	25,1
119	21,5	26,3	20,1	233	172	12,5	9,3	105	26	79	1,8	3,0	26,2	25,2	25,1

Tabell P. 52. Tall, Norra Sverige, planterad.  $H_{100} = 24$ . L 3 G 10, 10.  $qs = 1,0$ 

B

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
25	7,8	8,5	6,3	4 101	2 934	22,1	16,7	67	16	51	—	2,7	28,5	24,6	24,2
35	11,4	10,2	9,4	2 934	2 110	22,8	17,2	98	24	74	4,7	3,3	28,1	24,8	24,3
45	14,4	12,1	12,2	2 110	1 524	23,3	17,4	126	31	95	5,2	3,7	27,8	24,9	24,6
55	16,9	14,1	14,6	1 524	1 105	22,9	17,2	147	36	111	5,2	4,0	27,5	25,1	24,7
65	19,0	16,1	16,8	1 105	807	21,9	16,5	159	39	120	4,8	4,1	27,0	24,9	24,8
75	20,7	18,2	18,6	807	589	20,5	15,4	163	41	123	4,4	4,1	27,0	25,2	24,9
85	22,2	20,4	20,2	589	431	18,8	14,0	162	41	121	3,9	4,1	26,9	25,4	25,0
95	23,4	22,5	21,6	431	317	16,9	12,6	154	38	116	3,3	4,0	26,4	25,1	24,9
105	24,5	24,7	22,9	317	233	14,9	11,1	144	36	108	2,8	3,9	26,5	25,3	25,1
115	25,5	26,8	23,9	233	172	13,0	9,7	131	33	98	2,3	3,8	26,2	25,2	25,1

Tabell P. 53. Tall, Södra Sverige, icke planterad.  $H_{100} = 12$ .  $L\ 5\ G\ 10, 5$ .  $qs = 1,0$ 

A

Ålder	Övre höjd efter gallr.	Grundyte-medel-stammens		Stamantal		Grundyta på bark, m <sup>2</sup>		Volym under bark, m <sup>3</sup>					Gallringsprocent		
		dia-meter på bark efter gallr.	höjd efter gallr.	före gallr.	efter gallr.	före gallr.	efter gallr.	före gallr.	gallr.	efter gallr.	årlig löp-ande till-växt	årlig me-del-till-växt	Stamantal	Grundyta	Volym
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
55	8,0	6,8	5,2	7 290	5 740	24,9	21,0	65	10	55	—	1,2	21,3	15,9	15,5
60	8,6	7,6	5,8	5 740	4 461	23,9	20,0	67	11	57	2,4	1,3	22,3	16,3	15,6
65	9,1	8,4	6,3	4 461	3 464	22,8	19,1	68	11	57	2,2	1,4	22,3	16,4	15,6
70	9,6	9,3	6,9	3 464	2 703	21,7	18,2	68	11	58	2,2	1,4	22,0	16,4	15,6
75	10,1	10,2	7,5	2 703	2 122	20,7	17,3	68	11	58	2,1	1,5	21,5	16,4	15,6
80	10,5	11,2	8,0	2 122	1 675	19,8	16,5	68	11	58	2,2	1,5	21,1	16,3	15,6
85	10,9	12,3	8,5	1 675	1 329	18,9	15,8	68	11	57	2,1	1,5	20,6	16,3	15,7
90	11,3	13,5	9,0	1 329	1 063	18,0	15,1	67	10	57	2,0	1,6	20,0	16,1	15,5
95	11,7	14,7	9,5	1 063	854	17,3	14,5	67	10	56	2,0	1,6	19,7	16,2	15,7
100	12,0	16,0	9,9	854	690	16,5	13,8	66	10	56	2,0	1,6	19,2	16,1	15,6
105	12,3	17,3	10,3	690	560	15,7	13,2	65	10	55	1,8	1,6	18,9	16,0	15,6
110	12,6	18,7	10,7	560	455	15,0	12,5	63	10	53	1,7	1,6	18,8	16,2	15,5
115	12,9	20,2	11,1	455	373	14,2	12,0	62	10	52	1,7	1,6	17,9	15,6	15,4
120	13,1	21,7	11,5	373	307	13,4	11,3	60	9	51	1,5	1,6	17,8	15,7	15,4
125	13,4	23,2	11,8	307	252	12,7	10,6	58	9	49	1,4	1,6	17,8	16,0	15,4
130	13,6	24,7	12,1	252	209	11,9	10,0	55	8	47	1,3	1,6	17,0	15,3	15,2
135	13,8	26,3	12,4	209	174	11,1	9,4	53	8	45	1,2	1,6	17,0	15,4	15,3

Tabell P. 54. Tall, Södra Sverige, icke planterad.  $H_{100} = 16$ .  $L\ 5\ G\ 10, 5$ .  $qs = 1,0$ 

A

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
39	8,0	6,8	5,2	7 290	5 740	24,9	21,0	66	10	55	—	1,7	21,3	15,9	15,5
44	9,0	7,7	6,1	5 740	4 461	24,7	20,7	72	11	61	3,3	1,9	22,3	16,3	15,6
49	9,9	8,6	6,9	4 461	3 464	24,1	20,1	77	12	65	3,2	2,0	22,3	16,4	15,6
54	10,8	9,6	7,7	3 464	2 703	23,3	19,5	80	13	68	3,1	2,1	22,0	16,4	15,6
59	11,5	10,6	8,6	2 703	2 122	22,4	18,8	84	13	71	3,1	2,2	21,5	16,3	15,6
64	12,2	11,7	9,4	2 122	1 675	21,6	18,1	86	13	72	3,1	2,3	21,1	16,3	15,7
69	12,9	12,9	10,1	1 675	1 329	20,8	17,4	88	14	74	3,1	2,3	20,6	16,4	15,7
74	13,5	14,2	10,8	1 329	1 063	20,0	16,7	89	14	75	3,0	2,4	20,0	16,2	15,6
79	14,1	15,5	11,5	1 063	854	19,2	16,1	89	14	75	2,8	2,4	19,7	16,1	15,7
84	14,6	16,9	12,2	854	690	18,4	15,4	89	14	75	2,8	2,4	19,2	16,1	15,6
89	15,1	18,3	12,8	690	560	17,6	14,8	89	14	75	2,6	2,4	18,9	16,0	15,6
94	15,5	19,8	13,4	560	455	16,8	14,0	88	14	74	2,5	2,4	18,8	16,2	15,6
99	15,9	21,4	13,9	455	373	15,9	13,4	86	13	73	2,4	2,4	17,9	15,5	15,4
104	16,3	23,0	14,4	373	307	15,1	12,7	84	13	71	2,2	2,4	17,8	15,7	15,5
109	16,7	24,6	14,9	307	252	14,3	12,0	81	13	69	2,1	2,4	17,8	15,9	15,5
114	17,0	26,3	15,3	252	209	13,4	11,3	78	12	66	1,9	2,4	17,0	15,4	15,2
119	17,4	27,9	15,8	209	174	12,6	10,6	75	11	63	1,7	2,4	17,0	15,5	15,3

Tabell P. 55. Tall, Södra Sverige, icke planterad.  $H_{100} = 20$ .  $G\ 15, 5$ .  $qs = 1,0$ 

A

Ålder	Övre höjd efter gallr.	Grundyte- medel- stammens		Stamantal		Grundyta på bark, m <sup>2</sup>		Volym under bark, m <sup>3</sup>					Gallringsprocent		
		dia- meter på bark efter gallr.	höjd efter gallr.	före gallr.	efter gallr.	före gallr.	efter gallr.	före gallr.	gallr.	efter gallr.	årlig löp- ande till- växt	årlig me- del- till- växt	Stamantal	Grundyta	Volym
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
31	8,0	6,6	5,1	7 290	6 196	24,9	21,2	66	10	56	—	2,1	15,0	15,0	15,0
36	9,4	7,2	6,1	6 196	5 267	25,6	21,7	77	12	65	4,2	2,4	15,0	15,0	15,0
41	10,7	7,9	7,0	5 267	4 477	25,5	21,7	86	13	73	4,2	2,6	15,0	15,0	15,0
46	11,9	8,4	8,0	4 477	3 805	25,1	21,3	94	14	80	4,0	2,8	15,0	15,0	15,0
51	13,0	9,0	8,9	3 805	3 235	24,4	20,8	100	15	85	4,0	2,9	15,0	15,0	15,0
56	14,0	9,6	9,7	3 235	2 749	23,7	20,1	104	16	88	3,8	3,0	15,0	15,0	15,0
61	14,9	10,3	10,5	2 749	2 337	22,8	19,4	107	16	91	3,8	3,1	15,0	15,0	15,0
66	15,8	10,9	11,3	2 337	1 986	22,0	18,7	109	16	93	3,6	3,1	15,0	15,0	15,0
71	16,5	11,6	12,1	1 986	1 689	21,0	17,9	110	17	94	3,5	3,1	15,0	15,0	15,0
76	17,2	12,3	12,8	1 689	1 435	20,2	17,1	111	17	94	3,4	3,1	15,0	15,0	15,0
81	17,9	13,1	13,5	1 435	1 220	19,3	16,4	110	17	94	3,3	3,1	15,0	15,0	15,0
86	18,5	13,9	14,1	1 220	1 037	18,4	15,6	110	16	93	3,1	3,1	15,0	15,0	15,0
91	19,1	14,7	14,8	1 037	881	17,5	14,9	108	16	92	2,9	3,1	15,0	15,0	15,0
96	19,6	15,5	15,4	881	749	16,7	14,2	106	16	90	2,9	3,1	15,0	15,0	15,0
101	20,1	16,4	16,0	749	637	15,9	13,5	103	15	88	2,6	3,1	15,0	15,0	15,0
106	20,5	17,3	16,5	637	541	15,0	12,8	101	15	86	2,6	3,1	15,0	15,0	15,0
111	21,0	18,3	17,0	541	460	14,2	12,1	97	15	83	2,3	3,0	15,0	15,0	15,0
116	21,4	19,3	17,5	460	391	13,4	11,4	94	14	80	2,3	3,0	15,0	15,0	15,0
121	21,7	20,3	18,0	391	332	12,6	10,7	90	14	77	2,0	3,0	15,0	15,0	15,0
126	22,1	21,3	18,5	332	283	11,8	10,0	86	13	73	1,9	2,9	15,0	15,0	15,0
131	22,4	22,3	18,9	283	240	11,0	9,4	82	12	70	1,7	2,9	15,0	15,0	15,0
136	22,7	23,4	19,4	240	204	10,3	8,7	77	12	66	1,6	2,8	15,0	15,0	15,0
141	23,0	24,4	19,8	204	174	9,5	8,1	73	11	62	1,4	2,8	15,0	15,0	15,0
146	23,3	25,4	20,2	174	148	8,8	7,5	68	10	58	1,3	2,7	15,0	15,0	15,0

Tabell P. 56. Tall, Södra Sverige, icke planterad.  $H_{100} = 20$ .  $L\ 5\ G\ 10, 5$ .  $qs = 1,0$ 

A

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
31	8,0	6,8	5,2	7 290	5 740	24,9	21,0	66	10	56	—	2,1	21,3	15,9	15,5
36	9,4	7,8	6,3	5 740	4 461	25,3	21,2	77	12	65	4,2	2,4	22,3	16,3	15,6
41	10,7	8,8	7,5	4 461	3 464	25,1	21,0	85	13	72	4,1	2,6	22,3	16,4	15,6
46	11,9	9,8	8,6	3 464	2 703	24,5	20,5	94	15	79	4,4	2,8	22,0	16,4	15,6
51	13,0	10,9	9,8	2 703	2 122	23,8	19,9	100	16	85	4,2	2,9	21,5	16,4	15,6
56	14,0	12,1	10,8	2 122	1 675	23,0	19,2	105	17	89	4,2	3,1	21,1	16,3	15,7
61	14,9	13,3	11,8	1 675	1 329	22,2	18,5	109	17	92	4,1	3,1	20,6	16,4	15,7
66	15,8	14,6	12,8	1 329	1 063	21,3	17,9	112	17	94	3,9	3,2	20,0	16,2	15,6
71	16,5	16,0	13,7	1 063	854	20,5	17,2	113	18	95	3,8	3,2	19,7	16,1	15,7
76	17,2	17,5	14,6	854	690	19,7	16,5	115	18	97	3,8	3,3	19,2	16,1	15,6
81	17,9	19,0	15,4	690	560	18,9	15,9	114	18	96	3,5	3,3	18,9	16,0	15,7
86	18,5	20,6	16,1	560	455	18,0	15,1	113	18	96	3,4	3,3	18,8	16,3	15,6
91	19,1	22,2	16,9	455	373	17,1	14,4	112	17	94	3,2	3,3	17,9	15,6	15,5
96	19,6	23,9	17,5	373	307	16,3	13,7	109	17	92	3,0	3,3	17,8	15,7	15,5
101	20,1	25,6	18,1	307	252	15,4	12,9	106	16	90	2,7	3,3	17,8	15,9	15,5
106	20,5	27,3	18,7	252	209	14,4	12,2	102	16	87	2,5	3,2	17,0	15,4	15,3
111	21,0	29,0	19,2	209	174	13,6	11,5	98	15	83	2,3	3,2	17,0	15,4	15,3

Tabell P. 57. Tall, Södra Sverige, icke planterad.  $H_{100} = 20$ . L 5 G 10, 5 ;  
från 106 år L 5 G 15, 5.  $q_s = 1,0$

A

Ålder	Övre höjd efter gallr.	Grundyte- medel- stammens		Stamantal		Grundyta på bark, m <sup>2</sup>		Volym under bark, m <sup>3</sup>					Gallringsprocent		
		dia- meter på bark efter gallr.	höjd efter gallr.	före gallr.	efter gallr.	före gallr.	efter gallr.	före gallr.	gallr.	efter gallr.	årlig löp- ande till- växt	årlig me- del- till- växt	Stamantal	Grundyta	Volym
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
31	8,0	6,8	5,2	7 290	5 740	24,9	21,0	66	10	56	—	2,1	21,3	15,9	15,5
36	9,4	7,8	6,3	5 740	4 461	25,3	21,2	77	12	65	4,2	2,4	22,3	16,3	15,6
41	10,7	8,8	7,5	4 461	3 464	25,1	21,0	85	13	72	4,1	2,6	22,3	16,4	15,6
46	11,9	9,8	8,6	3 464	2 703	24,5	20,5	94	15	79	4,4	2,8	22,0	16,4	15,6
51	13,0	10,9	9,8	2 703	2 122	23,8	19,9	100	16	85	4,2	2,9	21,5	16,4	15,6
56	14,0	12,1	10,8	2 122	1 675	23,0	19,2	105	17	89	4,2	3,1	21,1	16,3	15,7
61	14,9	13,3	11,8	1 675	1 329	22,2	18,5	109	17	92	4,1	3,1	20,6	16,4	15,7
66	15,8	14,6	12,8	1 329	1 063	21,3	17,9	112	17	94	3,9	3,2	20,0	16,2	15,6
71	16,5	16,0	13,7	1 063	854	20,5	17,2	113	18	95	3,8	3,2	19,7	16,1	15,7
76	17,2	17,5	14,6	854	690	19,7	16,5	115	18	97	3,8	3,3	19,2	16,1	15,6
81	17,9	19,0	15,4	690	560	18,9	15,9	114	18	96	3,5	3,3	18,9	16,0	15,7
86	18,5	20,6	16,1	560	455	18,0	15,1	113	18	96	3,4	3,3	18,8	16,3	15,6
91	19,1	22,2	16,9	455	373	17,1	14,4	112	17	94	3,2	3,3	17,9	15,6	15,5
96	19,6	23,9	17,5	373	307	16,3	13,7	109	17	92	3,0	3,3	17,8	15,7	15,5
101	20,1	25,6	18,1	307	252	15,4	12,9	106	16	90	2,7	3,3	17,8	15,9	15,5
106	20,5	27,3	18,7	252	198	14,4	11,6	102	20	82	2,5	3,2	21,7	20,1	20,0
III	21,0	—	—	198	—	12,9	—	93	—	—	2,2	3,2	—	—	—

Tabell P. 58. Tall, Södra Sverige, icke planterad.  $H_{100} = 20$ . L 5 G 10, 10.  $q_s = 1,0$

A

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
31	8,0	7,1	5,3	7 290	4 461	24,9	17,6	66	19	47	—	2,1	38,8	29,4	28,6
41	10,7	9,3	7,7	4 461	2 703	26,2	18,3	90	26	64	4,3	2,6	39,4	30,0	28,7
51	13,0	11,6	9,9	2 703	1 675	25,4	17,8	107	31	76	4,3	3,0	38,0	29,9	28,7
61	14,9	14,2	12,0	1 675	1 063	24,0	16,9	117	34	84	4,1	3,2	36,5	29,7	28,7
71	16,5	17,1	13,9	1 063	690	22,4	15,8	123	36	88	4,0	3,3	35,1	29,5	28,8
81	17,9	20,2	15,5	690	455	20,7	14,6	125	36	89	3,7	3,3	34,1	29,6	28,7
91	19,1	23,6	17,0	455	307	18,8	13,4	122	35	87	3,3	3,3	32,5	28,7	28,5
101	20,1	27,1	18,2	307	209	16,9	12,0	116	33	83	2,8	3,3	31,8	28,8	28,2
III	21,0	30,6	19,3	209	145	14,9	10,7	107	30	77	2,4	3,2	30,8	28,3	28,2

Tabell P. 59. Tall, Södra Sverige, icke planterad.  $H_{100} = 20$ .  $H\ 5\ G\ 10, 5$ .  $qs = 1,0$  B

Ålder	Övre höjd efter gallr.	Grundyte- medel- stammens		Stamantal		Grundyta på bark, m <sup>2</sup>		Volym under bark, m <sup>3</sup>					Gallringsprocent		
		dia- meter på bark efter gallr.	höjd efter gallr.	före gallr.	efter gallr.	före gallr.	efter gallr.	före gallr.	gallr.	efter gallr.	årlig löp- ande till- växt	årlig me- del- till- växt	Stamantal	Grundyta	Volym
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
31	8,0	6,5	5,1	7 290	6 205	24,9	20,7	66	11	54	—	2,1	14,9	16,8	17,2
36	9,4	7,1	6,0	6 205	5 284	25,1	20,9	75	13	62	4,2	2,4	14,8	16,7	17,1
41	10,7	7,6	6,9	5 284	4 500	24,8	20,6	82	14	68	4,0	2,6	14,8	16,6	17,1
46	11,9	8,2	7,8	4 500	3 829	24,1	20,1	88	15	73	4,0	2,8	14,9	16,6	17,0
51	13,0	8,7	8,6	3 829	3 262	23,2	19,4	93	16	77	3,9	2,9	14,8	16,5	16,8
56	14,0	9,2	9,4	3 262	2 775	22,3	18,6	95	16	79	3,6	2,9	14,9	16,4	16,8
61	14,9	9,8	10,1	2 775	2 364	21,3	17,8	97	16	81	3,5	3,0	14,8	16,3	16,6
66	15,8	10,4	10,9	2 364	2 014	20,4	17,1	98	16	82	3,5	3,0	14,8	16,2	16,5
71	16,5	11,0	11,6	2 014	1 715	19,5	16,3	99	16	83	3,4	3,0	14,8	16,2	16,5
76	17,2	11,6	12,2	1 715	1 459	18,6	15,5	99	16	82	3,2	3,1	14,9	16,3	16,4
81	17,9	12,3	12,9	1 459	1 243	17,7	14,8	98	16	82	3,0	3,1	14,8	16,0	16,3
86	18,5	13,0	13,5	1 243	1 059	16,8	14,1	96	16	81	3,0	3,0	14,8	16,0	16,2
91	19,1	13,8	14,1	1 059	902	16,0	13,5	95	15	80	2,8	3,0	14,8	15,9	16,1
96	19,6	14,6	14,6	902	768	15,2	12,8	93	15	78	2,6	3,0	14,8	15,8	16,0
101	20,1	15,4	15,2	768	654	14,4	12,2	90	14	76	2,5	3,0	14,8	15,8	16,0
106	20,5	16,2	15,7	654	557	13,7	11,5	88	14	74	2,4	3,0	14,8	15,8	15,9
111	21,0	17,1	16,2	557	475	12,9	10,9	85	13	72	2,2	2,9	14,7	15,6	15,8
116	21,4	18,0	16,7	475	405	12,2	10,3	82	13	69	2,1	2,9	14,8	15,7	15,8
121	21,7	18,9	17,2	405	345	11,5	9,7	79	12	66	1,9	2,8	14,7	15,5	15,6
126	22,1	19,8	17,6	345	294	10,8	9,1	75	12	63	1,8	2,8	14,8	15,6	15,7
131	22,4	20,8	18,0	294	251	10,0	8,5	71	11	60	1,6	2,8	14,7	15,4	15,5
136	22,7	21,7	18,5	251	214	9,4	7,9	68	10	57	1,5	2,7	14,7	15,4	15,5
141	23,0	22,7	18,9	214	182	8,7	7,4	64	10	54	1,3	2,7	14,7	15,3	15,4
146	23,3	23,6	19,3	182	155	8,0	6,8	60	9	51	1,2	2,6	14,7	15,3	15,4

Tabell P. 60. Tall, Södra Sverige, icke planterad.  $H_{100} = 24$ .  $L\ 5\ G\ 10, 5$ .  $qs = 1,0$  A

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
26	8,0	6,8	5,2	7 290	5 740	24,9	21,0	65	10	55	—	2,5	21,3	15,9	15,5
31	9,8	7,9	6,6	5 740	4 461	25,9	21,7	81	13	68	5,1	2,9	22,3	16,3	15,6
36	11,5	8,9	8,1	4 461	3 464	25,9	21,7	95	15	80	5,3	3,3	22,3	16,4	15,6
41	13,1	10,0	9,5	3 464	2 703	25,5	21,3	107	17	90	5,4	3,5	22,0	16,4	15,6
46	14,5	11,2	11,0	2 703	2 122	24,8	20,8	117	18	99	5,3	3,7	21,5	16,3	15,6
51	15,8	12,4	12,3	2 122	1 675	24,1	20,2	125	20	105	5,3	3,9	21,1	16,3	15,7
56	17,0	13,7	13,7	1 675	1 329	23,3	19,5	132	21	111	5,3	4,0	20,6	16,3	15,7
61	18,0	15,0	14,9	1 329	1 063	22,5	18,8	137	21	115	5,1	4,1	20,0	16,1	15,7
66	19,0	16,4	16,0	1 063	854	21,6	18,2	140	22	118	5,0	4,2	19,7	16,2	15,7
71	20,0	18,0	17,1	854	690	20,8	17,5	142	22	120	4,8	4,2	19,2	16,0	15,7
76	20,8	19,5	18,1	690	560	19,9	16,7	142	22	120	4,5	4,2	18,9	16,1	15,7
81	21,5	21,1	19,1	560	455	19,0	15,9	142	22	120	4,4	4,2	18,8	16,2	15,7
86	22,2	22,8	19,9	455	373	18,1	15,2	140	22	118	4,1	4,2	17,9	15,7	15,5
91	22,9	24,5	20,8	373	307	17,2	14,5	137	21	116	3,8	4,2	17,8	15,6	15,6
96	23,6	26,3	21,6	307	252	16,3	13,7	134	21	113	3,6	4,2	17,8	15,9	15,5
101	24,1	28,0	22,3	252	209	15,3	12,9	129	20	110	3,3	4,1	17,0	15,3	15,3
106	24,6	29,8	23,0	209	174	14,4	12,1	124	19	105	2,9	4,1	17,0	15,4	15,4

Tabell P. 61. Tall, Södra Sverige, icke planterad.  $H_{100} = 28$ .  $L\ 5\ G\ 10, 5$ .  $qs = 1,0$ 

A

Ålder	Övre höjd efter gallr.	Grundyte- medel- stammens		Stamantal		Grundyta på bark, m <sup>2</sup>		Volym under bark, m <sup>3</sup>					Gallringsprocent		
		dia- meter på bark efter gallr.	höjd efter gallr.	före gallr.	efter gallr.	före gallr.	efter gallr.	före gallr.	gallr.	efter gallr.	årlig löp- ande till- växt	årlig me- del- till- växt	Stamantal	Grundyta	Volym
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
23	8,1	6,8	5,3	7 290	5 740	24,9	21,0	66	10	56	—	2,9	21,3	15,9	15,5
28	10,4	7,9	7,0	5 740	4 461	26,4	22,1	87	13	73	6,1	3,5	22,3	16,3	15,6
33	12,4	9,0	8,8	4 461	3 464	26,6	22,2	105	16	89	6,4	3,9	22,3	16,4	15,6
38	14,4	10,2	10,6	3 464	2 703	26,2	21,9	121	19	102	6,5	4,2	22,0	16,4	15,6
43	16,1	11,4	12,3	2 703	2 122	25,6	21,5	136	21	114	6,7	4,5	21,5	16,3	15,6
48	17,7	12,6	14,0	2 122	1 675	24,9	20,8	147	23	124	6,6	4,7	21,1	16,3	15,7
53	19,1	13,9	15,6	1 675	1 329	24,1	20,2	157	25	132	6,5	4,9	20,6	16,3	15,8
58	20,4	15,3	17,1	1 329	1 063	23,2	19,5	163	26	138	6,3	5,0	20,0	16,1	15,7
63	21,6	16,7	18,5	1 063	854	22,4	18,8	169	27	142	6,2	5,1	19,7	16,2	15,8
68	22,7	18,3	19,8	854	690	21,5	18,1	172	27	145	5,9	5,2	19,2	16,0	15,8
73	23,8	19,9	21,0	690	560	20,6	17,3	173	27	146	5,7	5,2	18,9	16,0	15,8
78	24,7	21,5	22,2	560	455	19,7	16,5	173	27	146	5,4	5,2	18,8	16,2	15,7
83	25,5	23,2	23,3	455	373	18,7	15,8	171	27	144	5,0	5,2	17,9	15,6	15,6
88	26,3	25,0	24,2	373	307	17,8	15,0	168	26	142	4,8	5,2	17,8	15,7	15,6
93	27,1	26,8	25,2	307	252	16,8	14,2	163	25	138	4,3	5,1	17,8	16,0	15,6
98	27,7	28,6	26,0	252	209	15,8	13,4	158	24	133	4,0	5,1	17,0	15,3	15,4
103	28,4	30,4	26,8	209	174	14,9	12,6	151	23	128	3,6	5,0	17,0	15,4	15,4

Tabell P. 62. Tall, Södra Sverige, icke planterad.  $H_{100} = 32$ .  $L\ 5\ G\ 10, 5$ .  $qs = 1,0$ 

A

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
20	7,7	6,8	5,0	7 290	5 740	24,9	21,0	63	10	54	—	3,2	21,3	15,9	15,5
25	10,4	8,0	7,0	5 740	4 461	26,9	22,5	89	14	75	7,1	4,0	22,3	16,3	15,5
30	12,9	9,2	9,1	4 461	3 464	27,4	22,9	113	18	95	7,5	4,5	22,3	16,4	15,6
35	15,2	10,3	11,3	3 464	2 703	27,2	22,7	134	21	113	7,7	5,0	22,0	16,4	15,6
40	17,3	11,6	13,4	2 703	2 122	26,6	22,3	152	24	129	7,9	5,4	21,5	16,3	15,7
45	19,2	12,8	15,4	2 122	1 675	25,9	21,6	168	27	142	8,0	5,7	21,1	16,4	15,8
50	21,0	14,2	17,3	1 675	1 329	25,0	20,9	181	29	152	7,8	5,9	20,6	16,4	15,8
55	22,5	15,6	19,2	1 329	1 063	24,2	20,3	191	30	161	7,8	6,0	20,0	16,1	15,7
60	24,0	17,1	20,9	1 063	854	23,3	19,5	199	32	167	7,6	6,2	19,7	16,2	15,9
65	25,3	18,6	22,4	854	690	22,4	18,8	203	32	171	7,2	6,3	19,2	16,0	15,8
70	26,5	20,3	23,9	690	560	21,5	18,0	206	33	174	7,0	6,3	18,9	15,9	15,8
75	27,6	21,9	25,3	560	455	20,5	17,2	206	33	174	6,5	6,3	18,8	16,2	15,8
80	28,6	23,7	26,5	455	373	19,5	16,4	205	32	173	6,3	6,3	17,9	15,6	15,6
85	29,6	25,5	27,6	373	307	18,5	15,6	201	32	170	5,7	6,3	17,8	15,7	15,7
90	30,4	27,3	28,7	307	252	17,5	14,7	196	31	165	5,2	6,2	17,8	15,9	15,7
95	31,3	29,1	29,7	252	209	16,5	13,9	189	29	160	4,8	6,1	17,0	15,3	15,4
100	32,0	31,0	30,6	209	174	15,5	13,1	182	28	154	4,4	6,1	17,0	15,4	15,5

Tabell P. 63. Tall, Södra Sverige, planterad.  $H_{100} = 12$ . L 5 G 10, 5.  $q_s = 1,0$ 

C

Ålder	Övre höjd efter gallr.	Grundyte-medel-stammens		Stamantal		Grundyta på bark, m <sup>2</sup>		Volym under bark, m <sup>3</sup>					Gallringsprocent		
		dia-meter på bark efter gallr.	höjd efter gallr.	före gallr.	efter gallr.	före gallr.	efter gallr.	före gallr.	gallr.	efter gallr.	årlig löp-ande till-växt	årlig me-del-till-växt	Stamantal	Grundyta	Volym
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
45	8,0	6,8	5,2	7 290	5 740	24,9	21,0	66	10	55	—	1,5	21,3	15,9	15,5
50	8,6	7,6	5,8	5 740	4 461	24,4	20,4	68	11	57	2,5	1,6	22,3	16,3	15,6
55	9,1	8,5	6,3	4 461	3 464	23,5	19,7	69	11	58	2,4	1,6	22,3	16,4	15,6
60	9,6	9,4	6,8	3 464	2 703	22,6	18,9	70	11	59	2,3	1,7	22,0	16,4	15,7
65	10,0	10,4	7,4	2 703	2 122	21,7	18,2	70	11	59	2,3	1,7	21,5	16,3	15,6
70	10,3	11,5	7,8	2 122	1 675	20,8	17,4	70	11	59	2,2	1,8	21,1	16,4	15,7
75	10,7	12,7	8,3	1 675	1 329	20,0	16,7	70	11	59	2,1	1,8	20,6	16,2	15,7
80	11,0	13,9	8,7	1 329	1 063	19,1	16,1	70	11	59	2,1	1,8	20,0	16,0	15,5
85	11,3	15,2	9,1	1 063	854	18,4	15,4	69	11	58	2,0	1,8	19,7	16,2	15,6
90	11,5	16,5	9,5	854	690	17,6	14,8	68	11	57	1,9	1,8	19,2	16,1	15,6
95	11,8	17,9	9,8	690	560	16,8	14,1	66	10	56	1,8	1,8	18,9	16,0	15,6
100	12,0	19,4	10,2	560	455	16,0	13,4	65	10	54	1,7	1,8	18,8	16,2	15,5
105	12,2	20,9	10,5	455	373	15,2	12,8	63	10	53	1,6	1,8	17,9	15,6	15,4
110	12,4	22,5	10,8	373	307	14,4	12,2	61	9	51	1,5	1,8	17,8	15,6	15,4
115	12,6	24,0	11,0	307	252	13,6	11,4	58	9	49	1,3	1,8	17,8	16,0	15,4
120	12,7	25,6	11,3	252	209	12,8	10,8	55	8	47	1,2	1,8	17,0	15,4	15,2
125	12,9	27,3	11,5	209	174	12,0	10,1	53	8	45	1,2	1,7	17,0	15,4	15,3

Tabell P. 64. Tall, Södra Sverige, planterad.  $H_{100} = 16$ . L 5 G 10, 5.  $q_s = 1,0$ 

C

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
30	8,0	6,8	5,2	7 290	5 740	24,9	21,0	65	10	55	—	2,2	21,3	15,9	15,5
35	9,1	7,8	6,1	5 740	4 461	25,4	21,3	74	12	63	3,8	2,4	22,3	16,2	15,6
40	10,0	8,8	7,0	4 461	3 464	25,2	21,1	82	13	69	3,8	2,6	22,3	16,4	15,6
45	10,9	9,9	7,8	3 464	2 703	24,7	20,6	86	13	73	3,5	2,7	22,0	16,4	15,6
50	11,6	11,0	8,6	2 703	2 122	24,0	20,0	90	14	76	3,5	2,8	21,5	16,3	15,6
55	12,3	12,2	9,4	2 122	1 675	23,2	19,4	92	14	78	3,3	2,8	21,1	16,3	15,6
60	12,9	13,4	10,1	1 675	1 329	22,4	18,7	94	15	80	3,3	2,8	20,6	16,3	15,7
65	13,4	14,7	10,8	1 329	1 063	21,6	18,1	95	15	80	3,1	2,9	20,0	16,1	15,6
70	13,9	16,1	11,4	1 063	854	20,8	17,4	95	15	80	3,0	2,9	19,7	16,2	15,7
75	14,3	17,6	12,0	854	690	19,9	16,7	95	15	80	2,9	2,9	19,2	16,1	15,6
80	14,7	19,1	12,5	690	560	19,1	16,0	93	15	79	2,6	2,9	18,9	15,9	15,6
85	15,1	20,7	13,0	560	455	18,2	15,3	92	14	78	2,7	2,8	18,8	16,2	15,6
90	15,4	22,3	13,4	455	373	17,3	14,6	90	14	76	2,4	2,8	17,9	15,6	15,4
95	15,7	24,0	13,8	373	307	16,4	13,9	87	14	74	2,3	2,8	17,8	15,7	15,5
100	16,0	25,7	14,2	307	252	15,6	13,1	84	13	71	2,1	2,8	17,8	16,0	15,4
105	16,3	27,4	14,6	252	209	14,6	12,4	81	12	68	1,9	2,7	17,0	15,4	15,2
110	16,5	29,2	15,0	209	174	13,7	11,6	77	12	65	1,7	2,7	17,0	15,4	15,3

Tabell P. 65. Tall, Södra Sverige, planterad.  $H_{100} = 20$ .  $L\ 5\ G\ 10$ , 5.  $gs = 1,0$ 

C

Ålder	Övre höjd efter gallr.	Grundyte-medel-stammens		Stamantal		Grundyta på bark, m <sup>2</sup>		Volym under bark, m <sup>3</sup>					Gallringsprocent		
		dia-meter på bark efter gallr.	höjd efter gallr.	före gallr.	efter gallr.	före gallr.	efter gallr.	före gallr.	gallr.	efter gallr.	årlig löp- ande till- växt	årlig me- del- till- växt	Stamantal	Grundyta	Volym
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
23	7,9	6,8	5,1	7 290	5 740	24,9	21,0	65	10	55	—	2,8	21,3	15,9	15,5
28	9,6	7,9	6,4	5 740	4 461	26,4	22,1	80	13	68	5,1	3,2	22,3	16,3	15,6
33	11,0	9,0	7,7	4 461	3 464	26,6	22,2	93	14	78	5,0	3,5	22,3	16,4	15,6
38	12,3	10,2	8,9	3 464	2 703	26,2	21,9	102	16	86	4,8	3,7	22,0	16,4	15,6
43	13,4	11,4	10,0	2 703	2 122	25,6	21,5	110	17	93	4,8	3,8	21,5	16,3	15,6
48	14,3	12,6	11,1	2 122	1 675	24,9	20,8	116	18	98	4,5	3,9	21,1	16,3	15,7
53	15,2	13,9	12,1	1 675	1 329	24,1	20,2	120	19	101	4,5	3,9	20,6	16,3	15,7
58	15,9	15,3	13,0	1 329	1 063	23,2	19,5	122	19	103	4,2	4,0	20,0	16,1	15,6
63	16,6	16,7	13,8	1 063	854	22,4	18,8	124	19	104	4,1	4,0	19,7	16,2	15,7
68	17,2	18,3	14,6	854	690	21,5	18,1	124	19	105	4,0	4,0	19,2	16,0	15,6
73	17,8	19,9	15,3	690	560	20,6	17,3	123	19	104	3,7	4,0	18,9	16,0	15,6
78	18,3	21,5	15,9	560	455	19,7	16,5	122	19	103	3,5	3,9	18,8	16,2	15,6
83	18,7	23,2	16,5	455	373	18,7	15,8	119	18	101	3,3	3,9	17,9	15,6	15,5
88	19,1	25,0	17,1	373	307	17,8	15,0	116	18	98	3,1	3,8	17,8	15,7	15,5
93	19,5	26,8	17,6	307	252	16,8	14,2	112	17	94	2,7	3,8	17,8	16,0	15,5
98	19,9	28,6	18,0	252	209	15,8	13,4	107	16	91	2,6	3,7	17,0	15,3	15,3
103	20,2	30,4	18,5	209	174	14,9	12,6	102	16	87	2,3	3,6	17,0	15,4	15,3

Tabell P. 66. Tall, Södra Sverige, planterad.  $H_{100} = 24$ .  $L\ 5\ G\ 10$ , 5.  $gs = 1,0$ 

C

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
19	7,8	6,8	5,1	7 290	5 740	24,9	21,0	64	10	54	—	3,4	21,3	15,9	15,5
24	10,1	8,1	6,8	5 740	4 461	27,1	22,7	87	13	73	6,5	4,0	22,3	16,3	15,6
29	12,0	9,2	8,5	4 461	3 464	27,7	23,1	105	16	89	6,4	4,4	22,3	16,4	15,6
34	13,7	10,4	10,0	3 464	2 703	27,5	23,0	121	19	102	6,4	4,7	22,0	16,4	15,6
39	15,1	11,6	11,5	2 703	2 122	26,9	22,5	132	21	111	6,0	4,9	21,5	16,3	15,6
44	16,4	12,9	12,9	2 122	1 675	26,2	21,9	142	22	119	6,1	5,0	21,1	16,4	15,7
49	17,5	14,3	14,1	1 675	1 329	25,4	21,2	148	23	124	5,7	5,1	20,6	16,3	15,8
54	18,5	15,7	15,3	1 329	1 063	24,5	20,6	153	24	129	5,7	5,1	20,0	16,1	15,6
59	19,4	17,2	16,4	1 063	854	23,6	19,8	155	24	131	5,2	5,1	19,7	16,2	15,8
64	20,2	18,8	17,3	854	690	22,7	19,1	156	24	132	5,1	5,1	19,2	16,0	15,7
69	20,9	20,4	18,2	690	560	21,8	18,3	155	24	131	4,8	5,1	18,9	16,0	15,7
74	21,5	22,1	19,0	560	455	20,8	17,4	154	24	130	4,5	5,1	18,8	16,2	15,6
79	22,1	23,8	19,8	455	373	19,8	16,7	151	23	128	4,3	5,0	17,9	15,6	15,5
84	22,6	25,6	20,5	373	307	18,8	15,8	147	23	124	3,9	5,0	17,8	15,7	15,6
89	23,1	27,5	21,1	307	252	17,8	14,9	142	22	120	3,6	4,9	17,8	16,0	15,5
94	23,5	29,3	21,7	252	209	16,7	14,1	136	21	115	3,2	4,8	17,0	15,3	15,3
99	23,9	31,2	22,2	209	174	15,7	13,3	130	20	110	3,0	4,7	17,0	15,4	15,4



Tabell P. 67. Tall, Södra Sverige, planterad.  $H_{100} = 28$ .  $L\ 5\ G\ 10$ , 5.  $qs = 1,0$ 

C

Ålder	Övre höjd efter gallr.	Grundyte-medel-stammens		Stamantal		Grundyta på bark, m <sup>2</sup>		Volym under bark, m <sup>3</sup>					Gallringsprocent		
		dia-meter på bark efter gallr.	höjd efter gallr.	före gallr.	efter gallr.	före gallr.	efter gallr.	före gallr.	gallr.	efter gallr.	årlig löp-ande till-växt	årlig me-del-till-växt	Stamantal	Grundyta	Volym
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
17	8,1	6,8	5,3	7 290	5 740	24,9	21,0	67	10	56	—	3,9	21,3	15,9	15,5
22	10,9	8,1	7,4	5 740	4 461	27,6	23,1	95	15	81	7,8	4,8	22,3	16,3	15,6
27	13,3	9,3	9,4	4 461	3 464	28,4	23,7	120	19	101	7,9	5,4	22,3	16,4	15,6
32	15,3	10,6	11,4	3 464	2 703	28,3	23,6	140	22	118	7,8	5,8	22,0	16,4	15,6
37	17,1	11,8	13,2	2 703	2 122	27,7	23,2	157	25	132	7,7	6,0	21,5	16,3	15,7
42	18,7	13,1	14,9	2 122	1 675	27,0	22,6	169	27	142	7,4	6,2	21,1	16,3	15,8
47	20,1	14,5	16,5	1 675	1 329	26,2	21,9	178	28	150	7,2	6,3	20,6	16,3	15,8
52	21,3	15,9	17,9	1 329	1 063	25,3	21,2	185	29	156	7,0	6,4	20,0	16,1	15,7
57	22,3	17,4	19,2	1 063	854	24,4	20,4	189	30	159	6,6	6,4	19,7	16,1	15,8
62	23,2	19,0	20,4	854	690	23,4	19,6	191	30	161	6,4	6,4	19,2	16,1	15,8
67	24,1	20,7	21,4	690	560	22,4	18,8	190	30	160	5,9	6,3	18,9	16,0	15,8
72	24,9	22,4	22,4	560	455	21,4	18,0	188	30	158	5,5	6,3	18,8	16,2	15,7
77	25,5	24,2	23,3	455	373	20,3	17,2	185	29	156	5,3	6,2	17,9	15,6	15,6
82	26,2	26,0	24,1	373	307	19,4	16,3	180	28	152	4,8	6,1	17,8	15,7	15,6
87	26,7	27,9	24,8	307	252	18,3	15,4	174	27	147	4,4	6,0	17,8	16,0	15,6
92	27,3	29,8	25,5	252	209	17,2	14,5	167	26	141	3,9	5,9	17,0	15,4	15,4
97	27,7	31,6	26,1	209	174	16,2	13,7	159	25	135	3,7	5,8	17,0	15,4	15,4

Tabell P. 68. Gran, Norra Sverige, icke planterad.  $H_{100} = 12$ .  $L\ 5\ G\ 4$ , 10.  $qs = 1,0$ 

C

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
68	8,0	5,9	5,5	4 000	2 785	9,4	7,6	28	5	22	—	0,4	30,4	20,0	19,2
78	9,3	8,8	7,1	2 785	1 920	14,9	11,6	50	10	40	2,8	0,7	31,1	22,0	20,7
88	10,6	11,2	8,5	1 920	1 354	17,0	13,3	65	14	52	2,6	0,9	29,5	22,0	21,0
98	11,8	13,6	9,8	1 354	978	18,1	14,2	77	16	61	2,6	1,1	27,8	21,6	20,9
108	12,9	15,8	11,0	978	722	18,0	14,2	84	17	67	2,3	1,2	26,2	21,1	20,5
118	13,9	17,9	12,2	722	541	17,2	13,6	87	18	69	2,0	1,3	25,1	20,6	20,2
128	14,8	19,8	13,2	541	416	16,0	12,8	86	17	69	1,7	1,3	23,1	19,9	19,5
138	15,7	21,7	14,2	416	322	14,7	11,9	84	16	68	1,5	1,3	22,6	19,4	19,2
148	16,5	23,3	15,1	322	254	13,4	10,9	80	15	65	1,2	1,3	21,1	18,9	18,7
158	17,2	25,0	15,9	254	201	12,1	9,8	76	14	62	1,1	1,3	20,9	18,7	18,5
168	17,9	26,5	16,7	201	161	10,9	8,9	71	13	58	0,9	1,3	19,9	18,2	18,0

Tabell P. 69. Gran, Norra Sverige, icke planterad.  $H_{100} = 16$ .  $L\ 5\ G\ 4$ , 10.  $qs = 1,0$ 

C

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
56	8,2	5,9	5,6	4 000	2 785	9,4	7,6	28	5	23	—	0,5	30,4	20,0	19,2
66	10,1	9,2	7,7	2 785	1 920	16,6	12,8	60	13	48	3,8	1,0	31,1	22,5	21,2
76	12,0	11,9	9,8	1 920	1 354	19,4	15,0	85	18	66	3,7	1,4	29,5	22,5	21,6
86	13,7	14,6	11,6	1 354	978	20,9	16,3	105	23	83	3,9	1,7	27,8	22,1	21,3
96	15,4	17,0	13,4	978	722	20,9	16,4	119	25	94	3,6	1,9	26,2	21,5	21,0
106	16,9	19,3	15,1	722	541	19,9	15,8	126	26	100	3,2	2,0	25,1	20,9	20,6
116	18,3	21,3	16,6	541	416	18,5	14,8	128	25	103	2,8	2,1	23,1	20,1	19,9
126	19,6	23,2	18,0	416	322	17,0	13,7	126	25	102	2,4	2,1	22,6	19,6	19,4
136	20,9	25,0	19,4	322	254	15,4	12,5	122	23	99	2,1	2,1	21,1	19,0	18,9
146	22,0	26,7	20,6	254	201	13,8	11,2	116	22	95	1,7	2,0	20,9	18,8	18,8
156	23,1	28,3	21,8	201	161	12,4	10,2	109	20	90	1,5	2,0	19,9	18,3	18,2

Tabell P. 70. Gran, Norra Sverige, icke planterad.  $H_{100} = 20$ .  $L\ 3\ G\ 4, 10$ .  $qs = 1,0$ 

C

Ålder	Övre höjd efter gallr.	Grundyte- medel- stammens		Stamantal		Grundyta på bark, m <sup>2</sup>		Volym under bark, m <sup>3</sup>					Gallringsprocent		
		dia- meter på bark efter gallr.	höjd efter gallr.	före gallr.	efter gallr.	före gallr.	efter gallr.	före gallr.	gallr.	efter gallr.	årlig löp- ande till- växt	årlig me- del- till- växt	Stamantal	Grundyta	Volym
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
48	8,0	5,7	5,4	4 000	3 149	9,4	8,0	28	4	24	—	0,6	21,3	15,0	14,6
58	10,5	9,1	7,9	3 149	2 444	19,3	16,0	72	12	61	4,9	1,3	22,4	17,1	16,3
68	12,9	11,7	10,3	2 444	1 899	25,0	20,5	117	20	97	5,7	2,0	22,3	17,7	17,1
78	15,3	14,4	12,7	1 899	1 482	29,4	24,1	166	29	137	6,8	2,6	21,9	18,0	17,4
88	17,5	16,8	15,0	1 482	1 169	31,5	26,0	207	36	171	7,0	3,1	21,1	17,6	17,3
98	19,6	19,0	17,2	1 169	928	31,9	26,3	238	41	197	6,7	3,5	20,6	17,5	17,3
108	21,5	21,0	19,2	928	742	31,2	25,8	261	45	216	6,4	3,7	20,0	17,3	17,1
118	23,4	23,0	21,2	742	599	29,8	24,8	275	46	229	5,8	3,9	19,3	16,9	16,7
128	25,0	24,8	23,0	599	487	28,1	23,4	280	46	234	5,1	4,0	18,8	16,6	16,6
138	26,6	26,5	24,7	487	398	26,2	21,9	281	46	235	4,7	4,1	18,2	16,3	16,3
148	28,1	28,2	26,3	398	327	24,3	20,4	277	45	232	4,2	4,1	18,0	16,1	16,1

Tabell P. 71. Gran, Norra Sverige, icke planterad.  $H_{100} = 20$ .  $L\ 3\ G\ 10, 10$ .  $qs = 1,0$ 

C

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
48	8,0	5,7	5,4	4 000	2 768	9,4	7,0	28	7	21	—	0,6	30,8	25,3	25,0
58	10,5	9,1	7,9	2 768	1 888	17,0	12,4	64	17	47	4,3	1,2	31,8	27,2	26,4
68	12,9	11,7	10,3	1 888	1 289	19,3	14,0	91	25	66	4,4	1,7	31,7	27,7	27,1
78	15,3	14,4	12,7	1 289	885	20,0	14,4	113	31	82	4,6	2,1	31,4	27,9	27,4
88	17,5	16,8	15,0	885	613	18,8	13,6	124	34	90	4,2	2,3	30,7	27,6	27,3
98	19,6	19,0	17,2	613	428	16,7	12,1	125	34	91	3,5	2,4	30,2	27,5	27,3
108	21,5	21,0	19,2	428	301	14,4	10,5	120	33	88	2,9	2,5	29,7	27,3	27,1
118	23,4	23,0	21,2	301	213	12,1	8,8	111	30	81	2,4	2,5	29,0	27,0	26,8
128	25,0	24,8	23,0	213	152	10,0	7,3	100	27	73	1,8	2,4	28,6	26,7	26,7
138	26,6	26,5	24,7	152	109	8,2	6,0	88	23	65	1,5	2,3	28,1	26,5	26,4
148	28,1	28,2	26,3	109	79	6,7	4,9	76	20	56	1,1	2,3	27,9	26,2	26,3

Tabell P. 72. Gran, Norra Sverige, icke planterad.  $H_{100} = 20$ .  $L\ 5\ G\ 4, 10$ .  $qs = 1,0$ 

C

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
48	8,0	5,9	5,5	4 000	2 785	9,4	7,6	28	5	22	—	0,6	30,4	20,0	19,2
58	10,5	9,6	8,1	2 785	1 920	17,9	13,8	68	15	53	4,5	1,3	31,1	22,8	21,5
68	12,9	12,4	10,6	1 920	1 354	21,3	16,4	101	22	79	4,8	1,8	29,5	22,8	21,9
78	15,3	15,3	13,0	1 354	978	23,2	18,0	132	29	104	5,3	2,2	27,8	22,3	21,7
88	17,5	17,9	15,4	978	722	23,3	18,2	155	33	122	5,1	2,6	26,2	21,7	21,3
98	19,6	20,3	17,6	722	541	22,2	17,5	168	35	133	4,6	2,8	25,1	21,1	20,9
108	21,5	22,5	19,7	541	416	20,6	16,5	174	35	139	4,1	2,9	23,1	20,2	20,1
118	23,4	24,5	21,7	416	322	18,9	15,2	175	34	141	3,6	3,0	22,6	19,8	19,7
128	25,0	26,3	23,4	322	254	17,1	13,8	171	33	138	3,0	3,0	21,1	19,1	19,1
138	26,6	28,1	25,2	254	201	15,4	12,4	165	31	134	2,7	2,9	20,9	19,0	18,9
148	28,1	29,8	26,8	201	161	13,7	11,2	157	29	128	2,3	2,9	19,9	18,3	18,3

Tabell P. 73. Gran, Norra Sverige, icke planterad.  $H_{100} = 24$ . L 5 G 4, 10.  $qs = 1,0$ 

C

Ålder	Övre höjd efter gallr.	Grundyte- medel- stammens		Stamantal		Grundyta på bark, m <sup>2</sup>		Volym under bark, m <sup>3</sup>					Gallringsprocent		
		dia- meter på bark efter gallr.	höjd efter gallr.	före gallr.	efter gallr.	före gallr.	efter gallr.	före gallr.	gallr.	efter gallr.	årlig löp- ande till- växt	årlig me- del- till- växt	Stamantal	Grundyta	Volym
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
43	7,8	5,9	5,4	4 000	2 785	9,4	7,6	27	5	22	—	0,6	30,4	20,0	19,2
53	10,8	9,9	8,4	2 785	1 920	19,0	14,6	74	16	58	5,2	1,5	31,1	23,0	21,8
63	13,8	12,9	11,5	1 920	1 354	23,0	17,7	117	26	91	5,9	2,2	29,5	23,1	22,1
73	16,8	15,9	14,4	1 354	978	25,2	19,5	161	35	125	6,9	2,9	27,8	22,6	22,0
83	19,6	18,7	17,4	978	722	25,4	19,9	195	42	153	6,9	3,3	26,2	21,9	21,6
93	22,2	21,2	20,2	722	541	24,3	19,1	215	45	170	6,3	3,7	25,1	21,3	21,1
103	24,7	23,5	22,9	541	416	22,6	18,0	228	46	182	5,8	3,9	23,1	20,3	20,2
113	27,1	25,6	25,4	416	322	20,6	16,5	233	46	187	5,1	4,0	22,6	19,9	19,9
123	29,3	27,5	27,7	322	254	18,6	15,1	231	44	186	4,4	4,0	21,1	19,2	19,3
133	31,4	29,3	29,9	254	201	16,7	13,6	225	43	182	3,9	4,0	20,9	19,0	19,1
143	33,2	31,1	31,9	201	161	15,0	12,2	215	40	175	3,3	4,0	19,9	18,4	18,4

Tabell P. 74. Gran, Norra Sverige, icke planterad.  $H_{100} = 28$ . L 5 G 4, 10.  $qs = 1,0$ 

C

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
41	8,1	5,9	5,6	4 000	2 785	9,4	7,6	28	5	23	—	0,7	30,4	20,0	19,2
51	11,6	10,1	9,1	2 785	1 920	20,0	15,3	84	18	65	6,1	1,7	31,1	23,2	22,0
61	15,2	13,3	12,7	1 920	1 354	24,4	18,7	139	31	108	7,3	2,7	29,5	23,2	22,4
71	18,7	16,5	16,3	1 354	978	27,0	20,8	197	44	154	9,0	3,6	27,8	22,7	22,2
81	22,0	19,4	19,8	978	722	27,3	21,3	244	53	191	9,0	4,2	26,2	22,1	21,8
91	25,3	22,0	23,2	722	541	26,1	20,5	276	59	217	8,5	4,7	25,1	21,4	21,3
101	28,3	24,3	26,4	541	416	24,2	19,3	296	61	236	7,9	5,0	23,1	20,5	20,5
111	31,2	26,5	29,5	416	322	22,2	17,7	306	61	244	7,0	5,2	22,6	20,0	20,0
121	33,9	28,5	32,3	322	254	20,0	16,2	306	59	246	6,1	5,3	21,1	19,3	19,4

Tabell P. 75. Gran, Norra Sverige, icke planterad.  $H_{100} = 32$ . L 5 G 4, 10.  $qs = 1,0$ 

C

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
38	7,9	5,9	5,4	4 000	2 785	9,4	7,6	27	5	22	—	0,7	30,4	20,0	19,2
48	11,8	10,3	9,2	2 785	1 920	20,9	16,0	89	20	69	6,7	2,0	31,1	23,4	22,2
58	15,8	13,6	13,2	1 920	1 354	25,8	19,8	155	35	120	8,6	3,1	29,5	23,4	22,6
68	19,9	17,0	17,4	1 354	978	28,8	22,2	228	51	177	10,8	4,2	27,8	22,8	22,4
78	23,8	20,0	21,6	978	722	29,2	22,7	290	64	227	11,4	5,2	26,2	22,2	22,0
88	27,6	22,7	25,6	722	541	27,9	21,9	336	72	264	10,9	5,8	25,1	21,5	21,5
98	31,3	25,1	29,4	541	416	26,0	20,6	366	75	290	10,2	6,3	23,1	20,6	20,6
108	34,7	27,4	33,1	416	322	23,8	19,0	382	77	305	9,2	6,5	22,6	20,1	20,2

Tabell P. 76. Gran, Norra Sverige, icke planterad.  $H_{100} = 36$ .  $L\ 5\ G\ 4$ , 10.  $q_s = 1,0$ 

C

Ålder	Övre höjd efter gallr.	Grundyte- medel- stammens		Stamantal		Grundyta på bark, m <sup>2</sup>		Volym under bark, m <sup>3</sup>					Gallringsprocent		
		dia- meter på bark efter gallr.	höjd efter gallr.	före gallr.	efter gallr.	före gallr.	efter gallr.	före gallr.	gallr.	efter gallr.	årlig löp- ande till- växt	årlig me- del- till- växt	Stamantal	Grundyta	Volym
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
37	8,1	5,9	5,6	4 000	2 785	9,4	7,6	28	5	23	—	0,8	30,4	20,0	19,2
47	12,4	10,5	9,8	2 785	1 920	21,8	16,7	99	22	77	7,6	2,2	31,1	23,6	22,4
57	17,0	14,0	14,4	1 920	1 354	27,1	20,8	179	41	138	10,2	3,6	29,5	23,5	22,8
67	21,6	17,5	19,1	1 354	978	30,4	23,4	270	61	209	13,2	5,0	27,8	23,0	22,6
77	26,2	20,6	23,8	978	722	30,9	24,0	351	78	273	14,2	6,2	26,2	22,3	22,2
87	30,6	23,4	28,5	722	541	29,6	23,2	411	89	322	13,9	7,1	25,1	21,6	21,7
97	34,8	25,9	33,0	541	416	27,6	21,9	454	94	360	13,2	7,7	23,1	20,6	20,8

Tabell P. 77. Gran, Norra Sverige, planterad.  $H_{100} = 20$ .  $L\ 3\ G\ 4$ , 10.  $q_s = 1,0$ 

C

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
38	8,0	5,7	5,4	4 000	3 149	9,4	8,0	28	4	24	—	0,7	21,3	15,0	14,6
48	10,6	9,3	8,0	3 149	2 444	19,9	16,5	76	12	63	5,2	1,7	22,4	17,2	16,4
58	12,9	12,0	10,4	2 444	1 899	25,9	21,3	121	21	100	5,8	2,4	22,3	17,8	17,2
68	14,9	14,7	12,4	1 899	1 482	30,6	25,1	167	29	138	6,6	3,0	21,9	18,0	17,5
78	16,7	17,2	14,3	1 482	1 169	32,8	27,0	203	35	168	6,5	3,5	21,1	17,7	17,4
88	18,3	19,4	16,0	1 169	928	33,2	27,4	227	39	188	5,9	3,7	20,6	17,6	17,3
98	19,7	21,4	17,6	928	742	32,4	26,8	240	41	199	5,2	3,9	20,0	17,3	17,1
108	21,0	23,4	19,0	742	599	30,9	25,7	245	41	204	4,6	4,0	19,3	16,9	16,7
118	22,1	25,2	20,2	599	487	29,1	24,2	244	40	203	4,0	4,0	18,8	16,6	16,6
128	23,1	26,9	21,3	487	398	27,0	22,6	236	38	198	3,3	3,9	18,2	16,4	16,3
138	24,1	28,6	22,4	398	327	25,0	21,0	228	37	192	3,0	3,8	18,0	16,2	16,1

Tabell P. 78. Gran, Norra Sverige, planterad.  $H_{100} = 20$ .  $L\ 3\ G\ 10$ , 10.  $q_s = 1,0$ 

C

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
38	8,0	5,7	5,4	4 000	2 768	9,4	7,0	28	7	21	—	0,7	30,8	25,3	25,0
48	10,6	9,3	8,0	2 768	1 888	17,5	12,8	67	18	49	4,6	1,5	31,8	27,2	26,5
58	12,9	12,0	10,4	1 888	1 289	20,0	14,5	94	25	68	4,5	2,0	31,7	27,8	27,2
68	14,9	14,7	12,4	1 289	885	20,8	15,0	113	31	82	4,5	2,4	31,4	28,0	27,5
78	16,7	17,2	14,3	885	613	19,6	14,2	121	33	88	3,9	2,6	30,7	27,7	27,4
88	18,3	19,4	16,0	613	428	17,4	12,6	119	32	86	3,1	2,7	30,2	27,5	27,3
98	19,7	21,4	17,6	428	301	14,9	10,9	110	30	80	2,4	2,6	29,7	27,3	27,1
108	21,0	23,4	19,0	301	213	12,5	9,2	99	27	73	1,9	2,6	29,0	27,0	26,8
118	22,1	25,2	20,2	213	152	10,4	7,6	87	23	64	1,4	2,5	28,6	26,7	26,7
128	23,1	27,0	21,4	152	109	8,5	6,2	74	20	54	1,0	2,3	28,1	26,5	26,4
138	24,1	28,6	22,4	109	79	6,9	5,1	63	16	46	0,8	2,2	27,9	26,3	26,2

Tabell P. 79. Gran, Norra Sverige, planterad.  $H_{100} = 20$ .  $L\ 5\ G\ 4$ , 10.  $qs = 1,0$ 

C

Ålder	Övre höjd efter gallr.	Grundyte- medel- stammens		Stamantal		Grundyta på bark, m <sup>2</sup>		Volym under bark, m <sup>3</sup>					Gallringsprocent		
		dia- meter på bark efter gallr.	höjd efter gallr.	före gallr.	efter gallr.	före gallr.	efter gallr.	före gallr.	gallr.	efter gallr.	årlig löp- ande till- växt	årlig me- del- till- växt	Stamantal	Grundyta	Volym
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
38	8,0	5,9	5,6	4 000	2 785	9,4	7,6	28	5	23	—	0,7	30,4	20,0	19,2
48	10,6	9,7	8,2	2 785	1 920	18,5	14,2	71	15	55	4,8	1,6	31,1	23,0	21,7
58	12,9	12,6	10,6	1 920	1 354	22,0	17,0	104	23	81	4,9	2,2	29,5	22,9	22,1
68	14,9	15,6	12,8	1 354	978	24,1	18,7	133	29	104	5,2	2,6	27,8	22,4	21,8
78	16,7	18,3	14,7	978	722	24,2	19,0	152	32	119	4,8	2,9	26,2	21,8	21,4
88	18,3	20,7	16,5	722	541	23,1	18,2	159	33	126	4,0	3,0	25,1	21,2	20,9
98	19,7	22,9	18,0	541	416	21,4	17,1	160	32	128	3,4	3,0	23,1	20,3	20,1
108	21,0	24,9	19,4	416	322	19,6	15,7	156	31	125	2,8	3,0	22,6	19,8	19,7
118	22,1	26,7	20,6	322	254	17,6	14,2	148	28	120	2,3	3,0	21,1	19,2	19,1
128	23,1	28,5	21,8	254	201	15,8	12,8	139	26	113	1,9	2,9	20,9	18,9	18,9
138	24,1	30,2	22,8	201	161	14,1	11,5	129	24	106	1,7	2,8	19,9	18,3	18,3

Tabell P. 80. Gran, Södra Sverige, icke planterad.  $H_{100} = 12$ .  $L\ 5\ G\ 10$ , 5.  $qs = 1,0$ 

C

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
58	8,0	6,5	5,4	6 849	5 327	21,0	17,7	64	10	54	—	1,1	22,2	15,7	15,0
63	8,6	7,4	6,0	5 327	4 157	21,2	17,8	68	10	58	2,8	1,2	21,9	15,8	15,1
68	9,2	8,3	6,6	4 157	3 266	21,0	17,7	72	11	61	2,7	1,3	21,5	15,9	15,2
73	9,7	9,3	7,2	3 266	2 580	20,7	17,4	75	11	63	2,8	1,4	21,0	15,9	15,2
78	10,2	10,3	7,7	2 580	2 050	20,3	17,1	77	12	65	2,7	1,5	20,6	16,0	15,3
83	10,6	11,4	8,3	2 050	1 636	19,9	16,7	79	12	67	2,7	1,6	20,2	16,0	15,4
88	11,1	12,6	8,8	1 636	1 315	19,4	16,3	80	12	68	2,7	1,7	19,6	15,9	15,4
93	11,5	13,8	9,3	1 315	1 061	18,9	15,9	81	13	68	2,6	1,7	19,4	16,1	15,6
98	11,8	15,1	9,7	1 061	860	18,4	15,5	81	13	69	2,6	1,8	18,9	15,9	15,5
103	12,2	16,5	10,2	860	700	17,9	15,0	81	13	69	2,5	1,8	18,7	15,9	15,4
108	12,5	18,0	10,6	700	572	17,3	14,6	80	13	68	2,4	1,8	18,3	15,9	15,6
113	12,8	19,6	11,0	572	468	16,8	14,1	79	12	67	2,3	1,8	18,1	15,9	15,5
118	13,2	21,2	11,4	468	386	16,1	13,6	78	12	66	2,2	1,9	17,6	15,6	15,5
123	13,4	22,8	11,8	386	317	15,5	13,0	76	12	64	2,1	1,9	17,7	16,0	15,6
128	13,7	24,6	12,1	317	263	14,7	12,5	74	11	62	1,9	1,9	17,1	15,5	15,4
133	13,9	26,3	12,5	263	218	14,0	11,9	71	11	60	1,8	1,9	17,0	15,5	15,4
138	14,2	28,1	12,8	218	181	13,3	11,2	68	11	58	1,6	1,9	17,2	15,8	15,5

Tabell P. 81. Gran, Södra Sverige, icke planterad.  $H_{100} = 16$ .  $L \ 5 \ G \ 10, 5$ .  $qs = 1,0$ 

C

Ålder	Övre höjd efter gallr.	Grundyte-medel-stammens		Stamantal		Grundyta på bark, m <sup>2</sup>		Volym under bark, m <sup>3</sup>					Gallringsprocent		
		dia-meter på bark efter gallr.	höjd efter gallr.	före gallr.	efter gallr.	före gallr.	efter gallr.	före gallr.	gallr.	efter gallr.	årlig löp- ande till växt	årlig me- del- till- växt	Stamantal	Grundyta	Volym
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
42	7,9	6,5	5,4	6 849	5 327	21,0	17,7	63	10	54	—	1,5	22,2	15,7	15,0
47	8,9	7,6	6,2	5 327	4 157	22,4	18,9	75	11	63	4,2	1,8	21,9	15,8	15,1
52	9,9	8,7	7,1	4 157	3 266	23,0	19,4	84	13	71	4,0	2,0	21,5	15,9	15,2
57	10,7	9,8	7,9	3 266	2 580	23,2	19,5	91	14	77	3,9	2,2	21,0	15,9	15,2
62	11,5	11,0	8,7	2 580	2 050	23,2	19,5	98	15	83	4,2	2,3	20,6	15,9	15,3
67	12,2	12,2	9,5	2 050	1 636	22,9	19,2	103	16	87	4,0	2,5	20,2	16,1	15,4
72	12,9	13,6	10,3	1 636	1 315	22,6	19,0	107	16	91	4,0	2,6	19,6	15,9	15,4
77	13,6	15,0	11,0	1 315	1 061	22,2	18,6	111	17	93	4,0	2,7	19,4	16,0	15,6
82	14,2	16,4	11,7	1 061	860	21,7	18,3	113	18	96	4,0	2,7	18,9	15,9	15,5
87	14,7	18,0	12,4	860	700	21,2	17,8	115	18	97	3,8	2,8	18,7	15,9	15,5
92	15,2	19,7	13,0	700	572	20,6	17,4	115	18	97	3,7	2,9	18,3	15,8	15,6
97	15,7	21,4	13,6	572	468	20,0	16,8	115	18	97	3,5	2,9	18,1	15,9	15,5
102	16,2	23,2	14,2	468	386	19,3	16,3	114	18	96	3,4	2,9	17,6	15,7	15,5
107	16,6	25,1	14,7	386	317	18,6	15,7	112	18	95	3,2	2,9	17,7	15,8	15,6
112	17,0	27,0	15,2	317	263	17,8	15,0	110	17	93	3,0	2,9	17,1	15,6	15,4
117	17,4	28,9	15,7	263	218	17,0	14,4	107	16	90	2,7	2,9	17,0	15,5	15,4
122	17,8	30,9	16,1	218	181	16,1	13,6	103	16	87	2,5	2,9	17,2	15,8	15,5

Tabell P. 82. Gran, Södra Sverige, icke planterad.  $H_{100} = 20$ .  $L \ 5 \ G \ 10, 5$ .  $qs = 1,0$ 

C

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
34	7,9	6,5	5,3	6 849	5 327	21,0	17,7	63	10	54	—	1,9	22,2	15,7	15,0
39	9,3	7,8	6,5	5 327	4 157	23,5	19,8	80	12	68	5,3	2,3	21,9	15,8	15,0
44	10,5	9,0	7,6	4 157	3 266	24,7	20,8	95	14	81	5,3	2,6	21,5	15,9	15,1
49	11,7	10,2	8,7	3 266	2 580	25,2	21,2	108	16	91	5,4	2,9	21,0	15,9	15,2
54	12,8	11,5	9,8	2 580	2 050	25,4	21,4	119	18	101	5,6	3,2	20,6	15,9	15,3
59	13,9	12,9	10,8	2 050	1 636	25,3	21,2	128	20	109	5,5	3,4	20,2	16,0	15,4
64	14,8	14,3	11,9	1 636	1 315	25,0	21,1	137	21	116	5,7	3,5	19,6	15,9	15,3
69	15,7	15,8	12,8	1 315	1 061	24,7	20,7	143	22	121	5,4	3,7	19,4	16,0	15,6
74	16,5	17,4	13,7	1 061	860	24,2	20,4	148	23	125	5,5	3,8	18,9	15,8	15,5
79	17,3	19,0	14,6	860	700	23,7	19,9	151	23	128	5,3	3,9	18,7	15,9	15,5
84	18,0	20,8	15,4	700	572	23,1	19,4	154	24	130	5,3	4,0	18,3	15,9	15,6
89	18,7	22,7	16,2	572	468	22,4	18,9	155	24	131	4,9	4,0	18,1	15,9	15,6
94	19,3	24,6	17,0	468	386	21,7	18,3	155	24	131	4,8	4,1	17,6	15,6	15,5
99	19,9	26,6	17,7	386	317	20,9	17,6	153	24	129	4,5	4,1	17,7	15,9	15,6
104	20,4	28,6	18,3	317	263	20,0	16,9	150	23	127	4,1	4,1	17,1	15,5	15,4
109	20,9	30,7	19,0	263	218	19,1	16,2	146	23	124	3,9	4,1	17,0	15,5	15,4
114	21,4	32,8	19,6	218	181	18,2	15,3	142	22	119	3,5	4,1	17,2	15,8	15,6

Tabell P. 83. Gran, Södra Sverige, icke planterad.  $H_{100} = 24$ .  $L\ 5\ G\ 10, 5$ .  $qs = 1,0$  C

Ålder	Övre höjd efter gallr.	Grundyte- medel- stammens		Stamantal		Grundyta, på bark, m <sup>2</sup>		Volym under bark, m <sup>3</sup>					Gallringsprocent		
		dia- meter på bark efter gallr.	höjd efter gallr.	före gallr.	efter gallr.	före gallr.	efter gallr.	före gallr.	gallr.	efter gallr.	årlig löp- ande till- växt	årlig me- del- till- växt	Stamantal	Grundyta	Volym
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
29	7,8	6,5	5,3	6 849	5 327	21,0	17,7	63	9	53	—	2,2	22,2	15,7	15,0
34	9,6	7,9	6,7	5 327	4 157	24,5	20,6	85	13	73	6,5	2,8	21,9	15,8	15,1
39	11,2	9,3	8,1	4 157	3 266	26,2	22,0	106	16	90	6,7	3,3	21,5	15,8	15,1
44	12,7	10,6	9,4	3 266	2 580	27,0	22,7	124	19	105	6,8	3,7	21,0	15,9	15,1
49	14,1	11,9	10,8	2 580	2 050	27,3	22,9	141	22	119	7,1	4,0	20,6	16,0	15,3
54	15,5	13,4	12,2	2 050	1 636	27,3	22,9	155	24	131	7,1	4,3	20,2	16,0	15,4
59	16,7	14,8	13,4	1 636	1 315	27,0	22,7	167	26	141	7,2	4,6	19,6	15,9	15,4
64	17,8	16,4	14,7	1 315	1 061	26,7	22,4	178	28	150	7,2	4,8	19,4	16,0	15,6
69	18,9	18,1	15,8	1 061	860	26,2	22,0	186	29	157	7,3	5,0	18,9	15,9	15,5
74	19,9	19,8	16,9	860	700	25,7	21,6	193	30	163	7,1	5,1	18,7	15,9	15,5
79	20,8	21,7	18,0	700	572	25,1	21,1	197	31	166	6,8	5,2	18,3	15,8	15,7
84	21,6	23,6	19,0	572	468	24,4	20,5	199	31	168	6,7	5,3	18,1	15,9	15,6
89	22,4	25,6	19,9	468	386	23,6	19,9	200	31	169	6,3	5,4	17,6	15,6	15,5
94	23,2	27,7	20,8	386	317	22,8	19,2	198	31	167	5,9	5,4	17,7	15,9	15,6
99	23,9	29,9	21,6	317	263	21,8	18,4	195	30	165	5,6	5,4	17,1	15,5	15,5
104	24,5	32,1	22,4	263	218	20,8	17,6	191	30	162	5,3	5,4	17,0	15,5	15,4
109	25,1	34,3	23,1	218	181	19,8	16,7	185	29	156	4,7	5,4	17,2	15,8	15,6

Tabell P. 84. Gran, Södra Sverige, icke planterad.  $H_{100} = 28$ .  $L\ 5\ G\ 10, 5$ .  $qs = 1,0$  C

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
26	7,9	6,5	5,3	6 849	5 327	21,0	17,7	63	9	54	—	2,4	22,2	15,7	15,0
31	10,0	8,1	7,0	5 327	4 157	25,2	21,2	92	14	78	7,6	3,3	21,9	15,8	15,0
36	12,0	9,5	8,6	4 157	3 266	27,3	23,0	118	18	100	8,0	3,9	21,5	15,8	15,1
41	13,8	10,8	10,3	3 266	2 580	28,3	23,8	141	21	120	8,2	4,4	21,0	16,0	15,1
46	15,6	12,2	12,0	2 580	2 050	28,7	24,1	164	25	139	8,9	4,9	20,6	16,0	15,3
51	17,2	13,7	13,6	2 050	1 636	28,7	24,1	184	28	156	9,0	5,3	20,2	16,0	15,4
56	18,7	15,2	15,1	1 636	1 315	28,5	24,0	201	31	170	9,2	5,7	19,6	15,9	15,4
61	20,1	16,9	16,6	1 315	1 061	28,2	23,7	216	34	182	9,1	5,9	19,4	16,0	15,6
66	21,3	18,6	18,1	1 061	860	27,7	23,3	228	35	192	9,1	6,2	18,9	15,9	15,6
71	22,5	20,4	19,4	860	700	27,2	22,8	237	37	200	8,9	6,4	18,7	16,0	15,5
76	23,6	22,3	20,7	700	572	26,5	22,3	244	38	206	8,7	6,5	18,3	15,9	15,7
81	24,7	24,3	21,8	572	468	25,8	21,7	247	39	209	8,4	6,6	18,1	15,9	15,6
86	25,6	26,4	23,0	468	386	24,9	21,0	249	39	210	8,0	6,7	17,6	15,6	15,6
91	26,5	28,5	24,0	386	317	24,1	20,2	248	39	209	7,7	6,8	17,7	15,9	15,7
96	27,4	30,7	25,0	317	263	23,1	19,5	245	38	207	7,1	6,8	17,1	15,6	15,5
101	28,2	33,0	25,9	263	218	22,1	18,6	239	37	202	6,4	6,8	17,0	15,6	15,5
106	28,9	35,3	26,8	218	181	21,0	17,7	232	36	196	6,0	6,7	17,2	15,8	15,6

Tabell P. 85. Gran, Södra Sverige, icke planterad.  $H_{100} = 32$ .  $L\ 5\ G\ 10, 5$ .  $qs = 1,0$ 

C

Ålder	Övre höjd efter gallr.	Grundyte- medel- stammens		Stamantal		Grundyta på bark, m <sup>2</sup>		Volym under bark, m <sup>3</sup>					Gallringsprocent		
		dia- meter på bark efter gallr.	höjd efter gallr.	före gallr.	efter gallr.	före gallr.	efter gallr.	före gallr.	gallr.	efter gallr.	årlig löp- ande till- växt	årlig me- del- till- växt	Stamantal	Grundyta	Volym
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
24	8,0	6,5	5,4	6 849	5 327	21,0	17,7	64	10	54	—	2,7	22,2	15,7	15,0
29	10,4	8,2	7,3	5 327	4 157	25,9	21,8	97	15	83	8,6	3,7	21,9	15,8	15,0
34	12,8	9,6	9,2	4 157	3 266	28,2	23,7	130	20	110	9,4	4,5	21,5	15,9	15,1
39	14,9	11,0	11,2	3 266	2 580	29,4	24,7	160	24	136	9,9	5,2	21,0	15,9	15,1
44	17,0	12,5	13,2	2 580	2 050	29,8	25,1	189	29	160	10,6	5,8	20,6	16,0	15,3
49	18,9	14,0	15,0	2 050	1 636	29,9	25,1	214	33	181	10,8	6,3	20,2	16,0	15,4
54	20,6	15,6	16,9	1 636	1 315	29,7	25,0	237	37	201	11,2	6,8	19,6	15,8	15,4
59	22,3	17,2	18,6	1 315	1 061	29,4	24,7	257	40	217	11,3	7,2	19,4	16,0	15,6
64	23,8	19,0	20,3	1 061	860	28,9	24,3	273	43	231	11,3	7,5	18,9	15,9	15,6
69	25,2	20,8	21,9	860	700	28,3	23,8	286	45	242	11,1	7,8	18,7	15,9	15,6
74	26,5	22,8	23,4	700	572	27,6	23,3	296	47	250	10,9	8,0	18,3	15,8	15,7
79	27,7	24,8	24,8	572	468	26,9	22,6	301	47	254	10,3	8,1	18,1	15,8	15,7
84	28,8	26,9	26,1	468	386	26,0	22,0	304	47	256	10,0	8,2	17,6	15,7	15,6
89	29,9	29,1	27,4	386	317	25,2	21,2	303	48	256	9,4	8,3	17,7	15,9	15,7
94	30,9	31,4	28,5	317	263	24,1	20,4	299	47	253	8,7	8,3	17,1	15,5	15,6
99	31,8	33,7	29,6	263	218	23,0	19,5	294	46	248	8,2	8,3	17,0	15,5	15,5
104	32,7	36,0	30,7	218	181	21,9	18,4	285	45	241	7,4	8,3	17,2	15,8	15,7

Tabell P. 86. Gran, Södra Sverige, planterad.  $H_{100} = 12$ .  $L\ 5\ G\ 10, 5$ .  $qs = 1,0$ 

A

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
48	8,0	6,5	5,4	6 849	5 327	21,0	17,7	64	10	54	—	1,3	22,2	15,7	15,0
53	8,6	7,5	6,0	5 327	4 157	21,9	18,4	70	11	60	3,1	1,5	21,9	15,8	15,1
58	9,1	8,5	6,6	4 157	3 266	22,1	18,6	75	11	64	3,1	1,6	21,5	15,9	15,2
63	9,6	9,6	7,1	3 266	2 580	22,1	18,6	79	12	67	3,0	1,8	21,0	15,9	15,2
68	10,0	10,7	7,6	2 580	2 050	21,9	18,4	81	12	69	2,9	1,8	20,6	15,9	15,3
73	10,4	11,9	8,1	2 050	1 636	21,6	18,1	83	13	70	2,9	1,9	20,2	16,1	15,5
78	10,8	13,1	8,5	1 636	1 315	21,2	17,8	84	13	71	2,7	2,0	19,6	15,8	15,4
83	11,1	14,5	8,9	1 315	1 061	20,8	17,4	85	13	72	2,7	2,0	19,4	16,0	15,5
88	11,4	15,9	9,3	1 061	860	20,3	17,0	85	13	72	2,7	2,0	18,9	15,9	15,5
93	11,6	17,4	9,7	860	700	19,8	16,6	85	13	72	2,6	2,1	18,7	15,9	15,5
98	11,9	19,0	10,1	700	572	19,2	16,2	84	13	71	2,5	2,1	18,3	15,8	15,6
103	12,1	20,6	10,4	572	468	18,6	15,7	83	13	70	2,3	2,1	18,1	15,9	15,5
108	12,4	22,4	10,7	468	386	18,0	15,1	81	13	68	2,2	2,1	17,6	15,6	15,5
113	12,5	24,1	11,0	386	317	17,3	14,5	79	12	67	2,1	2,1	17,7	15,9	15,5
118	12,7	26,0	11,3	317	263	16,5	13,9	76	12	64	1,9	2,1	17,1	15,5	15,4
123	12,9	27,9	11,5	263	218	15,7	13,3	73	11	62	1,8	2,1	17,0	15,5	15,4
128	13,1	29,8	11,8	218	181	14,9	12,6	70	11	59	1,7	2,1	17,2	15,8	15,5



Tabell P. 87. Gran, Södra Sverige, planterad.  $H_{100} = 16$ .  $L\ 5\ G\ 10, 5$ .  $qs = 1,0$ 

A

Ålder	Övre höjd efter gallr.	Grundyte- medel- stammens		Stamantal		Grundyta på bark, m <sup>2</sup>		Volym under bark, m <sup>3</sup>					Gallringsprocent		
		dia- meter på bark efter gallr.	höjd efter gallr.	före gallr.	efter gallr.	före gallr.	efter gallr.	före gallr.	gallr.	efter gallr.	årlig löp- ande till- växt	årlig me- del- till- växt	Stamantal	Grundyta	Volym
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
33	8,0	6,5	5,4	6 849	5 327	21,0	17,7	64	10	54	—	1,9	22,2	15,7	15,0
38	9,1	7,8	6,3	5 327	4 157	23,7	19,9	79	12	67	5,0	2,3	21,9	15,8	15,1
43	10,0	9,0	7,2	4 157	3 266	25,0	21,0	91	14	78	4,8	2,6	21,5	15,9	15,1
48	10,9	10,3	8,0	3 266	2 580	25,6	21,5	101	15	85	4,7	2,8	21,0	15,9	15,2
53	11,6	11,6	8,8	2 580	2 050	25,7	21,6	109	17	92	4,6	3,0	20,6	15,9	15,3
58	12,3	12,9	9,6	2 050	1 636	25,7	21,5	115	18	97	4,5	3,1	20,2	16,1	15,4
63	12,9	14,4	10,2	1 636	1 315	25,4	21,3	119	18	101	4,4	3,2	19,6	15,9	15,4
68	13,4	15,9	10,9	1 315	1 061	25,0	21,0	122	19	103	4,3	3,3	19,4	16,0	15,5
73	13,9	17,5	11,5	1 061	860	24,6	20,7	124	19	105	4,2	3,4	18,9	15,9	15,5
78	14,4	19,2	12,1	860	700	24,0	20,2	125	19	106	4,1	3,4	18,7	15,9	15,5
83	14,8	21,0	12,6	700	572	23,4	19,7	125	20	106	3,9	3,4	18,3	15,8	15,6
88	15,2	22,8	13,1	572	468	22,8	19,2	125	19	106	3,8	3,5	18,1	15,9	15,5
93	15,6	24,8	13,6	468	386	22,0	18,6	123	19	104	3,5	3,5	17,6	15,7	15,5
98	15,9	26,8	14,0	386	317	21,3	17,9	121	19	102	3,4	3,5	17,7	15,9	15,6
103	16,2	28,9	14,4	317	263	20,3	17,2	118	18	100	3,1	3,4	17,1	15,5	15,4
108	16,5	31,0	14,8	263	218	19,5	16,4	114	17	96	2,8	3,4	17,0	15,5	15,4
113	16,7	33,1	15,1	218	181	18,5	15,6	109	17	92	2,6	3,4	17,2	15,8	15,5

Tabell P. 88. Gran, Södra Sverige, planterad.  $H_{100} = 20$ .  $L\ 5\ G\ 10, 5$ .  $qs = 1,0$ 

A

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
26	8,0	6,5	5,4	6 849	5 327	21,0	17,7	64	10	54	—	2,4	22,2	15,7	15,0
31	9,5	8,1	6,6	5 327	4 157	25,2	21,2	88	13	75	6,8	3,1	21,9	15,8	15,1
36	10,9	9,5	7,8	4 157	3 266	27,3	23,0	108	16	91	6,6	3,6	21,5	15,9	15,1
41	12,1	10,8	9,0	3 266	2 580	28,3	23,8	124	19	105	6,4	4,0	21,0	16,0	15,2
46	13,2	12,2	10,1	2 580	2 050	28,7	24,1	137	21	116	6,4	4,2	20,6	16,0	15,3
51	14,2	13,7	11,1	2 050	1 636	28,7	24,1	147	23	125	6,3	4,4	20,2	16,0	15,4
56	15,1	15,2	12,1	1 636	1 315	28,5	24,0	156	24	132	6,3	4,6	19,6	15,9	15,4
61	15,8	16,9	13,0	1 315	1 061	28,2	23,7	163	25	137	6,1	4,7	19,4	16,0	15,6
66	16,6	18,6	13,8	1 061	860	27,7	23,3	167	26	141	5,9	4,8	18,9	15,9	15,5
71	17,2	20,4	14,5	860	700	27,2	22,8	170	26	144	5,8	4,9	18,7	15,9	15,5
76	17,8	22,3	15,3	700	572	26,5	22,3	171	27	145	5,5	4,9	18,3	15,9	15,6
81	18,3	24,3	15,9	572	468	25,8	21,7	171	27	145	5,4	5,0	18,1	15,9	15,6
86	18,8	26,4	16,6	468	386	24,9	21,0	169	26	143	4,9	4,9	17,6	15,6	15,5
91	19,3	28,5	17,1	386	317	24,1	20,2	167	26	141	4,7	4,9	17,7	15,9	15,6
96	19,7	30,7	17,6	317	263	23,1	19,5	163	25	138	4,4	4,9	17,1	15,6	15,4
101	20,1	33,0	18,1	263	218	22,1	18,6	158	24	133	4,0	4,9	17,0	15,5	15,4
106	20,4	35,3	18,6	218	181	21,0	17,7	152	24	128	3,6	4,8	17,2	15,8	15,6

Tabell P. 89. Gran, Södra Sverige, planterad.  $H_{100} = 24$ .  $L\ 5\ G\ 10, 5$ .  $qs = 1,0$ 

A

Ålder	Övre höjd efter gallr.	Grundyte- medel- stammens		Stamantal		Grundyta på bark, m <sup>2</sup>		Volym under bark, m <sup>3</sup>					Gallringsprocent		
		dia- meter på bark efter gallr.	höjd efter gallr.	före gallr.	efter gallr.	före gallr.	efter gallr.	före gallr.	gallr.	efter gallr.	årlig löp- ande till- växt	årlig me- del- till- växt	Stamantal	Grundyta	Volym
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
22	8,0	6,5	5,4	6 849	5 327	21,0	17,7	64	10	54	—	2,9	22,2	15,7	15,0
27	10,0	8,3	7,0	5 327	4 157	26,6	22,4	97	15	82	8,5	3,9	21,9	15,8	15,0
32	11,8	9,8	8,5	4 157	3 266	29,3	24,6	124	19	105	8,3	4,6	21,5	15,9	15,1
37	13,4	11,3	10,0	3 266	2 580	30,6	25,7	148	22	125	8,5	5,1	21,0	15,8	15,1
42	14,9	12,8	11,4	2 580	2 050	31,1	26,2	167	26	142	8,4	5,5	20,6	16,0	15,3
47	16,1	14,3	12,7	2 050	1 636	31,2	26,2	184	28	156	8,5	5,8	20,2	16,0	15,4
52	17,3	15,9	14,0	1 636	1 315	31,0	26,1	197	30	167	8,3	6,1	19,6	15,9	15,4
57	18,3	17,6	15,1	1 315	1 061	30,7	25,8	208	32	176	8,3	6,3	19,4	16,0	15,6
62	19,2	19,4	16,1	1 061	860	30,2	25,4	215	33	182	7,8	6,4	18,9	15,9	15,5
67	20,1	21,3	17,1	860	700	29,6	24,9	220	34	186	7,7	6,5	18,7	16,0	15,5
72	20,8	23,3	18,0	700	572	28,9	24,3	223	35	188	7,5	6,6	18,3	15,8	15,6
77	21,5	25,4	18,9	572	468	28,1	23,6	224	35	189	7,1	6,6	18,1	15,9	15,6
82	22,1	27,5	19,6	468	364	27,2	23,0	222	35	188	6,7	6,6	17,6	15,6	15,5
87	22,7	29,8	20,4	364	317	26,3	22,1	219	34	185	6,3	6,6	17,7	15,9	15,6
92	23,2	32,1	21,0	317	263	25,2	21,3	214	33	181	5,7	6,5	17,1	15,5	15,5
97	23,7	34,4	21,6	263	218	24,1	20,3	208	32	176	5,4	6,5	17,0	15,5	15,4
102	24,2	36,8	22,2	218	181	22,9	19,3	200	31	169	4,8	6,4	17,2	15,8	15,6

Tabell P. 90. Gran, Södra Sverige, planterad.  $H_{100} = 24$ .  $L\ 5\ G\ 10, 5$ ;  
från 82 år  $L\ 5\ G\ 15, 5$ .  $qs = 1,0$ 

A

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
22	8,0	6,5	5,4	6 849	5 327	21,0	17,7	64	10	54	—	2,9	22,2	15,7	15,0
27	10,0	8,3	7,0	5 327	4 157	26,6	22,4	97	15	82	8,5	3,9	21,9	15,8	15,0
32	11,8	9,8	8,5	4 157	3 266	29,3	24,6	124	19	105	8,3	4,6	21,5	15,9	15,1
37	13,4	11,3	10,0	3 266	2 580	30,6	25,7	148	22	125	8,5	5,1	21,0	15,8	15,1
42	14,9	12,8	11,4	2 580	2 050	31,1	26,2	167	26	142	8,4	5,5	20,6	16,0	15,3
47	16,1	14,3	12,7	2 050	1 636	31,2	26,2	184	28	156	8,5	5,8	20,2	16,0	15,4
52	17,3	15,9	14,0	1 636	1 315	31,0	26,1	197	30	167	8,3	6,1	19,6	15,9	15,4
57	18,3	17,6	15,1	1 315	1 061	30,7	25,8	208	32	176	8,3	6,3	19,4	16,0	15,6
62	19,2	19,4	16,1	1 061	860	30,2	25,4	215	33	182	7,8	6,4	18,9	15,9	15,5
67	20,1	21,3	17,1	860	700	29,6	24,9	220	34	186	7,7	6,5	18,7	16,0	15,5
72	20,8	23,3	18,0	700	572	28,9	24,3	223	35	188	7,5	6,6	18,3	15,8	15,6
77	21,5	25,4	18,9	572	468	28,1	23,6	224	35	189	7,1	6,6	18,1	15,9	15,6
82	22,1	27,5	19,6	468	364	27,2	21,7	222	45	177	6,7	6,6	22,2	20,3	20,2
87	22,7	—	—	364	—	24,9	—	208	—	—	6,1	6,6	—	—	—

Tabell P. 91. Gran, Södra Sverige, planterad.  $H_{100} = 28$ . L 5 G 9, 5.  $gs = 1,0$ 

A

Ålder	Övre höjd efter gallr.	Grundyte- medel- stammens		Stamantal		Grundyta på bark, m <sup>2</sup>		Volym under bark, m <sup>3</sup>					Gallringsprocent		
		dia- meter på bark efter gallr.	höjd efter gallr.	före gallr.	efter gallr.	före gallr.	efter gallr.	före gallr.	gallr.	efter gallr.	årlig löp- ande till- växt	årlig me- del- till- växt	Stamantal	Grundyta	Volym
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
20	8,3	6,5	5,6	6 849	5 386	21,0	17,9	65	9	56	—	3,3	21,4	14,8	14,0
25	10,8	8,4	7,5	5 386	4 250	27,7	23,5	107	15	92	10,1	4,6	21,1	14,9	14,1
30	13,0	9,9	9,4	4 250	3 376	30,8	26,2	143	20	123	10,2	5,6	20,6	14,9	14,1
35	15,0	11,4	11,2	3 376	2 697	32,4	27,6	175	25	151	10,5	6,3	20,1	15,0	14,2
40	16,7	12,9	12,9	2 697	2 166	33,2	28,2	204	29	175	10,7	6,8	19,7	15,1	14,4
45	18,3	14,4	14,5	2 166	1 748	33,3	28,3	227	33	194	10,5	7,2	19,3	15,1	14,5
50	19,7	15,9	16,0	1 748	1 421	33,3	28,3	248	36	212	10,6	7,6	18,7	15,0	14,5
55	20,9	17,5	17,4	1 421	1 159	33,0	28,0	263	39	225	10,4	7,8	18,5	15,1	14,6
60	22,0	19,2	18,7	1 159	950	32,5	27,6	276	40	235	10,2	8,0	18,0	15,0	14,6
65	23,0	21,0	19,9	950	781	31,9	27,1	284	42	243	9,8	8,2	17,8	14,9	14,6
70	23,9	22,9	20,9	781	646	31,2	26,6	290	43	247	9,5	8,3	17,4	14,8	14,8
75	24,8	24,8	21,9	646	535	30,4	25,9	292	43	250	9,0	8,3	17,2	15,0	14,7
80	25,5	26,9	22,9	535	445	29,6	25,2	292	43	249	8,5	8,3	16,7	14,7	14,6
85	26,2	28,9	23,7	445	370	28,7	24,4	289	43	247	8,0	8,3	16,8	15,0	14,7
90	26,9	31,1	24,5	370	310	27,6	23,6	284	41	243	7,5	8,3	16,2	14,6	14,6

Tabell P. 92. Gran, Södra Sverige, planterad.  $H_{100} = 28$ . L 5 G 10, 5.  $gs = 1,0$ 

A

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
20	8,3	6,5	5,6	6 849	5 327	21,0	17,7	65	10	56	—	3,3	22,2	15,7	15,0
25	10,8	8,4	7,5	5 327	4 157	27,6	23,2	106	16	90	10,2	4,6	21,9	15,8	15,0
30	13,0	10,0	9,4	4 157	3 266	30,5	25,7	142	21	121	10,3	5,6	21,5	15,9	15,1
35	15,0	11,5	11,2	3 266	2 580	32,0	26,9	173	26	147	10,5	6,3	21,0	15,9	15,1
40	16,7	13,0	12,9	2 580	2 050	32,6	27,4	200	31	170	10,7	6,8	20,6	16,0	15,3
45	18,3	14,6	14,5	2 050	1 636	32,7	27,5	222	34	188	10,5	7,2	20,2	16,0	15,5
50	19,7	16,3	16,0	1 636	1 315	32,5	27,4	241	37	204	10,6	7,6	19,6	15,8	15,4
55	20,9	18,0	17,4	1 315	1 061	32,2	27,0	256	40	216	10,4	7,8	19,4	16,0	15,6
60	22,0	19,8	18,7	1 061	860	31,6	26,6	266	41	225	10,0	8,0	18,9	15,9	15,6
65	23,0	21,8	19,9	860	700	31,0	26,1	273	42	231	9,8	8,2	18,7	15,9	15,5
70	23,9	23,8	20,9	700	572	30,3	25,5	277	43	234	9,3	8,2	18,3	15,9	15,7
75	24,8	26,0	21,9	572	468	29,4	24,8	279	44	235	9,0	8,3	18,1	15,9	15,6
80	25,5	28,2	22,9	468	386	28,5	24,0	277	43	234	8,4	8,3	17,6	15,6	15,6
85	26,2	30,5	23,7	386	317	27,5	23,1	274	43	231	7,9	8,3	17,7	15,9	15,7
90	26,9	32,8	24,6	317	263	26,4	22,3	268	42	226	7,3	8,2	17,1	15,6	15,5
95	27,5	35,2	25,3	263	218	25,2	21,3	260	40	219	6,7	8,1	17,0	15,5	15,5
100	28,0	37,7	25,9	218	181	24,0	20,2	250	39	211	6,0	8,0	17,2	15,8	15,6

Tabell P. 93. Gran, Södra Sverige, planterad.  $H_{100} = 28$ .  $L\ 5\ G\ 11, 5$ .  $qs = 1,0$ 

A

Ålder	Övre höjd efter gallr.	Grundyte- medel- stamens		Stamantal		Grundyta på bark, m <sup>2</sup>		Volym under bark, m <sup>3</sup>					Gallringsprocent		
		dia- meter på bark efter gallr.	höjd efter gallr.	före gallr.	efter gallr.	före gallr.	efter gallr.	före gallr.	gallr.	efter gallr.	årlig löp- ande till- växt	årlig me- del- till- växt	Stamantal	Grundyta	Volym
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
20	8,3	6,5	5,6	6 849	5 267	21,0	17,5	65	10	55	—	3,3	23,1	16,7	15,9
25	10,8	8,5	7,5	5 267	4 066	27,4	22,8	106	17	89	10,2	4,7	22,8	16,8	16,0
30	13,0	10,1	9,4	4 066	3 158	30,3	25,2	141	23	118	10,4	5,6	22,3	16,8	16,0
35	15,0	11,6	11,2	3 158	2 467	31,6	26,3	170	27	143	10,4	6,3	21,9	16,8	16,1
40	16,7	13,2	12,9	2 467	1 938	32,1	26,7	196	32	164	10,7	6,8	21,4	16,9	16,2
45	18,3	14,9	14,5	1 938	1 530	32,1	26,7	217	36	182	10,6	7,3	21,1	17,0	16,4
50	19,7	16,7	16,0	1 530	1 216	31,8	26,5	235	38	196	10,6	7,6	20,5	16,7	16,4
55	20,9	18,5	17,4	1 216	970	31,4	26,1	248	41	207	10,3	7,8	20,3	16,9	16,6
60	22,0	20,5	18,7	970	778	30,8	25,7	258	43	215	10,1	8,0	19,8	16,8	16,5
65	23,0	22,6	19,9	778	626	30,2	25,1	262	43	219	9,5	8,1	19,6	16,9	16,5
70	23,9	24,8	20,9	626	506	29,4	24,5	266	44	222	9,4	8,2	19,2	16,7	16,6
75	24,8	27,2	21,9	506	409	28,5	23,7	266	44	222	8,9	8,3	19,0	16,8	16,6
80	25,5	29,6	22,9	409	333	27,5	22,9	264	44	220	8,3	8,3	18,6	16,6	16,5
85	26,2	32,1	23,7	333	271	26,4	22,0	259	43	216	7,8	8,2	18,6	16,8	16,6
90	26,9	34,7	24,6	271	222	25,2	21,0	252	41	210	7,1	8,2	18,1	16,5	16,4

Tabell P. 94. Gran, Södra Sverige, planterad.  $H_{100} = 32$ .  $L\ 5\ G\ 10, 5$ .  $qs = 1,0$ 

A

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
18	8,2	6,5	5,5	6 849	5 327	21,0	17,7	65	10	55	—	3,6	22,2	15,7	15,0
23	11,2	8,6	7,8	5 327	4 157	28,7	24,2	115	17	98	11,9	5,4	21,9	15,8	15,0
28	13,8	10,2	10,0	4 157	3 266	32,1	27,0	158	24	134	12,1	6,6	21,5	15,9	15,1
33	16,2	11,8	12,2	3 266	2 580	33,7	28,3	197	30	168	12,6	7,5	21,0	15,8	15,1
38	18,3	13,4	14,2	2 580	2 050	34,4	28,9	234	36	198	13,3	8,3	20,6	16,0	15,3
43	20,2	15,0	16,2	2 050	1 636	34,5	29,0	265	41	224	13,2	8,9	20,2	16,1	15,5
48	21,8	16,7	17,9	1 636	1 315	34,3	28,8	289	45	244	13,1	9,3	19,6	15,9	15,4
53	23,3	18,5	19,6	1 315	1 061	33,9	28,5	309	48	261	12,9	9,6	19,4	16,0	15,6
58	24,6	20,4	21,1	1 061	860	33,3	28,0	324	51	274	12,7	9,9	18,9	15,9	15,6
63	25,8	22,4	22,5	860	700	32,7	27,5	334	52	282	12,2	10,1	18,7	15,9	15,6
68	26,9	24,4	23,8	700	572	31,9	26,8	341	54	288	11,8	10,2	18,3	15,8	15,7
73	27,9	26,6	25,0	572	468	31,0	26,1	343	54	289	11,1	10,3	18,1	15,9	15,7
78	28,8	28,9	26,1	468	386	30,0	25,3	342	53	288	10,5	10,3	17,6	15,7	15,6
83	29,6	31,3	27,1	386	317	29,0	24,4	337	53	284	9,8	10,3	17,7	15,9	15,7
88	30,4	33,7	28,0	317	263	27,8	23,4	330	51	279	9,1	10,2	17,1	15,5	15,5
93	31,1	36,2	28,9	263	218	26,5	22,4	321	50	271	8,4	10,1	17,0	15,5	15,5
98	31,8	38,7	29,7	218	181	25,2	21,2	308	48	260	7,5	10,0	17,2	15,8	15,7
103	32,4	41,2	30,4	181	151	23,8	20,1	294	45	249	6,8	9,8	16,5	15,3	15,3

Tabell P. 95. Tall, Norra Sverige, icke planterad.  $H_{100} = 20$ . Självgallring

B

Ålder	Övre höjd efter gallr.	Grundyte-medel-stammens		Stamantal		Grundyta på bark, m <sup>2</sup>		Volym under bark, m <sup>3</sup>					Gallringsprocenter		
		dia-meter på bark efter gallr.	höjd efter gallr.	före gallr.	efter gallr.	före gallr.	efter gallr.	före gallr.	gallr.	efter gallr.	årlig löp-ande till-växt	årlig me-del-till-växt	Stamantal	Grundyta	Volym
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
38	7,9	5,8	5,1	—	8 920	—	23,7	—	—	67	—	1,8	—	—	—
43	9,2	6,3	6,0	8 920	7 698	26,1	23,9	84	7	77	3,4	2,0	13,7	8,5	8,2
48	10,4	6,8	6,9	7 698	6 715	26,2	24,1	94	7	87	3,4	2,1	12,8	8,1	7,6
53	11,6	7,2	7,8	6 715	5 912	26,3	24,3	105	8	98	3,6	2,2	12,0	7,6	7,3
58	12,8	7,7	8,6	5 912	5 249	26,5	24,6	116	8	108	3,6	2,4	11,2	7,4	7,0
63	13,8	8,2	9,5	5 249	4 698	26,7	24,8	126	8	117	3,7	2,5	10,5	7,0	6,6
68	14,8	8,7	10,3	4 698	4 227	26,9	25,1	136	9	127	3,6	2,6	10,0	6,7	6,4
73	15,8	9,2	11,1	4 227	3 820	27,1	25,3	146	9	137	3,9	2,6	9,6	6,6	6,3
78	16,6	9,7	11,9	3 820	3 470	27,3	25,6	156	9	146	3,7	2,7	9,2	6,3	6,0
83	17,5	10,2	12,6	3 470	3 162	27,6	25,9	165	10	156	3,8	2,8	8,9	6,2	5,9
88	18,3	10,7	13,3	3 162	2 891	27,8	26,1	175	10	165	3,9	2,8	8,6	6,1	5,8
93	19,0	11,3	14,0	2 891	2 652	28,1	26,4	184	10	174	3,9	2,9	8,3	5,8	5,6
98	19,7	11,8	14,7	2 652	2 438	28,3	26,7	193	11	182	3,8	2,9	8,1	5,8	5,5
103	20,4	12,4	15,3	2 438	2 247	28,6	27,0	202	11	191	3,9	3,0	7,8	5,7	5,4
108	21,0	12,9	15,9	2 247	2 075	28,9	27,3	211	11	200	3,9	3,0	7,7	5,5	5,3
113	21,6	13,5	16,5	2 075	1 921	29,1	27,6	219	11	208	3,9	3,1	7,4	5,4	5,2
118	22,2	14,1	17,1	1 921	1 782	29,4	27,8	228	12	216	4,0	3,1	7,2	5,3	5,1
123	22,7	14,7	17,6	1 782	1 656	29,7	28,1	236	12	224	3,9	3,1	7,1	5,2	5,0
128	23,2	15,3	18,1	1 656	1 541	30,0	28,4	243	12	231	3,8	3,2	6,9	5,2	5,0

Tabell P. 96. Tall, Norra Sverige, icke planterad.  $H_{100} = 20$ . Standardgallring (konstant  $w$ )

B

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
38	7,9	6,0	5,2	8 920	7 542	23,7	21,4	67	6	61	—	1,8	15,4	9,7	9,3
43	9,2	6,6	6,1	7 542	6 369	23,9	21,5	77	7	70	3,3	1,9	15,6	10,0	9,5
48	10,4	7,2	7,0	6 369	5 427	24,2	21,9	88	8	80	3,5	2,1	14,8	9,7	9,2
53	11,6	7,8	8,0	5 427	4 684	24,5	22,3	98	8	89	3,6	2,3	13,7	9,1	8,7
58	12,8	8,4	8,9	4 684	4 089	24,8	22,7	109	9	100	4,0	2,4	12,7	8,5	8,2
63	13,8	9,0	9,7	4 089	3 608	25,2	23,1	120	9	110	3,9	2,5	11,8	8,1	7,7
68	14,8	9,7	10,6	3 608	3 216	25,5	23,6	130	9	120	3,9	2,6	10,9	7,6	7,2
73	15,8	10,3	11,4	3 216	2 892	25,8	24,0	140	10	131	4,0	2,7	10,1	7,1	6,8
78	16,6	10,9	12,2	2 892	2 620	26,2	24,4	149	10	140	3,7	2,8	9,4	6,7	6,4
83	17,5	11,5	12,9	2 620	2 388	26,5	24,8	159	10	149	3,9	2,8	8,9	6,3	6,1
88	18,3	12,1	13,6	2 388	2 190	26,8	25,2	169	10	159	3,9	2,9	8,3	6,0	5,8
93	19,0	12,7	14,3	2 190	2 018	27,1	25,5	178	10	168	3,7	2,9	7,9	5,7	5,5
98	19,7	13,3	15,0	2 018	1 869	27,4	25,9	186	10	177	3,6	3,0	7,4	5,4	5,2
103	20,4	13,9	15,6	1 869	1 738	27,7	26,2	196	10	186	3,8	3,0	7,0	5,2	4,9
108	21,0	14,4	16,2	1 738	1 621	27,9	26,6	205	10	195	3,7	3,1	6,7	4,9	4,8
113	21,6	15,0	16,8	1 621	1 518	28,2	26,9	213	10	203	3,6	3,1	6,4	4,7	4,5
118	22,2	15,6	17,3	1 518	1 424	28,5	27,2	221	10	211	3,5	3,1	6,2	4,6	4,4
123	22,7	16,2	17,8	1 424	1 340	28,7	27,5	229	10	219	3,5	3,1	5,9	4,4	4,2
128	23,2	16,8	18,4	1 340	1 263	29,0	27,9	237	11	226	3,6	3,1	5,7	3,8	4,6

Tabell P. 97. Tall, Norra Sverige, icke planterad.  $H_{100} = 20$ . Standardgallring (rörligt  $w$ )

B

Ålder	Övre höjd efter gallr.	Grundyte- medel- stammens		Stamantal		Grundyta på bark, m <sup>2</sup>		Volym under bark, m <sup>3</sup>					Gallringsprocenter		
		dia- meter på bark efter gallr.	höjd efter gallr.	före gallr.	efter gallr.	före gallr.	efter gallr.	före gallr.	gallr.	efter gallr.	årlig löp- ande till- växt	årlig me- del- till- växt	Stamantal	Grundyta	Volym
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
38	7,9	6,0	5,2	8 920	7 549	23,7	21,4	67	6	61	—	1,8	15,4	9,6	9,2
43	9,2	6,5	6,1	7 549	6 484	23,9	21,8	77	7	71	3,3	1,9	14,1	9,0	8,6
48	10,4	7,1	7,0	6 484	5 638	24,2	22,1	87	7	80	3,3	2,1	13,0	8,5	8,0
53	11,6	7,6	7,9	5 638	4 952	24,4	22,5	98	7	91	3,6	2,2	12,2	8,0	7,6
58	12,8	8,1	8,8	4 952	4 392	24,7	22,8	108	8	101	3,6	2,3	11,3	7,6	7,2
63	13,8	8,7	9,6	4 392	3 919	25,0	23,2	118	8	110	3,6	2,4	10,8	7,4	7,0
68	14,8	9,2	10,5	3 919	3 520	25,3	23,5	128	9	120	3,6	2,5	10,2	7,0	6,7
73	15,8	9,8	11,3	3 520	3 177	25,6	23,8	138	9	130	3,8	2,6	9,7	6,8	6,4
78	16,6	10,3	12,1	3 177	2 881	25,9	24,2	148	9	139	3,7	2,7	9,3	6,5	6,3
83	17,5	10,9	12,8	2 881	2 622	26,2	24,5	157	10	148	3,7	2,7	9,0	6,3	6,1
88	18,3	11,5	13,5	2 622	2 395	26,5	24,8	167	10	157	3,8	2,8	8,7	6,2	5,9
93	19,0	12,1	14,2	2 395	2 194	26,8	25,1	177	10	166	3,9	2,9	8,4	6,1	5,8
98	19,7	12,7	14,9	2 194	2 015	27,1	25,5	185	11	174	3,7	2,9	8,2	5,9	5,7
103	20,4	13,3	15,5	2 015	1 857	27,4	25,8	194	11	183	3,9	3,0	7,8	5,7	5,5
108	21,0	13,9	16,1	1 857	1 715	27,7	26,1	203	11	192	3,9	3,0	7,6	5,6	5,4
113	21,6	14,6	16,7	1 715	1 587	28,0	26,4	211	11	200	3,9	3,0	7,5	5,6	5,3
118	22,2	15,2	17,3	1 587	1 472	28,3	26,8	219	11	208	3,9	3,1	7,2	5,3	5,2
123	22,7	15,9	17,8	1 472	1 367	28,6	27,1	228	12	216	4,0	3,1	7,1	5,4	5,1
128	23,2	16,6	18,4	1 367	1 272	28,9	27,5	236	13	223	3,9	3,1	6,9	4,9	5,3

Tabell P. 98. Tall, Norra Sverige, icke planterad.  $H_{100} = 20$ .  $L_5$  G10, 10.  $q_s = 0,6$ .  $q_g = q_s$ 

C

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
38	7,9	6,3	5,1	5 352	3 275	14,2	10,2	40	11	29	—	1,0	38,8	27,8	27,2
48	10,4	8,2	7,2	3 275	1 985	14,7	10,5	52	14	38	2,3	1,3	39,4	28,3	26,9
58	12,8	10,5	9,4	1 985	1 230	15,0	10,7	65	18	48	2,7	1,6	38,0	28,5	27,1
68	14,8	13,1	11,5	1 230	781	14,7	10,5	75	21	55	2,8	1,7	36,5	28,5	27,3
78	16,6	15,8	13,5	781	506	13,8	9,9	81	22	59	2,7	1,9	35,1	28,6	27,6
88	18,3	18,5	15,4	506	334	12,6	8,9	83	23	60	2,4	1,9	34,1	28,8	27,7
98	19,7	21,2	17,1	334	225	11,0	7,9	81	22	58	2,1	1,9	32,5	28,2	27,7
108	21,0	23,8	18,6	225	154	9,6	6,8	75	21	54	1,7	1,9	31,8	28,3	27,7
118	22,2	26,4	20,0	154	106	8,1	5,8	68	19	49	1,4	1,9	30,8	28,0	27,6
128	23,2	28,9	21,3	106	74	6,7	4,8	60	17	43	1,1	1,8	30,5	28,1	27,7

Tabell P. 99. Tall, Norra Sverige, icke planterad.  $H_{100} = 20$ .  $L_5 G_7, 10$ .  $qs = 0,4$ .  $qg = qs$  C

Ålder	Övre höjd efter gallr.	Grundyte- medel- stammens		Stamantal		Grundyta på bark, m <sup>2</sup>		Volym under bark, m <sup>3</sup>					Gallringsprocenter		
		dia- meter på bark efter gallr.	höjd efter gallr.	före gallr.	efter gallr.	före gallr.	efter gallr.	före gallr.	gallr.	efter gallr.	årlig löp- ande till- växt	årlig med- del- till- växt	Stamantal	Grundyta	Volym
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
38	7,9	6,3	5,1	3 568	2 331	9,5	7,3	26	6	21	—	0,7	34,7	22,9	22,3
48	10,4	8,4	7,2	2 331	1 508	11,0	8,5	39	9	31	1,9	0,9	35,3	23,4	21,9
58	12,8	10,8	9,4	1 508	998	12,0	9,2	52	12	41	2,2	1,2	33,8	23,5	22,1
68	14,8	13,2	11,5	998	677	12,2	9,3	63	14	49	2,2	1,3	32,2	23,7	22,4
78	16,6	15,6	13,5	677	469	11,8	9,0	70	16	54	2,1	1,4	30,7	23,7	22,7
88	18,3	18,0	15,4	469	330	11,0	8,4	73	17	56	1,9	1,5	29,6	24,1	22,8
98	19,7	20,2	17,1	330	238	10,0	7,6	73	17	56	1,6	1,5	27,9	23,2	22,8
108	21,0	22,4	18,6	238	173	8,9	6,8	70	16	54	1,4	1,5	27,2	23,5	22,8
118	22,2	24,5	20,0	173	128	7,8	6,0	66	15	51	1,2	1,4	26,1	23,0	22,7

Tabell P. 100. Tall, Norra Sverige, icke planterad.  $H_{100} = 20$ .  $L_5 G_4, 10$ .  $qs = 0,2$ .  $qg = qs$  C

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
38	7,9	6,3	5,1	1 784	1 242	4,7	3,9	13	2	11	—	0,3	30,4	17,8	17,2
48	10,4	8,8	7,2	1 242	856	6,5	5,3	23	4	19	1,2	0,5	31,0	18,3	16,8
58	12,8	11,3	9,4	856	604	7,4	6,1	32	6	27	1,3	0,7	29,5	18,5	17,0
68	14,8	13,6	11,5	604	436	7,8	6,3	40	7	33	1,3	0,8	27,8	18,6	17,3
78	16,6	15,7	13,5	436	322	7,7	6,3	45	8	37	1,2	0,8	26,2	18,8	17,6
88	18,3	17,7	15,4	322	241	7,4	6,0	49	9	40	1,1	0,9	25,0	19,0	17,8
98	19,7	19,6	17,1	241	185	6,8	5,6	50	9	41	1,0	0,9	23,2	18,2	17,8
108	21,0	21,3	18,6	185	144	6,3	5,1	50	9	41	0,9	0,9	22,4	18,4	17,7
118	22,2	22,9	20,0	144	113	5,7	4,7	48	9	40	0,7	0,9	21,3	18,1	17,7